



TITLE:

# テレビジョン信号の伝送帯域圧縮 の研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

福島, 邦彦

---

CITATION:

福島, 邦彦. テレビジョン信号の伝送帯域圧縮の研究. 京都大学, 1966, 工学博士

ISSUE DATE:

1966-09-27

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r808>

RIGHT:

# テレビジョン信号の 伝送帯域圧縮の研究

福島 邦彦

## 要 約

最初にテレビ信号の統計的性質を調べ、統計的手段による帯域圧縮の可能性を検討した。テレビ信号は、時間的に変化する二次元画像を走査して得られる信号であるから、走査線間及びフレーム間にかかなりの相関が存在する。従来はこの種の相関に基く冗長度の量を推定することは困難であった。筆者は多次元空間内の定常確率過程に対する最適線形予測定理を求め、この定理を利用してテレビ信号の二次元線形冗長度を計算した。

さらに、線形以外の各種の冗長度の測定値と上記の二次元線形冗長度の計算値とを基にしてテレビ信号の帯域圧縮の可能性を検討した結果、統計的手段のみによる帯域圧縮は、極度に大容量の蓄積装置を用いて情報速度を平均化しない限りは、かなり悲観的であることが判明した。

しかし上記の結論は、テレビ信号の“電気波形”に波形歪を起さずに帯域圧縮することが困難なことを示しているのもであって、テレビ信号の帯域圧縮そのものの可能性を否定しているのではない。つまりテレビ信号は最終的には受像管面上の画像として眼で見えるものであるから、視覚系によって感じられないような歪は電気系に於て許容しても差支えない。したがってテレビ信号の帯域圧縮の問題は、視覚系をも含めた伝送路に対して論ずるべきである。このような考え方によるテレビ帯域圧縮に関してはこれまでも各種の方式が提案されていた。後編ではまず従来を方式を分類整理することによって、視覚系の特性を利用したテレビ帯域圧縮方式の考え方及び問題点を明らかにした。

視覚系の特性を利用した帯域圧縮方式の研究のためには、受信側に於ける再生画像を視覚系によって評価する必要が生ずる。種々の方式に対して実験を能率的におこなうために電子計算機を用いたシミュレーション装置を開発した。この結果、帯域圧縮方式の実験を容易にかつ迅速に進め得るようになった。

視覚の特性を利用した帯域圧縮方式の一つとして補間符号方式を提案し、電子計算機によるシミュレーション実験をおこなって、非常によい結果を得た。補間符号方式はデジタル伝送に適した方式であって、伝送路容量は1絵素当り2.7ビットあればよく、通常のP.C.M.の半分以下の帯域幅で伝送することができる。一方再生画の画質劣化はほとんど認められないほど少ない。

この補間符号方式に対しては各種の変形方式が考えられ、わずかの画質劣化を許容するならばさらに伝送路容量を減少することも可能である。

補間符号方式は現在の回路技術によっても実用化することが可能であり、大容量の蓄積装置も必要としない。また、デジタル伝送路に対して極めて能率よく整合をとることができる。特に近年テレビ信号に対してもデジタル伝送をおこなおうとする動きが見られる折から、この補間符号方式の応用価値は大きいであろう。

# 目 次

|               |   |
|---------------|---|
| 第1章 序 論 ..... | 1 |
|---------------|---|

## 前編 テレビ信号の統計的冗長度

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| 第2章 帯域圧縮の考え方と信号の統計的性質 ..... | 3 |
|-----------------------------|---|

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 2.1 概 要 .....                | 3  |
| 2.2 情報の流れと帯域圧縮の考え方 .....     | 3  |
| 2.3 信号の統計的性質 .....           | 5  |
| 2.3.1 輝度レベル数 (量子化レベル数) ..... | 6  |
| 2.3.2 信号のレベル分布 .....         | 7  |
| 2.3.3 信号レベルの遷移確率 .....       | 8  |
| 2.3.4 二次元自己相関関数 .....        | 10 |
| 2.3.5 フレーム相関 .....           | 11 |
| 2.4 本章のとりまとめ .....           | 13 |

|                       |    |
|-----------------------|----|
| 第3章 多次元空間内の予測定理 ..... | 14 |
|-----------------------|----|

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 3.1 概 要 .....             | 14 |
| 3.2 二次元空間内の弱定常過程の性質 ..... | 14 |
| 3.3 二次元空間内の線形予測 .....     | 16 |
| 3.3.1 最適線形予測の誤差 .....     | 17 |
| 3.3.2 最適線形予測値 .....       | 19 |
| 3.3.3 移動平均形表現 .....       | 29 |
| 3.3.4 予測定理 .....          | 30 |
| 3.3.5 例 題 .....           | 33 |
| 3.4 テレビ信号に対する三次元予測 .....  | 34 |
| 3.5 本章のとりまとめ .....        | 36 |

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 第4章 予測符号化による帯域圧縮の限界 ..... | 37 |
|---------------------------|----|

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 4.1 概 要 .....                | 37 |
| 4.2 予測符号化と冗長度 .....          | 37 |
| 4.2.1 予測符号化と冗長度 .....        | 37 |
| 4.2.2 スペクトル密度と二次元線形冗長度 ..... | 40 |



|       |                  |    |
|-------|------------------|----|
| 4.3   | テレビ画面の二次元線形冗長度   | 42 |
| 4.3.1 | テレビ画面の二次元スペクトル密度 | 42 |
| 4.3.2 | 二次元冗長度の数値計算      | 43 |
| 4.3.3 | 有限個の絵素による二次元予測   | 52 |
| 4.4   | テレビ信号の冗長度の検討     | 59 |
| 4.5   | 本章のとりまとめ         | 61 |

## 後編 視覚の性質を利用した帯域圧縮

|        |                   |    |
|--------|-------------------|----|
| 第5章    | 視覚特性と帯域圧縮方式       | 63 |
| 5.1    | 概 要               | 63 |
| 5.2    | 視覚特性を利用した帯域圧縮の考え方 | 63 |
| 5.3    | 輝度感覚と信号電圧の関係      | 64 |
| 5.4    | 低速度走査と縦横以外の走査     | 66 |
| 5.5    | 飛越走査              | 68 |
| 5.6    | 周波数インターリーピング      | 70 |
| 5.7    | 量子化レベルのウォブリング     | 70 |
| 5.8    | 高周波レベル数の減少        | 73 |
| 5.9    | 予測量子化方式           | 77 |
| 5.10   | 可変密度サンプリング        | 81 |
| 5.11   | 内挿方式              | 84 |
| 5.11.1 | 輪郭内挿法             | 84 |
| 5.11.2 | 二次元内挿法            | 90 |
| 5.12   | フレーム相関の利用         | 94 |
| 5.12.1 | フレーム差信号の伝送        | 94 |
| 5.12.2 | 動きと解像度との振替        | 95 |
| 5.13   | その他の方式            | 96 |
| 5.14   | 本章のとりまとめ          | 96 |
| 第6章    | 補間符号方式の原理         | 97 |
| 6.1    | 概 要               | 97 |
| 6.2    | 補間符号方式の原理         | 97 |
| 6.2.1  | 符号化の方法            | 98 |

|                        |                     |     |
|------------------------|---------------------|-----|
| 6.2.2                  | 伝送路容量               | 101 |
| 6.2.3                  | 実用回路                | 102 |
| 6.3                    | 視覚系の特性と補間符号方式       | 102 |
| 6.4                    | 本章のとりまとめ            | 107 |
| 第7章 画像シミュレーション装置       |                     | 108 |
| 7.1                    | 概 要                 | 108 |
| 7.2                    | 電子計算機シミュレーションの利点と欠点 | 108 |
| 7.3                    | シミュレーション装置の概要       | 109 |
| 7.4                    | 磁気テープを用いた場合の全系統の動作  | 111 |
| 7.5                    | 低速度走査テレビ装置          | 116 |
| 7.6                    | A-D, D-A 変換器        | 120 |
| 7.7                    | バッファメモリー            | 123 |
| 7.7.1                  | バッファメモリーの形式         | 123 |
| 7.7.2                  | バッファメモリーの動作         | 125 |
| 7.8                    | 紙テープを用いたシミュレーション    | 131 |
| 7.9                    | 計算機のプログラム           | 133 |
| 7.10                   | 本章のとりまとめ            | 140 |
| 第8章 シミュレーションに使用した画像の性質 |                     | 141 |
| 8.1                    | 概 要                 | 141 |
| 8.2                    | 映像信号の規格             | 141 |
| 8.3                    | レベル分布               | 142 |
| 8.4                    | 自己相関関数              | 142 |
| 8.5                    | 冗 長 度               | 145 |
| 8.6                    | $u-v$ 分布            | 148 |
| 8.7                    | 本章のとりまとめ            | 151 |
| 第9章 Mix Level と画質      |                     | 152 |
| 9.1                    | 概 要                 | 152 |
| 9.2                    | 比較の基準               | 154 |
| 9.3                    | Mix Level を定数とした場合  | 154 |
| 9.4                    | 階段波形に対する応答          | 155 |

|        |                      |     |
|--------|----------------------|-----|
| 9.5    | 誤差電力を最小にする Mix Level | 157 |
| 9.5.1  | 誤差電力最小の条件            | 157 |
| 9.5.2  | 実験結果                 | 159 |
| 9.5.3  | 結 論                  | 160 |
| 9.6    | 再生波形                 | 160 |
| 9.7    | 検 討                  | 171 |
| 9.8    | 本章のとりまとめ             | 171 |
| 第10章   | その他の問題点の検討           | 172 |
| 10.1   | 概 要                  | 172 |
| 10.2   | 量子化の影響               | 173 |
| 10.2.1 | 主パルスの量子化             | 173 |
| 10.2.2 | 入力信号の量子化             | 173 |
| 10.3   | 主パルスの二次元配列           | 175 |
| 10.4   | 大きな画面による実験           | 175 |
| 10.5   | 本章のとりまとめ             | 183 |
| 第11章   | ノイズの影響               | 185 |
| 11.1   | 概 要                  | 185 |
| 11.2   | ノイズの発生と検定            | 185 |
| 11.2.1 | ノイズの発生               | 185 |
| 11.2.2 | ノイズの検定               | 186 |
| 11.3   | 補間符号方式に対するノイズの影響     | 188 |
| 11.4   | 動くノイズの影響             | 192 |
| 11.5   | 本章のとりまとめ             | 194 |
| 第12章   | 補間符号方式の変形            | 195 |
| 12.1   | 概 要                  | 195 |
| 12.2   | 8 絵素周期補間符号方式         | 195 |
| 12.2.1 | 3 値量子化方式             | 195 |
| 12.2.2 | 5 値量子化方式             | 200 |
| 12.3   | 二次元補間符号方式            | 203 |
| 12.3.1 | 主パルスを菱形に選ぶ方式         | 203 |

|          |               |     |
|----------|---------------|-----|
| 1 2.3.2  | 主パルスを正方形に選ぶ方式 | 203 |
| 1 2.3.3  | 4点補間法         | 206 |
| 1 2.3.4  | 再生波形と統計量      | 206 |
| 1 2.3.5  | 二次元方式の検討      | 214 |
| 1 2.4    | 本章のとりまとめ      | 215 |
| 第13章 結 言 |               | 216 |
| 謝 辞      |               | 217 |
| 文 献      |               | 218 |
| 記 号 表    |               | 224 |

## 第 1 章 序 論

テレビ信号の伝送には大容量の伝送路が必要であり、現在の放送標準方式のテレビ信号は数 MC の周波数帯域幅を占めている。また放送局間の中継に用いられているマイクロ波回線では、テレビ信号を F. M. 変調して伝送しているため数 10 MC にも及ぶ帯域を使用している。さらに最近では、テレビ信号の遠距離中継や多段中継においてノイズや歪の影響を逃れるために P. C. M. を用いようとする動向が見られるようになったが、P. C. M. ではさらに広い周波数帯域が必要になる。このようにテレビ信号の伝送に要する周波数帯域幅は龐大なものであるから、テレビ信号の帯域幅をたとえ半分にでもすることができれば、非常に大きな利益を受けることになる。

Shannon の通信理論が発表されて以来、テレビ信号に対しても帯域圧縮の可能性がいろいろと論ぜられ、当初には大幅な帯域圧縮が可能であるという意見も聞かれた。しかし、Kretzmer や Capon による画像の自己相関関数の測定、Schreiber による映像信号レベルの遷移確率の測定などのデーターが発表されるにつれて、テレビ信号の統計的冗長度はあまり大きなものではないことが予想されるようになってきた。

従来はこれらの測定データーの解析は、主に一次元時系列に対する解析法を用いておこなわれていた。しかしテレビ信号は時間的に変化する二次元画像を走査して得られる信号であるから、一本の走査線内の絵素間のみでなく、走査線間にも、またフィールド間にもかなりの相関が存在する。従来の解析法では、これらの相関をすべて考慮した冗長度を求めることは困難であった。筆者は、多次元空間を走査して得られた信号に対する線形予測定理を導き、これをテレビ信号に適用することにより、テレビ信号の絵素間並びに走査線間の相関を同時に考慮した二次元線形冗長度を計算した。この計算によると、テレビ信号の二次元線形冗長度はあまり大きなものではなく、信号の線形冗長度除去のために絵素間の相関だけでなく走査線間の相関を同時に利用してもその効果はそれほど大きくないことが判明した。したがって、たとえば線形予測による予測符号化等の手段によって信号の冗長度を取除いて帯域圧縮をしようとしても、その圧縮率はあまり期待できない。

しかしテレビ信号は、最終的には人間の視覚によって観測されるものである。一方、人間の視覚が受取り得る情報量は放送標準方式のテレビ信号によって伝送し得る情報量に比してはるかに小さいものであって、テレビ信号によって伝送されてきた情報がすべて視覚系を通して脳に伝えられるわけではない。したがって、テレビ信号の伝送路としては、送信側のカメラ出力信号にある種の波形歪を与えるようなものであっても、その波形歪が人間の視覚によって感知され

ないものであれば何等差支えない。

本論文で論じている補間符号方式も、このような観点に立っていて、視覚系と電気系との間の整合を考えて視覚系の受入れることのできないような情報は冗長なものとして取除くことによって帯域を圧縮しようとする方式である。本方式では情報はデジタル回線を通じて伝送されるが、伝送路容量は通常のP.C.M.方式の半分以下に圧縮することができ、伝送された画像の画質劣化はほとんど認められない。

なお本方式の実験は、電子計算機によるシミュレーションによっておこなった。電子計算機によるシミュレーションをおこなうためには、画像情報を電子計算機に読み込ませたり、電子計算機で処理した情報を再び画像にしたりするための入出力装置（シミュレーション装置）が必要である。この目的のために磁気テープまたは紙テープを入出力の媒体とした入出力装置を開発した。この装置の開発によって、テレビ信号の帯域圧縮方式の研究のみならず、一般の画像処理方式の研究が非常に能率的におこなえるようになった。さらに本装置は、パターン認識の研究や、各種条件の視覚パターンの発生の目的にも使用できる。また、画像信号のみでなく音声信号も扱えるように設計されている。

# 前 編

## テレビ信号の統計的冗長度

## 第2章 帯域圧縮の考え方と信号の統計的性質



### 2.1 概 要

2.2ではテレビジョン系に於ける情報の流れを通信理論的に考察し，テレビ帯域圧縮に対する考え方を明らかにする。この考察により，テレビ帯域圧縮方式としては，電気信号の持つ統計的冗長度の除去のみによる狭義の帯域圧縮と，人間の視覚系までを含めた伝送系を対象にする広義の帯域圧縮とが考えられることを示す。

テレビ信号の帯域圧縮，特に信号の統計的冗長度の除去のみを目的とする狭義の帯域圧縮の研究をするには，まず第一に情報源の性質を知る必要がある。2.3ではテレビ信号の統計的性質に関する測定データーを示し，このデーターに基づいてテレビ信号の持っている統計的冗長度を検討する。但し，テレビ信号の二次元冗長度に関する議論は，第4章で新たにおこなうことにする。

### 2.2 情報の流れと帯域圧縮の考え方

テレビ系における情報の流れは，図2.1の如きモデルで表わすことができる。帯域圧縮の問題は送るべき情報をいかに能率よく忠実に受信者（大脳）に送り届けるかに帰着する。

テレビジョンの情報源は被写体，すなわち映像として送られるべき場面であるが，ここでは一応被写体とテレビカメラの組合せを情報源と考え，テレビカメラの出力を通信文と考える。したがって，たとえば我国のテレビ放送に於ける通信文は，走査線数525本（垂直ブランキングを含む），毎秒フレーム数30駒で，2対1飛越走査をおこない，周波数帯域幅は約4.2 Mcに制限されている。もちろん用途によっては，この標準方式のカメラでとらえた情報は必ずしも目的にかなったものと言ひ難い場合も多いが，ここでは走査方式についての論議はおこなわないことにする。

情報の最終的受信者に関しては，次の二つの考え方が可能である。

(i) 第一の考え方は，受像管（電気→光変換器）を受信者と考え，受像管の入力信号としてテレビカメラの出力信号と完全に一致した電気波形を再生しようとする考え方である。このような立場に立って帯域圧縮を論ずる場合には，通信文の生起確率や絵素間相関等の統計的性質に基づいた冗長度をどれだけ取除き得るかが問題になる。しかし2.3と第4章で論ずるように，



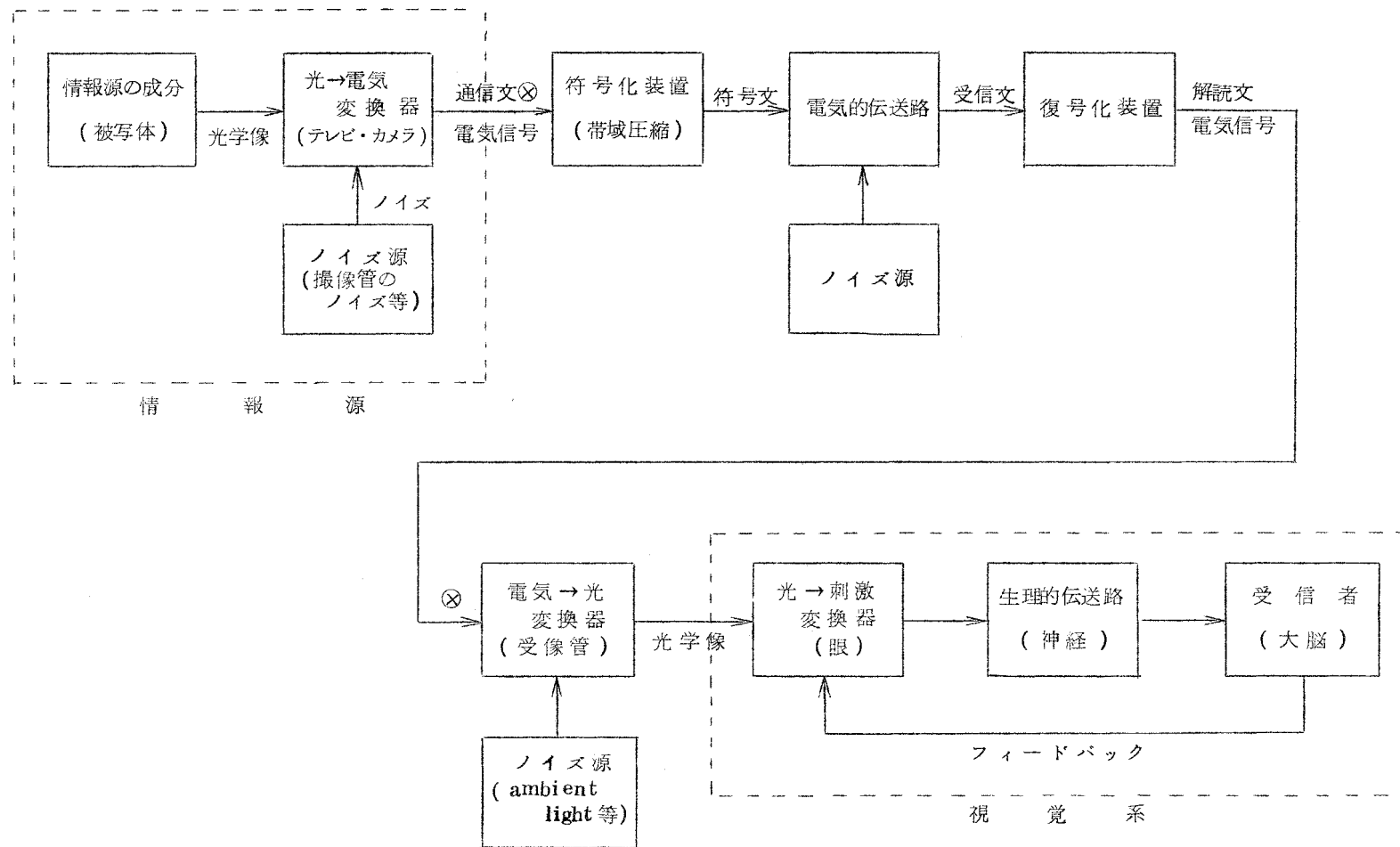


図 2.1 テレビジョン系における情報の流れ

極端に大容量の蓄積装置の使用が可能にならない限りは、取除き得る統計的冗長度はあまり大きなものではなく、このような手段によって帯域圧縮をしようとしてもその圧縮率はあまり期待できない。

(ii) 第二の考え方は、情報の最終的受信者は人間の脳であるとする考え方である。すなわちテレビ信号は、受像管面上の画像として人間が観測するものであるから、光→刺激変換器（眼）や生理的伝送路（神経）等の視覚系を通らないような情報、つまり大脳に受入れられないような情報は電氣的にも伝送する必要はない。したがって電氣的伝送路を通して伝送すべき情報は、標準方式のテレビカメラの出力信号を直接受像管の入力に加えた場合（図 2.1 で ⊗ と ⊗ とを直結した場合）に、最終的受信者である大脳に受入れられるような情報のみであると考えることができる。このとき観測者が受像管を観測する距離は、適視距離（標準方式のテレビ画面では画面高さの 4 倍程度）としても差支えないであろう。このような立場に立てばテレビ信号の帯域圧縮も可能である。

このためには、まず視覚系の認識の機構についての心理学的・生理学的な研究が必要とされる。しかし、人間の視覚系の生理的・心理的特性に関しては現在のところほとんど解明されておらず、視覚系を含めた情報伝達系の総合特性を解析することによって最適の情報伝送方式（帯域圧縮方式）を求めようとする目的に対してはあまりにもデータが少なすぎる。したがって現状では、視覚系の特性に関する限られた知識をヒントとして帯域圧縮方式を考え、その可能性を視覚測定を含んだ実験によって確かめるという手段によらなければならない。このような立場に立った帯域圧縮方式に関しては、これまでも例えば第 5 章で述べるような方式が提案されている。第 6 章以下で論じている補間符号方式も、このような立場に立った帯域圧縮の一方式である。

なお、人間の視覚特性を利用した帯域圧縮方式に於ても、通信文（テレビカメラの出力）の統計的性質を利用していることは言うまでもない。

テレビ系によって伝送しなければならない情報については上記のように二種の考え方があるが、いずれの立場をとるにせよ、通信文（テレビカメラの出力信号）から不必要な情報を取除いて、伝送路に整合した符号化をおこない、伝送路容量を減少するのが帯域圧縮の目的である。

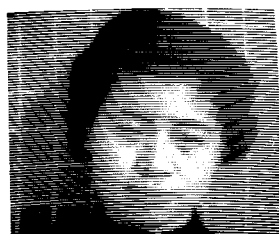
## 2.3 信号の統計的性質

テレビカメラから送出される信号は、全くのランダム信号ではなく、ある統計的性質を持っている。ところが現在のテレビ信号の伝送路は、信号の振幅と周波数帯域幅とが制限されてい

るのみであり（もちろんノイズの混入はあるが），絵素毎<sup>\*</sup>に全くランダムな変化をする信号でも伝送し得るように設計されている。したがって，テレビ信号の持つ真の情報量は伝送路容量よりも小さく，Shannon の通信理論<sup>(2-1)</sup>が示すように適当な統計的符号化をおこなえば伝送路容量を減少することができるはずである。このような統計的符号化によるテレビ帯域圧縮をおこなうためには，まずテレビ信号の統計的性質を知る必要がある。本節では信号のレベル分布，信号レベルの遷移確率，テレビ画面の二次元自己相関関数，およびフィールドに関して，主としてこれまでに発表されている測定結果を示し，これらのデータに基いてテレビ信号の統計的冗長度（すなわち，統計的符号化によって節約し得る伝送路容量）を検討する。但し，二次元自己相関関数の測定結果の分析は第4章でおこなう。

### 2.3.1 輝度レベル数（量子化レベル数）

通常のテレビ信号では映像信号（輝度レベル）は一般にアナログ的に伝送されている。しかしテレビ信号をP.C.M.などによって伝送する際には，各絵素の輝度を量子化して伝送しなければならない。量子化レベル数が少なすぎると再生画に於ては図2.2の如く，原信号では波形がゆるやかに変化している箇所に，量子化に起因する偽の輪郭が現われて画質が劣化する。（図2.2は第7章で述べた装置による実験結果である。）量子化によってこのような画質劣化を起さないために最小限必要な量子化段階数は，入力信号に含まれるノイズレベルや入力信号の性質によっても異なるが，文献<sup>(2-2)</sup>，<sup>(2-3)</sup>や図2.2から判定すると6ビット/絵素（量子



7.5 ビット/絵素



6 ビット/絵素



5 ビット/絵素



4 ビット/絵素



3 ビット/絵素

図 2.2 テレビ信号に対する量子化の影響

※ 通常のテレビ信号のように入力信号が時間的に連続したアナログ波形の場合には，「絵素」のはっきりした定義は与えられていないが，ここでは一応ナイキスト間隔（映像周波数帯域 4.2 Mc の標準方式のテレビ信号では 0.12  $\mu$  sec.）毎のサンプルを絵素と考える。

化レベル数  $A = 2^6 = 64$ ) である。

以下に於ては，帯域圧縮をせずにテレビ信号を伝送するのに必要な伝送路容量は6ビット/絵素として議論を進める。

### 2.3.2 信号のレベル分布

いま仮に，テレビ信号レベル  $x_m$  ( $m$  番目の絵素の輝度， $m$  は整数) が  $A$  個のレベルに量子化されていると仮定する。通常のテレビ伝送路では，この  $A$  個のレベルがどのような確率で現われても伝送し得るように

$$C = \log_2 A \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (2.3.1)$$

の伝送路容量を有している。(これは  $A$  個のレベルがすべて等しい確率で現われると仮定した場合の情報量である。しかし一般には，信号のレベル分布は一様ではなく，この  $A$  個のレベルの確率は等しくはない。いま  $i$  番目のレベルの発生確率を  $p_i$  とすると，一絵素当りの情報量は

$$H(x_m) = - \sum_i^A p_i \log_2 p_i \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (2.3.2)$$

より大きくはない。(一般には，隣接した絵素間に存在する相関等のために，信号の持つ真の情報量はこの  $H(x_m)$  より小さい。) したがって，信号のレベル分布のみに基く冗長度\*

$R(x_m)$  は

$$R(x_m) = C - H(x_m) = \log_2 A - \sum_i^A p_i \log_2 p_i \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (2.3.3)$$

で与えられる。式(2.3.2)で与えられる  $H(x_m)$  は，量子化の段階数  $A$  によって変化するが，式(2.3.3)で与えられる冗長度  $R(x_m)$  の値は，量子化段階数  $A$  が極端に少なくない限り， $A$  には無関係な量である。

このレベル分布に基づく冗長度  $R(x_m)$  は，Kretzmer<sup>(2-4)</sup>，Schreiber<sup>(2-5)</sup> 及び滝氏<sup>(2-6)</sup> 等によって測定されている。これらはいずれも，1フィールド(又は1フレーム)間のレベル分布の測定値に基いて計算されている。Kretzmer と Schreiber は，静止した画像について測定をおこなっており，冗長度  $R(x_m)$  の平均値は，両者ともほぼ1ビット/絵素程度である。一方滝氏は実際のテレビ放送電波に対する測定をおこなっており，そのデータによると  $R(x_m)$  は0～2ビット/絵素の範囲に分布している(被写体によって異なる)が，その平均値は1ビット/絵素以下である。

なお，実際の放送電波に於ては，レベル分布はあまり定常的ではなく，分布曲線の形が数フレームの間に变化してしまうものが意外に多い。<sup>(2-6)</sup> これは統計的符号化をおこなう際に，

\* 通例「冗長度」という場合には， $(C-H)/C$  で定義される相対冗長度を意味することが多いが，本論文では  $(C-H)$  で定義される絶対冗長度を意味する。

あまり好ましくない性質である。

また一般に，統計的符号化をおこなう際には，入力信号の持っている瞬時情報量の時間的変動を平均化するための蓄積装置 ( buffer memory ) を必要とする。もし蓄積装置の容量が小さい場合には，その蓄積装置の容量の範囲内での平均化しかおこなえない。したがってテレビ信号の統計的符号化に際して蓄積装置の容量が1フィールド程度のものを使用すると仮定すると，冗長度の最も少ないフィールドを対象にして伝送路容量を定めなければならない。

このように考えると，信号のレベル分布に基く冗長度のみを利用して帯域圧縮をしようとしても，極端に大容量の蓄積装置を用いるか，又は他の方式と組合せることを考えない限り，その効果はほとんど期待できない。

### 2.3.3 信号レベルの遷移確率

一般にテレビ信号のレベルの発生確率は，その絵素に先行する絵素のレベルに従属する。したがって，信号レベルの遷移確率を考慮した統計的符号化による伝送路容量の圧縮が考えられる。このような方式による帯域圧縮の可能性を考察する。

いま，一本の走査線上の継続した絵素のレベル  $x_{m-1}, x_m$  がそれぞれ  $j, i$  となる同時確率を  $p_{ij}$  とする。 $x_{m-1}$  の値がわかっているときに  $x_m$  によって発生するエントロピー  $H(x_m | x_{m-1})$  は，Shannon の公式によって

$$H(x_m | x_{m-1}) = H(x_m, x_{m-1}) - H(x_{m-1}) \quad (2.3.4)$$

ここに

$$H(x_m, x_{m-1}) = - \sum_i^A \sum_j^A p_{ij} \log_2 p_{ij} \quad (2.3.5)$$

$$H(x_{m-1}) = - \sum_j^A p_j \log_2 p_j \quad (2.3.6)$$

$$p_j = \sum_i^A p_{ij} \quad (2.3.7)$$

したがって，二次 ( 2nd order ) の確率に基く冗長度  $R(x_m | x_{m-1})$  は

$$R(x_m | x_{m-1}) = C - H(x_m | x_{m-1}) \quad (2.3.8)$$

ここに  $C$  は式 ( 2.3.1 ) で与えられる量である。

同様にして，三次 ( 3rd order ) の確率  $p_{ijk}$  に基く信号の冗長度  $R(x_m | x_{m-1}, x_{m-2})$  も次のように定義することができる。

$$R(x_m | x_{m-1}, x_{m-2}) = C - H(x_m | x_{m-1}, x_{m-2}) \quad (2.3.9)$$

ここに

$$H(x_m | x_{m-1}, x_{m-2}) = H(x_m, x_{m-1}, x_{m-2}) - H(x_{m-1}, x_{m-2}) \quad (2.3.10)$$

$$H(x_m, x_{m-1}, x_{m-2}) = - \sum_i^A \sum_j^A \sum_k^A p_{ijk} \log_2 p_{ijk} \quad (2.3.11)$$

$$H(x_{m-1}, x_{m-2}) = - \sum_j^A \sum_k^A p_{jk} \log_2 p_{jk} \quad (2.3.12)$$

$$p_{jk} = \sum_i^A p_{ijk} \quad (2.3.13)$$

実際のテレビ信号に対するこれらの冗長度の値は、Schreiber による  $H(x_m | x_{m-1})$  及び  $H(x_m | x_{m-1}, x_{m-2})$  の測定<sup>(2-5)</sup> 及び Capon による  $H(x_m | x_{m-1})$  の測定<sup>(2-7)</sup> によって推定される。この両者の測定は、いずれもスライドを flying spot scanner によって走査して取出した映像信号に対しておこなったものであり、測定器のノイズのためにだいぶ測定誤差が含まれているようであるが、冗長度の一応の目安は得られる。これらの測定結果を表 2.1 に示す<sup>\*</sup>。なお表 2.1 のデータでは、絵素の定義が Schreiber と Capon とでは異なっていることに注意を要する。Schreiber は各絵素は映像信号を  $1/8 \mu\text{sec.}$  毎にサンプルした値としているのに対し、Capon は一本の走査線上の絵素の数を 700 個と仮定している。すなわち Capon のデータでは絵素の間隔を細かくとっているので、冗長度の測定値は Schreiber の測定よりも大きくなっていることを考慮しなければならない。

表 2.1 信号レベルの遷移確率に基づく冗長度

| 画 像          | $R(x_m   x_{m-1})$        | $R(x_m   x_{m-1}, x_{m-2})$ | $R(x_m)$                  | 測 定 者     |
|--------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------|
| 風景(建造物)      | 4.1 <small>ビット/絵素</small> | 4.5 <small>ビット/絵素</small>   | 1.6 <small>ビット/絵素</small> | Schreiber |
| 建物の内部        | 2.6                       | —                           | 0.3                       |           |
| バスト・ショット(女性) | 3.6~4.3                   | —                           | —                         | Capon     |
| 風景(川岸)       | 2.8~3.5                   | —                           | —                         |           |
| 風景(林)        | 3.8~4.5                   | —                           | —                         |           |
| 風景(家)        | 3.1~3.9                   | —                           | —                         |           |
| 室内(家具)       | 4.1~4.3                   | —                           | —                         |           |

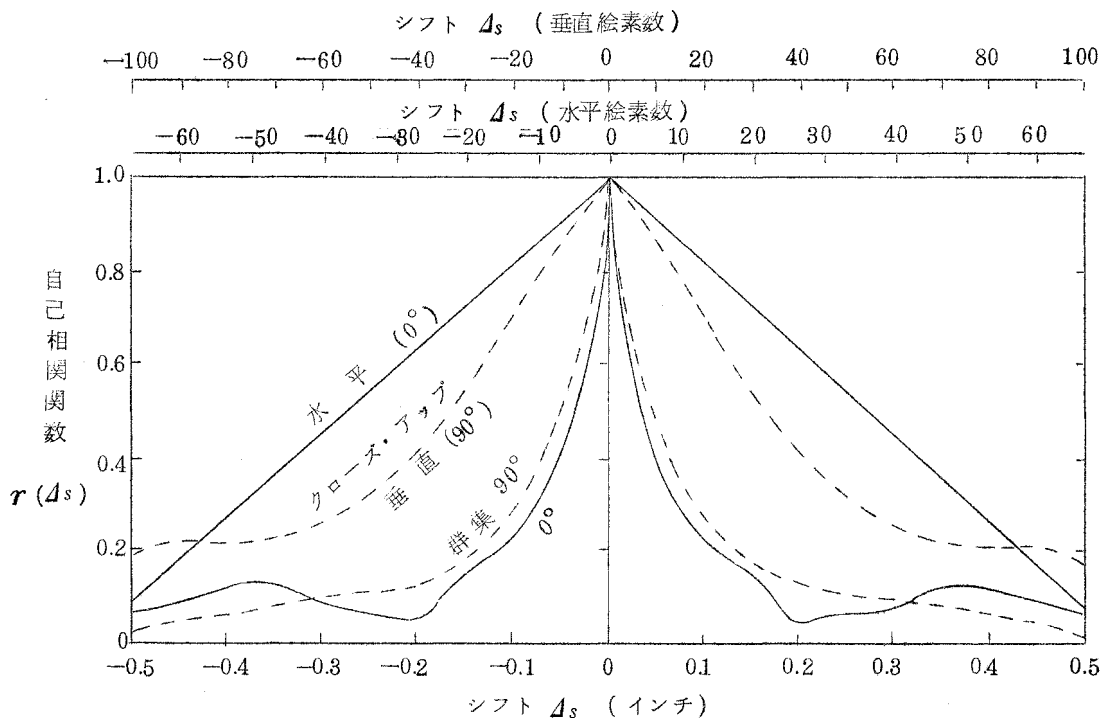
\* Schreiber 及び Capon は、エントロピー  $H(x_m | x_{m-1})$  と  $H(x_m | x_{m-1}, x_{m-2})$  の測定をおこなっているが、表 2.1 では冗長度に換算して示した。(Schreiber と Capon とでは測定時の量子化レベル数が異なるので、両者のデータを比較するときには量子化レベル数に関係しない冗長度によるのが望ましい。)

統計的符号化に於て、蓄積装置の容量を1フィールド程度として、最も冗長度の少ない画像に対しても符号化をおこなえることを条件にするならば、二次の確率密度に基く冗長度で利用しうる量は、上記のデーターから判断してせいぜい2ビット強(1絵素当り)であろう。また、三次の確率密度までを考慮してもその改善率はあまり大きくない。

#### 2.3.4 二次元自己相関関数

テレビジョンは走査によって画面の情報を送っているため、信号の統計的性質にも走査の影響が強く現われている。その結果、走査線間にも相当量の相関が存在する。この種の相関の性質を調べるには、走査をする以前の画面に立ちもどって、その性質を調べる方が容易である。テレビ画面の二次元(2-dimensional)相関関数を測定すれば、画面の統計的性質をかなりはっきりと知ることができる。

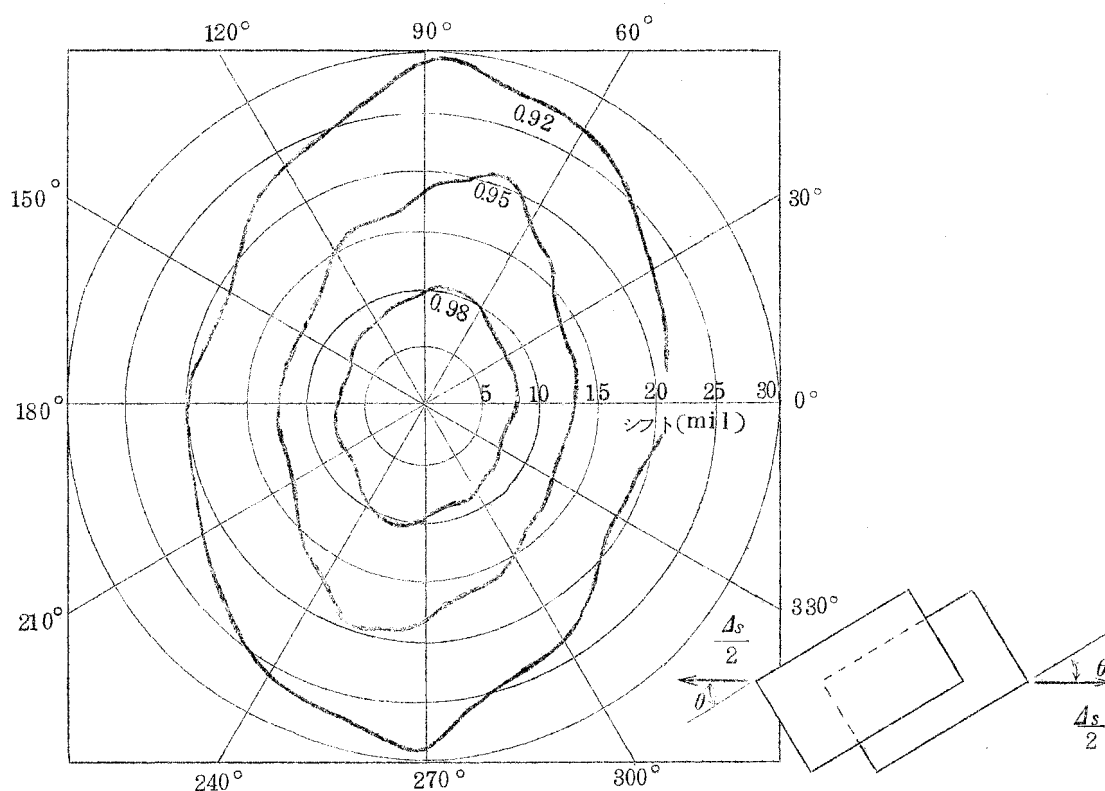
テレビ画面の二次元自己相関関数は、Kretzmer<sup>(2-4)</sup>とCapon<sup>(2-7)</sup>によって写真スライドを用いた光学的測定がなされている。両者とも類似の結果が得られているが、測定結果の一例を図2.3に示す。<sup>(2-4)</sup> これらの測定結果をみると、テレビ画面の二次元自己相関関数はほぼ等方的で、距離に関して指数関数的に減少していると仮定しても大過はないようである。



(a) 画像の自己相関関数

図 2.3 画像の二次元自己相関関数\*

\* 図 2.3 に記入した絵素数のスケールは、絵素間の間隔が横方向では 7.5 mil, 縦方向では 5 mil として換算したものである。なお被測定画像の大きさは  $2\frac{1}{2}$ "(縦)  $\times$   $3\frac{1}{4}$ "(横) (縦横比 3:3.9) である。したがって縦方向の絵素数は 500 個、横方向の絵素数は 433 個になっている。



(b) 二次元自己相関関数の等高線表示 (バスト・ショット)

図 2.3 画像の二次元自己相関関数

また相隣り合った絵素間の相関は、画像の細かさに応じてほぼ 0.99 ~ 0.75 の範囲にわたっている。なお、これらのデータは、信号の交流分に対する測定結果である。

二次元自己相関関数が与えられると、走査線間相関を利用した帯域圧縮の一つの限界を求めることができる。このくわしい議論は第 4 章でおこなうので、本節では相関関数のデータを示すに止める。

### 2.3.5 フレーム相関

テレビ画面は毎秒 30 フレーム (標準方式の放送の場合) の割合でくり返される。しかし 1 フレーム間の画面の変化は一般にはそれほど大きなものではなく、したがって信号は、30% の周期でくり返される周期信号に近いものと予測できる。信号はこの意味での冗長さも含んでいるであろう。この種の冗長性を調べるための一つの方法はフレーム相関を測定することである。

しかしフレーム相関に関する測定はほとんど発表されておらず、Kretzmer<sup>(2-4)</sup>が映画フィルムについて測定して 0.80 と 0.86 という二例を報告しているのと、滝氏<sup>(2-6)</sup>がテレビ信号に対して測定した結果が発表されているのみである。滝氏のデータは、大部分が直流分



を含んだままの相関関数の測定値である。しかしこのデーターから推定すると，交流分に対する相関関数は上記の Kretzmer の測定とほぼ同程度のものである。

これらのデーターは，フレーム相関の値は同一フレーム内の隣接した絵素間の相関に比して小さく，フレーム相関に基く冗長度はあまり大きくないことを示している。(第4章参照)

フレーム相関の状態は，このほか，Seylerによるフレーム差面積の測定<sup>(2-8)</sup>によってその傾向を知ることができる。このデーターは，テレビ画面上で，1フレーム間に輝度が振幅 ( $p-p$  値) の 0.05 以上変化している個所 (すなわち，フレーム差信号の絶対値が 0.05 以上の個所) の面積  $D_i$  (%) を長時間にわたって記録したもので，図 2.4 のような結果が得られている。 $D_i$  の算術平均は 18 % であり，1000 フレーム中の 95 % は  $D_i$  が 50 % 以下になるフレームであった。

Seyler の測定データーから推定すると，\* フレーム差信号の情報量を十分に平均化するため

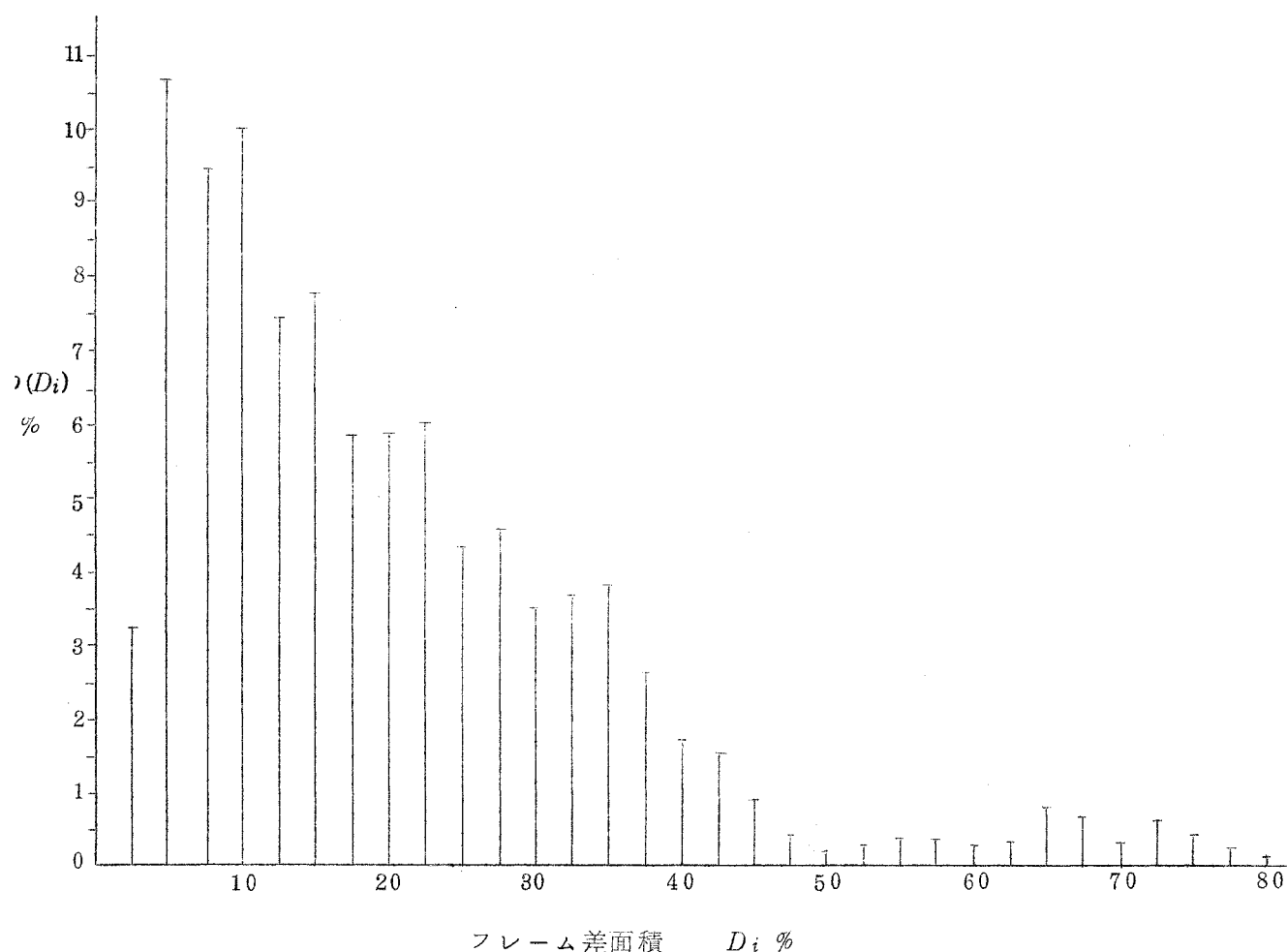


図 2.4 フレーム差面積の確率密度 (激しい動きのあるテレビ画面 1000 フレームに対する測定)

\* 文献<sup>(2-8)</sup>の Fig. 1 より推定

には、数百フレームもの蓄積装置を必要とするように思われる。したがって、フレーム差信号のみに基づく統計的符号化で満足すべき結果を得ることは、現在の技術段階では経済的に不可能と考えられる。

## 2.4 本章のとりまとめ

(1) テレビジョン系に於ける情報の流れを通信理論的に考察し、テレビ帯域圧縮に対する考え方を明らかにした。

(2) テレビ帯域圧縮方式としては、電気信号の持つ統計的冗長度の除去のみによる狭義の帯域圧縮と、人間の視覚系まで含めた伝送系を対象とする広義の帯域圧縮とがあることを示した。

(3) テレビ信号の統計量の測定データーを示し、このデーターに基づいて各種の統計的冗長度を検討した。なお、本章で論じた統計量は以下のものである。

信号のレベル分布，信号レベルの遷移確率，二次元自己相関関数，フレーム相関。

## 第 3 章 多次元空間内の予測定理<sup>(3-1)</sup>

### 3.1 概 要

次章に於てテレビ画面の統計的性質を解析して二次元線形冗長度の計算をおこなうが、この計算に必要な定理を本章で紹介し、その証明をおこなう。

この定理は、一般にテレビ信号や写真電送信号のように多次元空間内の走査によって得られる信号の未来の値を予測する線形予測に関するものである。入力信号が多次元空間内の弱定常確率過程と考え得る場合には、この定理を適用して信号の未来の値の最適線形予測値を容易に見出すことができる。従来はテレビ信号に対する予測問題は、主に一次元の時系列として取扱われていたので、走査線間相関やフィールド間相関をどのように利用すべきかを見出すことが困難であった。この定理は従来の一次元空間内の確率過程に対する予測定理を多次元に拡張したものである。

本章ではこの定理を、二次元の場合を対象にして紹介する。これはテレビ信号の未来の値を走査線間相関を利用して予測する問題を理想化したものと考えることができる。

この定理はさらに、フィールド相関を利用した予測問題に適するように、三次元に拡張することもできる。また飛越走査のある場合にも適用できるように変形することもできる。定理の三次元への拡張については 3.4 で簡単に論ずる。

### 3.2 二次元空間内の弱定常過程の性質<sup>(3-2) (3-3)</sup>

本節では、次節以下の議論で用いる記号の定義を兼ねて、二次元空間内の弱定常過程の一般的性質について説明する。

二次元空間内の一点  $(m, n)$  ( $m, n$  は整数) における状態がある確率変数  $x_{m,n}(\omega)$  で表わされるような場合に、確率変数  $x_{m,n}(\omega)$  の組を確率過程 (二次元離散形) と呼ぶ。 $x_{m,n}(\omega)$  は一般には複素数値をとるものとする。ただし、ここに  $\omega$  は確率空間内の見本点を示すパラメータである。テレビ画面を対象にする場合には、画面を基盤目状の絵素に分割して  $n$  番目の走査線上の  $m$  番目の絵素の輝度を  $x_{m,n}(\omega)$  と考えればよい。

ここでは  $x_{m,n}(\omega)$  が弱定常確率過程の場合を扱う。弱定常確率過程というのは、平均値および自己相関関数が空間座標  $(m, n)$  の並行移動に対して不変であるという性質を有する確率過程

である。したがって平均値  $E\{x_{m,n}(\omega)\}$  は一般には定数であるが、以後

$$E\{x_{m,n}(\omega)\} = 0 \quad (3.2.1)$$

とおく、ここに  $E$  は期待値、すなわち  $\omega$  に関する平均演算を表わす。平均値が 0 でないときには  $x_{m,n}(\omega)$  の代りに  $x_{m,n}(\omega) - E\{x_{m,n}(\omega)\}$  を考えればその平均値は 0 になるから、はじめから式 (3.2.1) を仮定しておいても一般性を失わない。

弱定常過程であるから自己相関関数

$$r_{\mu,\nu} = E\{x_{m+\mu,n+\nu}(\omega) \cdot \overline{x_{m,n}(\omega)}\} \quad (3.2.2)$$

( $\mu, \nu$  は整数)

は ( $m, n$ ) に無関係な ( $\mu, \nu$ ) のみの関数として定まる。ここに  $\overline{x_{m,n}(\omega)}$  は  $x_{m,n}(\omega)$  の共軛複素数を表わす。さらにこの  $r_{\mu,\nu}$  はスペクトル分解ができて、スペクトル分布関数  $\Phi(u, v)$  によって次のように表わせる。

$$r_{\mu,\nu} = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\mu u + \nu v)} d\Phi(u, v) \quad (3.2.3)$$

$$\Phi(-\pi, -\pi) = 0$$

ここに  $\Phi(u, v)$  は有界で、各変数  $u, v$  について非減少の関数であり、連続点では一意的に定まる。

ここでは  $\Phi(u, v)$  が絶対連続の場合のみを扱うことにする。したがって、ほとんど至るところスペクトル密度

$$\varphi(u, v) = 4\pi^2 \frac{\partial^2 \Phi(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (3.2.4)$$

が存在し、 $0 \leq \varphi(u, v) \in L^*$  である。スペクトル密度によれば式 (3.2.3) は次のように表わすこともできる。

$$r_{\mu,\nu} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\mu u + \nu v)} \varphi(u, v) du dv \quad (3.2.5)$$

さらに  $x_{m,n}(\omega)$  そのものも次のようにスペクトル分解できる。

$$x_{m,n}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu + nv)} dZ(u, v; \omega) \quad (3.2.6)$$

※  $L$  は Lebesgue 積分可能な可積関数族を表わす。一般に  $L_p[dF]$  は Lebesgue-Stieltjes の意味で

$$\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(u, v)|^p dF(u, v) < \infty$$

となるような可測関数  $f(u, v)$  の全体からなる集合を表わす。特に  $dF(u, v) = du dv$  のときは

$L_p[du dv]$  または  $L_p$  と記す。 $p=1$  のときには単に  $L$  と記す。

一変数の関数に対しても同様の記号を用いる。

ここに  $Z(u, v; \omega)$  は直交過程であって

$$E\{|Z(u, v; \omega)|^2\} = \Phi(u, v) \quad (3.2.7)$$

これは一次元空間内の定常確率過程に対する Kolmogoroff のスペクトル分解に対応するものである。

また、 $x_{m,n}(\omega)$  の任意の一次結合で与えられる確率変数の分散に対して次の等式が成立する。

$$E\left\{\left|\sum_{\nu=1}^N c_{\nu} x_{m_{\nu}, n_{\nu}}(\omega)\right|^2\right\} = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left|\sum_{\nu=1}^N c_{\nu} e^{j(m_{\nu} u + n_{\nu} v)}\right|^2 d\Phi(u, v) \quad (3.2.8)$$

これは  $m_{\nu}, n_{\nu}$  が任意の整数値を、 $c_{\nu}$  が任意の複素数値をとるときに成立する。さらに一般的な表現をすれば、任意の関数  $f(u, v) \in L_2[d\Phi]$  に対して

$$\begin{aligned} E\left\{\left|\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(u, v) dZ(u, v; \omega)\right|^2\right\} \\ = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(u, v)|^2 d\Phi(u, v) \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

が成立する。したがって、分散が有限な離散形の弱定常過程に関する線形問題は、 $L_2[d\Phi]$  空間内の線形問題に 1 対 1 に対応させることができる。

なお以下においては、確率空間内の見本点を示すパラメーター  $\omega$  を記すのを省略する。

### 3.3 二次元空間内の線形予測

テレビの映像信号や写真電送信号を受信しているときに、現在および過去に受信した信号のみに基づいて未来の信号値を予測する問題は、1 フィールド内に含まれている信号のみを対象にするならば二次元画面に対する予測問題として取扱うことができる。この画面が二次元空間内の弱定常確率過程と考えられる場合には、(画面の大きさが有限であることを無視すれば) 二次元空間内の予測問題として次のように表現することができる。

$$x_{m-\mu, n-\nu} \left( \text{ただし} \begin{cases} \nu = 0, 1, 2, \dots \\ \mu = \begin{cases} 1, 2, 3, \dots & (\nu = 0) \\ 0, \pm 1, \pm 2, \dots & (\nu \geq 1) \end{cases} \end{cases} \right)$$

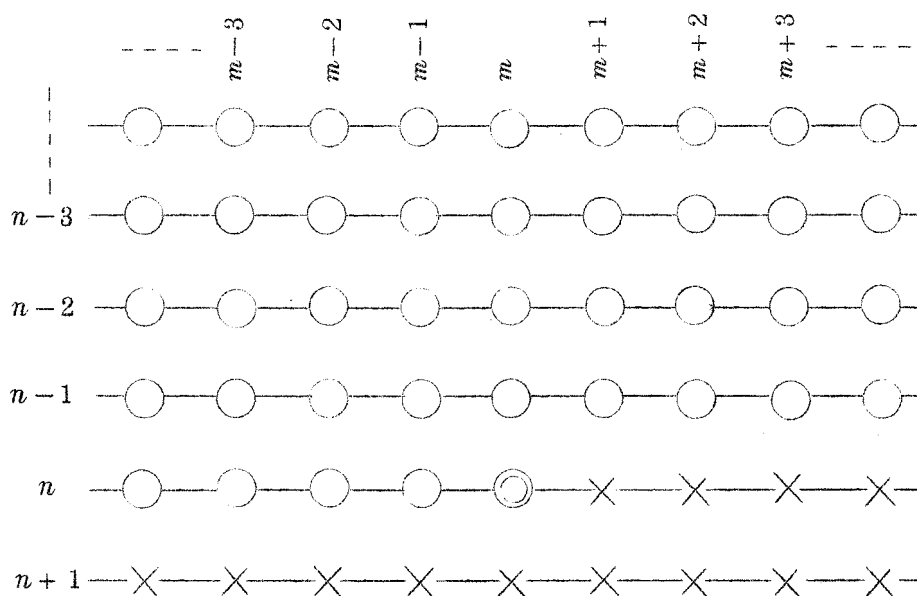
の値 (図 3.1 で○印を付した絵素の値) を知り、その一次結合

$$x_{m,n}^* = \sum_{\mu=1}^{\infty} c_{\mu,0} x_{m-\mu,n} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} c_{\mu,\nu} x_{m-\mu,n-\nu} \quad (3.3.1)$$

をもって  $x_{m,n}$  の値 (図 3.1 で◎印を付した絵素の値) を予測する問題を考える。予測誤差 (自乗平均値)

$$\varepsilon = E \{ |x_{m,n} - x_{m,n}^*|^2 \} \quad (3.3.2)$$

を最小にするような係数  $c_{\mu,\nu}$  による  $x_{m,n}^*$  を  $x_{m,n}$  の最適線形予測値という。



○印の絵素の値  $x_{m-\mu, n-\nu}$  を知って，⊙印の絵素の値  $x_{m,n}$  を予測する。

図 3.1 二次元空間内の予測，  
(1,0) 単位先の予測

以下 3.3.1 では最適線形予測の誤差すなわち  $\varepsilon$  の最小値  $\min \varepsilon$  の値について述べ，続いて 3.3.2 で最適線形予測値の求め方について論じ，さらに 3.3.3 で移動平均形表現について述べる。最後にこのようにして得られた予測定理をまとめて 3.3.4 で述べる。なお簡単な例題を 3.3.5 に記す。

### 3.3.1 最適線形予測の誤差

(a) 最初に

$$x_{m-\mu, n-\nu} \left( \text{ただし} \begin{cases} \nu = 0, 1, 2, \dots, N \\ \mu = \begin{cases} 1, 2, 3, \dots, M & (\nu = 0) \\ 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M & (\nu \geq 1) \end{cases} \end{cases} \right)$$

の値だけを知って，その一次結合

$$\begin{aligned}
x_{m,n}^* &= \sum_{\mu=1}^M c_{\mu,0} x_{m-\mu,n} + \sum_{\nu=1}^N \sum_{\mu=-M}^M c_{\mu,\nu} x_{m-\mu,n-\nu} \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv)} \{1 - P_{MN}(e^{ju}, e^{jv})\} dZ(u, v)
\end{aligned} \tag{3.3.3}$$

で  $x_{m,n}$  の値を予測する問題を考える。

ただし，ここに

$$P_{MN}(e^{ju}, e^{jv}) = 1 - \sum_{\mu=1}^M \overline{c_{\mu,0}} e^{j\mu u} - \sum_{\nu=1}^N \sum_{\mu=-M}^M \overline{c_{\mu,\nu}} e^{j(\mu u + \nu v)} \tag{3.3.4}$$

このとき予測誤差  $\epsilon_{MN}$  は

$$\begin{aligned}
\epsilon_{MN} &= E \{ |x_{m,n} - x_{m,n}^*|^2 \} \\
&= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |P_{MN}(e^{ju}, e^{jv})|^2 \varphi(u, v) du dv
\end{aligned} \tag{3.3.5}$$

である。係数  $c_{\mu,\nu}$  を変化させたときの  $\epsilon_{MN}$  の最小値を  $\min \epsilon_{MN}$  と記すと， $\min \epsilon_{MN}$  は  $M, N$  に関して有界単調非増加数列である。故に  $M, N \rightarrow \infty$  の極限值が存在する。この極限值が最適線形予測の誤差  $\min \epsilon$  である。

(b) 式 (3.3.5) に算術平均と幾何平均に対する不等式を適用すると，

$$\epsilon_{MN} \geq G \{ |P_{MN}(e^{ju}, e^{jv})|^2 \} \cdot G \{ \varphi(u, v) \} \tag{3.3.6}$$

ただし，ここに  $G$  は幾何平均を求める演算を表わす。すなわち一般に任意の関数  $0 \leq f(u, v) \in L$  に対して

$$\begin{aligned}
G[f] &= G[f(u, v)] \\
&= \exp \left\{ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log f(u, v) du dv \right\}
\end{aligned} \tag{3.3.7}$$

$\log f(u, v)$  が Lebesgue 積分不可能な場合には  $G[f] = 0$  と定義する。

ところで  $P_{MN}(e^{ju}, e^{jv})$  は  $e^{ju}$  を固定して  $e^{jv}$  のみの関数とみなせば  $N$  次の多項式で定数項は  $(1 - \sum_{\mu=1}^M \overline{c_{\mu,0}} e^{j\mu u})$  である。したがって

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log |P_{MN}(e^{ju}, e^{jv})|^2 dv \geq \log |1 - \sum_{\mu=1}^M \overline{c_{\mu,0}} e^{j\mu u}|^2 \tag{3.3.8}$$

同様にして

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log |1 - \sum_{\mu=1}^M \overline{c_{\mu,0}} e^{j\mu u}|^2 du \geq 0 \tag{3.3.9}$$

故に，式 (3.3.8)，(3.3.9) によって

$$G[|P_{MN}(e^{ju}, e^{jv})|^2] \geq 1 \quad (3.3.10)$$

したがって，式 (3.3.6)，(3.3.10) によって  $\epsilon_{MN} \geq G[\varphi]$ 。この不等式は任意の係数  $c_{\mu, \nu}$  に対して成立するのであるから  $\min \epsilon_{MN} \geq G[\varphi]$ 。故に

$$\min \epsilon \geq G[\varphi(u, v)] \quad (3.3.11)$$

(c) 実際には  $\min \epsilon = G[\varphi]$  であり，ここで証明することもできるが， $G[\varphi] > 0$  のときには 3.3.2 で述べるように最適線形予測値を求める過程において付随的に証明されるので，ここでは証明を省略する。

この関係は  $G[\varphi] = 0$  の場合にも成立する。このことは一次元空間内の予測問題の場合<sup>(3-2)</sup>と同様の方法で証明することができる。 $\min \epsilon = G[\varphi] = 0$  の場合には， $x_{m,n}$  を  $x_{m,n}^*$  で予測するとき，予測誤差をいくらでも小さくできる。このとき  $x_{m,n}$  を決定論的(deterministic)な確率過程と呼ぶ。

一方  $\min \epsilon = G[\varphi] > 0$  の場合には， $x_{m,n}$  を非決定論的(non-deterministic)な確率過程という。本章では，非決定論的な確率過程の予測問題のみを扱うことにする。

### 3.3.2 最適線形予測値

(a) 後の議論に必要な関数  $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$  を導入する。最初にこの関数の持つ性質について述べ，次に，この性質を持つ関数が実際に存在することを示す。

関数  $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$  の性質

関数  $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$  は

$$|\Psi(e^{ju}, e^{jv})|^2 = \varphi(u, v) \quad (\text{a.e.})^* \quad (3.3.12)$$

を満足し，かつ，次の形式の級数

$$\Psi(e^{ju}, e^{jv}) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \overline{k_{\mu 0}} e^{j\mu u} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \overline{k_{\mu \nu}} e^{j(\mu u + \nu v)} \quad (A^* \text{ 総和}) \quad (3.3.13)$$

---

\* a.e. = almost everywhere (ほとんど至るところ)



によって表わせる。但しこの級数は $A^*$ 総和法<sup>※1</sup>によって総和するものとする。〔なおこの級数は、二乗平均収束の意味での総和と考えても差支えない。〕

さらに、 $u$  をパラメーター（実数）と考えて

$$\Psi(e^{ju}, V) = \left( \sum_{\mu=0}^{\infty} \overline{k_{\mu 0}} e^{j\mu u} \right) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left( \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \overline{k_{\mu \nu}} e^{j\mu u} \right) V^{\nu} \quad (3.3.14)$$

を複素変数 $V$ の関数とみなすと、ほとんどすべての $u$ に対して $\Psi(e^{ju}, V)$ は関数族 $H_2$ <sup>※2</sup>に属し、かつ $|V| < 1$ に零を持たない。ただし右辺の $\mu$ に関する総和はAbel総和によるものとする。

さらにまた

$$\Psi(U, 0) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \overline{k_{\mu 0}} U^{\mu} \quad (3.3.15)$$

を複素変数 $U$ の関数とみなせば、 $\Psi(U, 0)$ は $H_2$ に属し、 $|U| < 1$ に零を持たない。

以上の性質を持つ関数は $\Psi(0, 0) = \overline{k_{00}} > 0$ という条件を付すと一意的に定まる。このとき

$$[\Psi(0, 0)]^2 = k_{00}^2 = G[\varphi] \quad (3.3.16)$$

である。

#### 関数 $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$ の誘導

上記の性質を持つ関数 $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$ が実際に存在することを証明する。

本章では非決定論的な確率過程のみを取扱っているから $G[\varphi] > 0$ ，すなわち $\log \varphi(u, v) \in L$ である。したがって、次式によって $u$ の関数

$$\varphi_1(u) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log \varphi(u, v) dv \right\} \quad (3.3.17)$$

を定義すると、 $\varphi_1(u)$ はほとんど至るところ存在し、 $0 \leq \varphi_1(u) \in L$ である。また

※1 一般に $(r_1 e^{ju}, r_2 e^{jv})$  ( $|r_1| < 1, |r_2| < 1$ ) が non-tangentially に $(e^{ju_0}, e^{jv_0})$ に近づくときに、級数 $\sum_m \sum_n r_{mn} r_1^m |r_2|^n e^{j(mu+nv)}$ が極値 $S$ に近づくならば、級数 $\sum_m \sum_n r_{mn} e^{j(mu_0+nv_0)}$ は和 $S$ に $A^*$ 総和可能という。(3-4)

なお一般に、関数 $f(u, v) \in L_p$  ( $p > 1$ ) の(二重) Fourier 級数はほとんどすべての $(u, v)$ に対して $f(u, v)$ に $A^*$ 総和可能である。(3-4)

※2 一般に複素変数 $U$ の関数 $f(U) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n U^n$ が $|U| < 1$ で正則であり、かつ積分

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(re^{ju})|^2 du$$

がすべての $0 \leq r < 1$ に対して有界ならば $f(U)$ は関数族 $H_2$ に属するという。この条件は級数 $\sum_{n=0}^{\infty} |c_n|^2$ が、収束することと等価である。

〔なお一般に、 $f(U)$ が $U$ の有理関数であれば、 $f(U) \in H_2$ のための必要十分条件は、 $f(U)$ が $|U| \leq 1$ に極を持たないことである。〕

$$G[\varphi_1] = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log \varphi_1(u) du \right\} = G[\varphi] \quad (3.3.18)$$

であるから  $\log \varphi_1(u) \in L$  である。

したがって，関数族  $H_2$  に属する関数  $\Psi_1(U)$  で  $|U| < 1$  に零を持たず，

$$|\Psi_1(e^{ju})|^2 = \varphi_1(u) \quad (\text{a.e.}) \quad (3.3.19)$$

を満足し，かつ  $\Psi_1(0) > 0$  のものが一意的に求められる。<sup>(3-2)</sup> ただしここに

$$\Psi_1(e^{ju}) \equiv \lim_{r \rightarrow 1-0} \Psi_1(re^{ju}) \quad (3.3.20)$$

を表わすものと定義する。このとき

$$[\Psi_1(0)]^2 = G[\varphi_1] = G[\varphi] \quad (3.3.21)$$

が成立つ。<sup>(3-2)</sup>

この  $\Psi_1(U)$  の冪級数表示を

$$\Psi_1(U) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \overline{k_{\mu 0}} U^{\mu} \quad (|U| < 1) \quad (3.3.22)$$

と書くことにする。

なお，以上のように定義された関数  $\Psi_1(U)$  は

$$\Psi_1(U) = \exp \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log \varphi_1(u) \frac{e^{ju+U}}{e^{ju-U}} du \right\} \quad (|U| < 1) \quad (3.3.23)$$

と表わすこともできる。<sup>(3-4)</sup> <sup>(3-2)</sup>

同様にして， $\varphi(u, v)$  で  $u$  を助変数とみなし， $v$  のみの関数と考えると，ほとんどすべての  $u$  に対して以下の性質を持つ関数  $\Psi_2(V; u)$  が一意的に求められる。すなわち  $\Psi_2(V; u)$  は複素変数  $V$  の関数として  $H_2$  に属し， $|V| < 1$  に零を持たず，

$$|\Psi_2(e^{jv}; u)|^2 \equiv \lim_{r \rightarrow 1-0} |\Psi_2(re^{jv}; u)|^2 = \varphi(u, v) \quad (\text{a.e.}) \quad (3.3.24)$$

を満足し， $\Psi_2(0; u) > 0$  で

$$[\Psi_2(0; u)]^2 = \varphi_1(u) \quad (\text{a.e.}) \quad (3.3.25)$$

である。なお式 (3.3.24) から明らかなように  $\Psi_2(e^{jv}; u) \in L[du dv]$  である。

積分表示によれば  $\Psi_2(V; u)$  は

$$\Psi_2(V; u) = \exp \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log \varphi(u, v) \frac{e^{jv} + V}{e^{jv} - V} dv \right\} \quad (\text{a.e.})$$

$$(|V| < 1) \quad (3.3.26)$$

と表わすこともできる。

上記の関数  $\Psi_1(U)$  と  $\Psi_2(V;u)$  とによって，次の関数を定義する。

$$\Psi_3(V;u) = \frac{\Psi_1(e^{ju}) \Psi_2(V;u)}{\Psi_2(0;u)} \quad (|V| \leq 1) \quad (3.3.27)$$

式 (3.3.19), (3.3.24), (3.3.25) によると

$$|\Psi_3(e^{ju};u)|^2 = \varphi(u,v) \quad (\text{a.e.}) \quad (3.3.28)$$

の成立することがわかる。

ところで，式 (3.3.27) から明らかなように， $\Psi_3(V;u)$  を  $V$  の関数とみなすと関数族  $H_2$  に属するので， $V$  の冪級数展開が可能である。これを次のように表わす。

$$\Psi_3(V;u) = \Psi_1(e^{ju}) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \phi_{\nu}(u) V^{\nu} \quad (|V| < 1) \quad (3.3.29)$$

$V^{\nu}$  の係数  $\phi_{\nu}(u)$  ( $\nu=1, 2, \dots$ ) の間には次の関係が成立する。 [ $\Psi_3(V;u) \in H_2$  で，式 (3.3.28) が成立するから。(3-2) ]

$$|\Psi_1(e^{ju})|^2 + \sum_{\nu=1}^{\infty} |\phi_{\nu}(u)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u,v) dv \quad (3.3.30)$$

故に  $\phi_{\nu}(u)$  ( $\nu=1, 2, \dots$ ) は  $u$  の関数として  $L_2$  に属する。したがって  $\phi_{\nu}(u)$  の Fourier 係数を  $\overline{k_{\mu\nu}}$  と書けば， $\phi_{\nu}(u)$  は，

$$\phi_{\nu}(u) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \overline{k_{\mu\nu}} e^{j\mu u} \quad (\text{Abel 和}) (\text{a.e.}) \quad (\nu=1, 2, 3, \dots) \quad (3.3.31)$$

と表わせる。但しこの級数は Abel 総和によるものと定義する。 [ $\phi_{\nu}(u) \in L_2$  であるから，平均収束の意味での極限と考えても差支えない。(Riesz-Fischer の定理) ]

したがって式 (3.3.22), (3.3.29), (3.3.31) を用いて  $\Psi_3(V;u)$  を級数表示すれば，次式を得る。

$$\Psi_3(V;u) = \left( \sum_{\mu=0}^{\infty} \overline{k_{\mu 0}} e^{j\mu u} \right) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left( \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \overline{k_{\mu\nu}} e^{j\mu u} \right) V^{\nu} \quad (|V| \leq 1) \quad (3.3.32)$$

但し上式で， $\mu$  に関する級数は Abel 総和によるものとする。また  $|V|=1$  のときには，

$\Psi_2(V;u)$  と同様に

$$\Psi_3(e^{ju};u) \equiv \lim_{r \rightarrow 1-0} \Psi_3(r e^{ju};u) \quad (3.3.33)$$

を意味するものと定義する。

この  $\Psi_3(e^{ju}; u)$  を  $e^{ju}$  と  $e^{jv}$  の関数とみなして  $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$  と書くことにする。すなわち

$$\Psi(e^{ju}, e^{jv}) = \Psi_3(e^{jv}; u)$$

$$= \sum_{\mu=0}^{\infty} \bar{k}_{\mu 0} e^{j\mu u} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \bar{k}_{\mu\nu} e^{j(\mu u + \nu v)} \quad (3.334)^*$$

ところで右辺の級数は累次級数の Abel 和 [まず  $\nu$  の各項に対して  $\mu$  に関する Abel 和を求め, その結果に対して  $\nu$  に関する Abel 和を求める] として定義したが,  $\Psi(e^{ju}, e^{jv}) = \Psi_3(e^{jv}; u) \in L_2[du dv]$  [これは例えば式 (3.328) より明らかである] であるから, 二重級数の  $A^*$  和と考えても結果は同じである。すなわち右辺の級数は  $\Psi(e^{ju}, e^{jv}) = \Psi_3(e^{jv}; u) \in L_2$  の Fourier 級数となっているので, その  $A^*$  和はほとんど至るところ  $\Psi(e^{ju}, e^{jv}) = \Psi_3(e^{jv}; u)$  に一致する。[p.20 の脚注参照] さらにまた, Riesz-Fischer の定理によれば, この級数は二重級数の平均収束の意味での極限と考えても差支えないことがわかる。

この関数  $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$  が前述の性質を満足することは,

$$\Psi(e^{ju}, V) = \frac{\Psi_1(e^{ju})}{\Psi_2(0; u)} \Psi_2(V; u) \quad (|V| \leq 1) \quad (3.335)$$

$$\Psi(U, 0) = \Psi_1(U) \quad (|U| \leq 1) \quad (3.336)$$

であることに注目すれば明らかである。

(b) ここでは, 次の形式の関数列

$$F_{MN}(U, V) = 1 + \sum_{\mu=1}^M a_{\mu 0}^{(MN)} U^\mu + \sum_{\nu=1}^N \sum_{\mu=-M}^M a_{\mu\nu}^{(MN)} U^\mu V^\nu$$

$$(M, N = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.337)$$

で

$$\lim_{M, N \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| F_{MN}(e^{ju}, e^{jv}) - \frac{\Psi(0,0)}{\Psi(e^{ju}, e^{jv})} \right|^2 \varphi(u, v) du dv = 0 \quad (3.338)$$

となるものが存在することを証明する。ここに  $a_{\mu\nu}^{(MN)}$  は定数である。

\*  $|U| < 1, |V| < 1$  のときには

$$\Psi(U, V) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \bar{k}_{\mu 0} U^\mu + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \bar{k}_{0\nu} + \sum_{\mu=1}^{\infty} (\bar{k}_{\mu\nu} U^\mu + \bar{k}_{-\mu\nu} \bar{U}^\mu) \right\} V^\nu$$

を意味する。

証 明

i)  $g_K(U)$  を, 次の形式の  $K$  次の多項式

$$g_K(U) = 1 + \sum_{\mu=1}^K b_{\mu}^{(K)} U^{\mu} \quad (K=0, 1, 2, \dots) \quad (3.3.39)$$

で, 積分

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g_K(e^{ju})|^2 \varphi(u) du \quad (K=0, 1, 2, \dots) \quad (3.3.40)$$

を最小にするような係数  $b_{\mu}^{(K)}$  を持つものとするれば

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g_K(e^{ju}) \psi_1(e^{ju}) - \psi_1(0)|^2 du = 0 \quad (3.3.41)$$

が成立する。(3-2) したがって, 任意の  $\eta > 0^*$  に対して適当な  $K = K(\eta)$  を選べば

$$(0 \leq) \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g_K(e^{ju}) \psi_1(e^{ju}) - \psi_1(0)|^2 du dv < \frac{\eta}{9} \quad (3.3.42)$$

とすることができる。

ii)  $\varphi(u, v)$  で  $u$  を固定して,  $v$  のみを変数と考える。i) と同様に,  $h_N(V; u)$  を, 次の形式の  $V$  の  $N$  次の多項式 (係数  $b_{\nu}^{(N)}(u)$  は一般には  $u$  の関数)

$$h_N(V; u) = 1 + \sum_{\nu=1}^N b_{\nu}^{(N)}(u) \cdot V^{\nu} \quad (N=0, 1, 2, \dots) \quad (3.3.43)$$

で, 積分

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |h_N(e^{jv}; u)|^2 \varphi(u, v) dv \quad (N=0, 1, 2, \dots) \quad (3.3.44)$$

を最小にするような係数  $b_{\nu}^{(N)}(u)$  (一般には  $u$  の関数) を持つものとするれば

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |h_N(e^{jv}; u) \psi_2(e^{jv}; u) - \psi_2(0; u)|^2 dv = 0 \quad (3.3.45)$$

が成立する。

この  $h_N(e^{jv}; u)$  に対して, 適当な  $N = N(\eta, K) = N(\eta)$  を選べば

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g_K(e^{ju}) h_N(e^{jv}; u) \psi(e^{ju}, e^{jv}) - g_K(e^{ju}) \psi_1(e^{ju})|^2 du dv < \frac{\eta}{9} \quad (3.3.46)$$

とできることを, 以下で証明する。

式 (3.3.46) の被積分関数を  $f_N(u, v)$  と書くと,

\* この  $\eta$  は, 数学関係の文献では普通  $\epsilon$  という記号で表わされている。

$$\begin{aligned}
f_N(u, v) &= |g_K(e^{ju})h_N(e^{jv}; u)\psi(e^{ju}, e^{jv}) - g_K(e^{ju})\psi_1(e^{ju})|^2 \\
&= |g_K(e^{ju})|^2 \cdot |h_N(e^{jv}; u)\psi_2(e^{jv}; u) - \psi_2(0, u)|^2
\end{aligned} \quad (3.3.47)$$

但しここで，式(3.3.35)，(3.3.19)，(3.3.25)の関係を用いた。したがって，式(3.3.45)によれば

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_N(u, v) dv = 0 \quad (3.3.48)$$

一方，式(3.3.44)の積分の値(最小値)は $N \rightarrow \infty$ のとき単調非増加であるから次の不等式が成立する。

$$\begin{aligned}
(0 \leq) & \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |h_N(e^{jv}; u)|^2 \varphi(u, v) dv \\
& \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |h_0(e^{jv}; u)|^2 \varphi(u, v) dv \\
& = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u, v) dv \quad (N=0, 1, 2, \dots)
\end{aligned} \quad (3.3.49)$$

ここで式(3.3.47)にMinkowskiの不等式を適用し，式(3.3.24)，(3.3.25)，(3.3.49)を参照すれば

$$\begin{aligned}
(0 \leq) & \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_N(u, v) dv \\
& \leq |g_K(e^{ju})|^2 \cdot \left[ \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u, v) dv \right\}^{\frac{1}{2}} + \{\varphi_1(u)\}^{\frac{1}{2}} \right]^2 \\
& \quad (N=0, 1, 2, \dots)
\end{aligned} \quad (3.3.50)$$

が成立する。すなわち，左辺を $u$ の関数とみなせば，この関数は， $N$ に無関係な可積分関数によって上限をおさえられている。したがって，式(3.3.48)にLebesgueの極限定理を適用すれば

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_N(u, v) dv \right\} du = 0 \quad (3.3.51)$$

を得る。故に $(f_N(u, v) \geq 0)$ ，であるから $f_N(u, v) \in L[du dv]$ であって

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_N(u, v) du dv = 0 \quad (3.3.52)$$

よって，式(3.3.47)の関係に注意すれば，式(3.3.46)の成立することがわかる。

iii) 次に，式 (3.3.46) を満足する  $h_N(e^{jv}; u)$  について，関数  $b_\nu^{(N)}(u)$  ( $\nu = 1, 2, \dots, N$ ) [式 (3.3.43) 参照] を三角多項式で近似することを考える。

ところで  $h_N(V; u)$  で， $u$  を実数値に固定して複素変数  $V$  の関数とみなせば，ほとんどすべての  $u$  に対して， $h_N(V; u)$  の零はすべて  $|V| > 1$  に存在する<sup>(3-2)</sup> したがって， $b_\nu^{(N)}(u)$  は  $u$  の関数として有界である。

$b_\nu^{(N)}(u)$  を  $J$  次の三角多項式で近似できたとすると，これに対応する  $h_N(e^{jv}; u)$  の近似式は次の形式の関数  $H_{JN}(e^{ju}, e^{jv})$  で表わされる。

$$H_{JN}(e^{ju}, e^{jv}) = 1 + \sum_{\nu=1}^N \left( \sum_{\mu=-J}^J b_{\mu\nu}^{(JN)} e^{j\mu u} \right) e^{j\nu v} \quad (3.3.53)$$

ここに  $b_{\mu\nu}^{(JN)}$  は定数である。

ところで，Minkowski の不等式によると，

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |h_N(e^{jv}; u) - H_{JN}(e^{ju}, e^{jv})|^2 \cdot |g_K(e^{ju})|^2 \varphi(u, v) du dv \\ & \leq \left[ \sum_{\nu=1}^N \left\{ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |b_\nu^{(N)}(u) - \sum_{\mu=-J}^J b_{\mu\nu}^{(JN)} e^{j\mu u}|^2 \cdot |g_K(e^{ju})|^2 \varphi(u, v) du dv \right\}^{\frac{1}{2}} \right]^2 \end{aligned} \quad (3.3.54)$$

が成立する。この右辺の  $\{ \}$  内の積分は，十分大きな  $J$  を選べば係数  $b_{\mu\nu}^{(JN)}$  を適当に定めていかに何でも小さくできる。[p. 27 の注参照] したがって適当な  $J = J(\eta, K, N) = J(\eta)$  を選べば

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |h_N(e^{jv}; u) - H_{JN}(e^{ju}, e^{jv})|^2 \cdot |g_K(e^{ju})|^2 \varphi(u, v) du dv < \frac{\eta}{9} \quad (3.3.55)$$

とすることができる。この式は，式 (3.3.12) を用いて書きなおせば

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g_K(e^{ju}) H_{JN}(e^{ju}, e^{jv}) \Psi(e^{ju}, e^{jv}) \\ & - g_K(e^{ju}) h_N(e^{jv}; u) \Psi(e^{ju}, e^{jv})|^2 du dv < \frac{\eta}{9} \end{aligned} \quad (3.3.56)$$

となる。

iv) 式 (3.3.42)，(3.3.46)，(3.3.56) を Minkowski の不等式を用いて組合せると

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g_K(e^{ju}) H_{JN}(e^{ju}, e^{jv}) \Psi(e^{ju}, e^{jv}) - \Psi_1(0)|^2 du dv < \eta \quad (3.3.57)$$

が得られる。この式を，式 (3.3.12)，(3.3.36) を用いて書きなおすと，

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g_K(e^{ju}) H_{JN}(e^{ju}, e^{jv}) - \frac{\Psi(0,0)}{\Psi(e^{ju}, e^{jv})}|^2 \varphi(u, v) du dv < \eta \quad (3.3.58)$$

が得られる。

故に  $F_{MN}(e^{ju}, e^{jv})$  を

$$F_{MN}(e^{ju}, e^{jv}) = g_K(e^{ju}) H_{JN}(e^{ju}, e^{jv}) \quad (3.3.59)$$

$$M = K + J$$

と選べば

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |F_{MN}(e^{ju}, e^{jv}) - \frac{\Psi(0,0)}{\Psi(e^{ju}, e^{jv})}|^2 \varphi(u, v) du dv < \eta \quad (3.3.60)$$

が成立する。この関係は，十分大きな  $M, N$  を選べば任意の  $\eta$  について成立するのであるから式 (3.3.38) が得られる。 (証明終り)

[注] 式 (3.3.54) の  $\{ \}$  内の積分は，十分大きな整数  $J$  を選べば係数  $b_{\mu\nu}^{(JN)}$  適当に定めて，いかほどでも小さくできることを証明する。このためには，次の補助定理の成立することを証明すればよい。

補助定理 “非負の関数  $0 \leq f(u) \in L$  と有界な関数  $|b(u)| \leq B$  が与えられたときに，任意の  $\eta > 0$  に対し

$$\int_{-\pi}^{\pi} |b(u) - t(u)|^2 f(u) du < \eta \quad (1)$$

を満足する三角多項式  $t(u)$  が存在する。”

証明  $\sigma_n(u)$  を  $b(u)$  の Fourier 級数の  $(C, 1)$  平均とすると， $|b(u)| \leq B$  であるから

$$|\sigma_n(u)|^2 \leq B \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

である。(3-4) したがって次の不等式が成立する。

$$\begin{aligned} 0 &< \int_{-\pi}^{\pi} |b(u) - \sigma_n(u)|^2 f(u) du \\ &= \int_{f(u) \geq M} |b(u) - \sigma_n(u)|^2 f(u) du + \int_{f(u) < M} |b(u) - \sigma_n(u)|^2 f(u) du \\ &\leq 4B^2 \int_{f(u) \geq M} f(u) du + M \int_{-\pi}^{\pi} |b(u) - \sigma_n(u)|^2 du \end{aligned} \quad (3)$$

ところで  $f(u) \in L$  であるから，任意の  $\eta > 0$  に対して，適当な  $M = M(\eta)$  を選べば

$$\int_{f(u) \geq M} f(u) du < \frac{\eta}{8B^2} \quad (4)$$

が成立する。

一方  $b(u)$  は有界 (従って当然  $L_2$ ) であるから，十分大きな整数  $n = n(M, \eta) = n(\eta)$  を選べば

$$\int_{-\pi}^{\pi} |b(u) - \sigma_n(u)|^2 du < \frac{\eta}{2M} \quad (5)$$



とすることができる。(3-4)

故に，式(3)，(4)，(5) を組合せれば

$$\int_{-\pi}^{\pi} |b(u) - \sigma_n(u)|^2 f(u) du < \eta$$

を得る。すなわち式(1)の  $t(u)$  として  $\sigma_n(u)$  を選べばよい。

(補助定理の証明終り)

(c) 式(3.3.37) を満足する関数列  $F_{MN}(e^{ju}, e^{jv})$  に対しては次式が成立する。[式(3.3.12)，(3.3.16) の関係を用いて式(3.3.37) を変形すれば次式が得られる。]

$$\lim_{M, N \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |F_{MN}(e^{ju}, e^{jv})|^2 \varphi(u, v) du dv = G[\varphi] \quad (3.3.61)$$

したがって，式(3.3.3) で  $P_{MN}(e^{ju}, e^{jv}) = F_{MN}(e^{ju}, e^{jv})$  と選べば，予測誤差  $\epsilon_{MN}$  は 式(3.3.5)，(3.3.61) によって

$$\lim_{M, N \rightarrow \infty} \epsilon_{MN} = G[\varphi] \quad (3.3.62)$$

となる。したがって，最適線形予測の誤差は

$$\min \epsilon = \lim_{M, N \rightarrow \infty} \min \epsilon_{MN} \leq \lim_{M, N \rightarrow \infty} \epsilon_{MN} = G[\varphi] \quad (3.3.63)$$

ところで一方，式(3.3.11) が成立するのであるから

$$\min \epsilon = G[\varphi] \quad (3.3.64)$$

であることがわかる。

ところで， $P_{MN}(e^{ju}, e^{jv}) = F_{MN}(e^{ju}, e^{jv})$  と選べば，式(3.3.62) が成立するから，このとき式(3.3.3) で与えられる  $x_{m,n}^*$  が  $M, N \rightarrow \infty$  の極限において  $x_{m,n}$  の最適線形予測値を与える。したがって，式(3.3.38) を参照すれば  $x_{m,n}$  の最適線形予測値は

$$\begin{aligned} x_{m,n}^* &= \lim_{M, N \rightarrow \infty} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv)} \{1 - \overline{F_{MN}(e^{ju}, e^{jv})}\} dZ(u, v) \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv)} \left\{1 - \frac{\psi(0, 0)}{\psi(e^{ju}, e^{jv})}\right\} dZ(u, v) \end{aligned} \quad (3.3.65)$$

l.i.m.=limit in the mean (平均収束)

で与えられることがわかる。

### 3.3.3 移動平均形表現

一次元の場合と同様に，二次元空間内の非決定論的な確率過程  $x_{m,n}$  は移動平均形の表現で表わすことができる。

$\log \varphi(u, v) \in \mathbb{L}$  であるから，ほとんど至るところ  $\varphi(u, v) > 0$  である。したがって，

3.3.2(a) で導入した関数  $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$  を用いて新しい過程

$$Z_{\xi}(u, v) = \int_{-\pi}^u \int_{-\pi}^v \frac{1}{\Psi(e^{ju}, e^{jv})} dZ(u, v) \quad (3.3.66)$$

を定義することができる。式 (3.2.7), (3.2.4), (3.3.12) によれば，

$$\begin{aligned} E\{|Z_{\xi}(u, v)|^2\} &= \int_{-\pi}^u \int_{-\pi}^v \frac{1}{|\Psi(e^{ju}, e^{jv})|^2} d\Phi(u, v) \\ &= \frac{(u+\pi)(v+\pi)}{4\pi^2} \end{aligned} \quad (3.3.67)$$

故に， $Z_{\xi}(u, v)$  によって新しい定常確率過程

$$\xi_{m,n} = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv)} dZ_{\xi}(u, v) \quad (3.3.68)$$

を定義すると，この  $\xi_{m,n}$  に対して

$$\begin{aligned} E\{\xi_{m,n} \overline{\xi_{\mu,\nu}}\} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\{(m-\mu)u+(n-\nu)v\}} du dv \\ &= \delta_{m\mu} \cdot \delta_{n\nu} \end{aligned} \quad (3.3.69)$$

( $\delta_{m\mu}$ ,  $\delta_{n\nu}$  は Kronecker 数)

が成立する。すなわち  $\xi_{m,n}$  は直交過程になっている。

式 (3.3.66) によれば  $dZ(u, v) = \overline{\Psi(e^{ju}, e^{jv})} dZ_{\xi}(u, v)$  であり，また式 (3.3.13) によれば

$$\overline{\Psi(e^{ju}, e^{jv})} = \sum_{\mu=0}^{\infty} k_{\mu\nu} e^{-j\mu u} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} k_{\mu\nu} e^{-j(\mu u + \nu)} \quad (3.3.70)^*$$

であるから， $x_{m,n}$  は平均収束の意味において

$$\begin{aligned} x_{m,n} &= \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv)} \overline{\Psi(e^{ju}, e^{jv})} dZ_{\xi}(u, v) \\ &= \sum_{\mu=0}^{\infty} k_{\mu 0} \xi_{m-\mu, n} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} k_{\mu\nu} \xi_{m-\mu, n-\nu} \end{aligned} \quad (3.3.71)$$

\* 右辺の級数は，平均収束の意味で収束する。

と表わすことができる。これを移動平均形表現という。

また  $x_{m,n}$  の最適線形予測値  $x_{m,n}^*$  の移動平均形表現は，式 (3.3.65) によって

$$\begin{aligned} x_{m,n}^* &= \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv)} \{ \overline{\Psi(e^{ju}, e^{jv})} - \Psi(0,0) \} dZ_{\xi}(u,v) \\ &= \sum_{\mu=1}^{\infty} k_{\mu 0} \xi_{m-\mu, n} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} k_{\mu \nu} \xi_{m-\mu, n-\nu} \end{aligned} \quad (3.3.72)$$

となる。

### 3.3.4 予測定理

(a) 以上の結論をまとめると，二次元空間内の確率過程に関して，次の定理を得る

#### 定理 1

“ $x_{m,n}$  は弱定常で非決定論的な確率過程とし，そのスペクトル表現を

$$x_{m,n} = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv)} dZ(u,v) \quad (3.3.73)$$

で表わす。また，スペクトル分布は絶対連続とし，スペクトル密度を

$$\begin{aligned} \varphi(u,v) &= 4\pi^2 \frac{\partial^2 \Phi(u,v)}{\partial u \partial v} \\ &= 4\pi^2 \frac{\partial^2}{\partial u \partial v} E \{ |Z(u,v)|^2 \} \end{aligned} \quad (3.3.74)$$

とおく。

$$x_{m-\mu, n-\nu} \left( \text{ただし} \begin{cases} \nu = 0, 1, 2, \dots \\ \mu = \begin{cases} 1, 2, 3, \dots & (\nu = 0 \text{ のとき}) \\ 0, \pm 1, \pm 2, \dots & (\nu \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases} \end{cases} \right)$$

の値が観測されたとき， $x_{m,n}$  の値の最適線形予測値  $x_{m,n}^*$  ( $x_{m,n}$  に対する線形予測値で最小自乗誤差を与えるもの) は，

$$x_{m,n}^* = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv)} \left\{ 1 - \frac{\Psi(0,0)}{\overline{\Psi(e^{ju}, e^{jv})}} \right\} dZ(u,v) \quad (3.3.75)$$

で与えられる。ここに  $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$  は 3.3.2 (a) で定義した関数で，スペクトル密度  $\varphi(u,v)$  から求められる。

また， $x_{m,n}$  を移動平均形表現によって

$$x_{m,n} = \sum_{\mu=0}^{\infty} k_{\mu 0} \xi_{m-\mu, n} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} k_{\mu \nu} \xi_{m-\mu, n-\nu} \quad (3.3.76)$$

と表わせば， $x_{m,n}$  に対する最適線形予測値は次のように表わすこともできる。

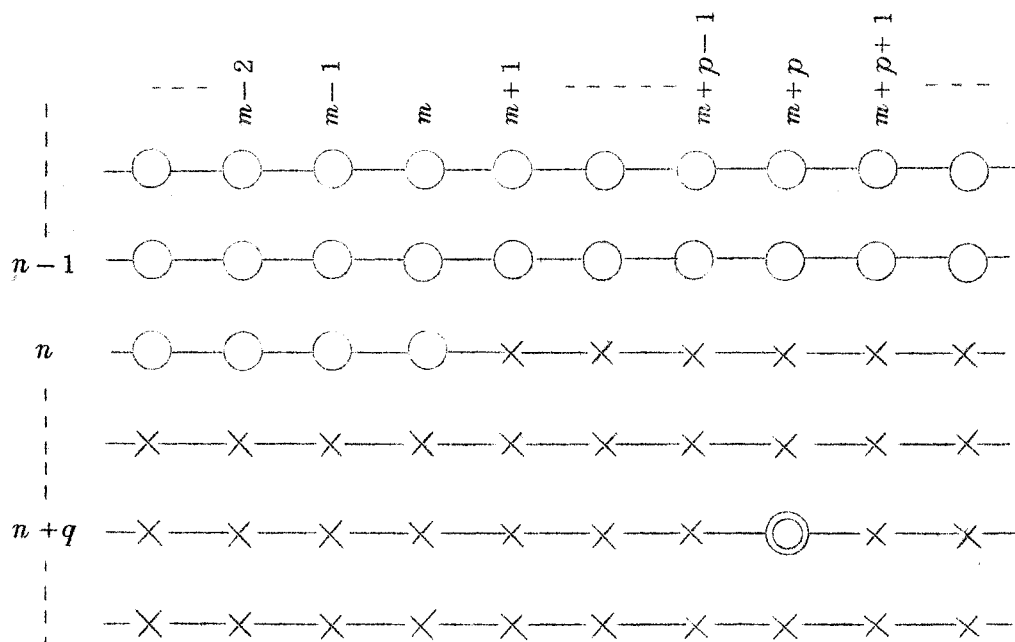
$$x_{m,n}^* = \sum_{\mu=1}^{\infty} k_{\mu 0} \xi_{m-\mu,n} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} k_{\mu \nu} \xi_{m-\mu,n-\nu} \quad (3.3.77)$$

また，最適線形予測の誤差  $\min \varepsilon$  は，

$$\begin{aligned} \min \varepsilon &= E \{ |x_{m,n} - x_{m,n}^*|^2 \} \\ &= [\Psi(0,0)]^2 = k_0^2 = G[\varphi] \\ &= \exp \left\{ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log \varphi(u,v) du dv \right\} \end{aligned} \quad (3.3.78)$$

で与えられる”

(b) 定理 1 では  $(1,0)$  単位先の予測を論じたが，この定理は  $(p,q)$  単位先の予測問題にも容易に拡張できる。なお， $(p,q)$  単位先の予測とは，図 3.2 で○印を付した点の信号値を観測して，◎印の点の信号値を予測することで，この問題に関して次の定理が得られる。〔定理



○印の絵素の値  $x_{m-\mu,n-\nu}$  を知って，  
◎印の絵素の値  $x_{m+p,n+q}$  を予測する。

図 3.2 二次元空間内の予測，  
 $(p,q)$  単位先の予測

の拡張は，一次元の場合<sup>(3-2)</sup>と同様の方法でおこなえる。]

定理 2

$$x_{m-\mu, n-\nu} \left( \text{ただし} \begin{cases} \nu = 0, 1, 2, \dots \\ \mu = \begin{cases} 0, 1, 2, \dots & (\nu = 0 \text{ のとき}) \\ 0, \pm 1, \pm 2, \dots & (\nu \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases} \end{cases} \right)$$

の値を観測したとき， $(p, q)$  単位先の  $x_{m+p, n+q}$  ( $p, q$  は整数で  $q \geq 0$  ;  $q = 0$  のときは  $p \geq 1$  ,  $q \geq 1$  のときは  $-\infty < p < \infty$ ) に対する最適線形予測値  $x_{m+p, n+q}^*$  は次のように表わせる。

$$x_{m+p, n+q}^* = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\{(m+p)u + (n+q)v\}} \left\{ 1 - \frac{\overline{\psi_{pq}(e^{ju}, e^{jv})}}{\overline{\psi(e^{ju}, e^{jv})}} \right\} dZ(u, v) \quad (3.3.79)$$

ただしここに， $\overline{\psi_{pq}(e^{ju}, e^{jv})}$  は式 (3.3.13) の係数  $k_{\mu, \nu}$  によって次のように定義される関数である。

$$\overline{\psi_{pq}(e^{ju}, e^{jv})} = \begin{cases} \sum_{\mu=0}^{p-1} k_{\mu 0} e^{-j\mu u} & (q = 0 \text{ のとき}) \\ \sum_{\mu=0}^{\infty} k_{\mu 0} e^{-j\mu u} + \sum_{\mu=-\infty}^{p-1} k_{\mu 1} e^{-j(\mu u + v)} & (q = 1 \text{ のとき}) \\ \sum_{\mu=0}^{\infty} k_{\mu 0} e^{-j\mu u} + \sum_{\nu=1}^{q-1} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} k_{\mu \nu} e^{-j(\mu u + \nu v)} + \sum_{\mu=-\infty}^{p-1} k_{\mu q} e^{-j(\mu u + qv)} & (q \geq 2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (3.3.80)$$

ただし，右辺の  $\mu$  に関する無限項の総和は Abel 総和による。

$x_{m+p, n+q}^*$  はまた，移動平均形表現によって

$$x_{m+p, n+q}^* = \sum_{\mu=p}^{\infty} k_{\mu q} \xi_{m+p-\mu, n} + \sum_{\nu=q+1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} k_{\mu \nu} \xi_{m+p-\mu, n+q-\nu} \quad (3.3.81)$$

と表わすこともできる。

このとき予測誤差は

$$E \{ |x_{m+p, n+q} - x_{m+p, n+q}^*|^2 \} = \begin{cases} \sum_{\mu=0}^{p-1} |k_{\mu 0}|^2 & (q = 0 \text{ のとき}) \\ \sum_{\mu=0}^{\infty} |k_{\mu 0}|^2 + \sum_{\mu=-\infty}^{p-1} |k_{\mu 1}|^2 & (q = 1 \text{ のとき}) \\ \sum_{\mu=0}^{\infty} |k_{\mu 0}|^2 + \sum_{\nu=1}^{q-1} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} |k_{\mu \nu}|^2 + \sum_{\mu=-\infty}^{p-1} |k_{\mu q}|^2 & (q \geq 2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (3.3.82)$$

で与えられる。”

定理 2 で  $p=1, q=0$  とおけば  $(1, 0)$  単位先の予測となり定理 1 と一致する。ただし定理 1 は，定理 2 で  $m+1$  の代りに  $m$  と記した場合に相当する。

この定理は，一般に多次元の問題に拡張することができる。特に，飛越走査のあるテレビ信号への応用に適するように変形した三次元の問題については，3.4 で簡単に述べる。

### 3.3.5 例 題

定理 1 の応用例として簡単な例題をあげる。

自己相関関数が

$$r_{\mu, \nu} = a^{|\mu|} \cdot b^{|\nu|} \quad (-1 < a < 1, -1 < b < 1) \quad (3.3.83)$$

で与えられる定常確率過程  $x_{m,n}$  を考える。スペクトル密度  $\varphi(u, v)$  は Fourier 級数によって

$$\begin{aligned} \varphi(u, v) &= \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} r_{\mu, \nu} e^{-j(\mu u + \nu v)} \\ &= \frac{(1-a^2)(1-b^2)}{(1-2a \cos u + a^2)(1-2b \cos v + b^2)} \\ &= \frac{(1-a^2)(1-b^2)}{|1 - ae^{ju}|^2 \cdot |1 - be^{jv}|^2} \end{aligned} \quad (3.3.84)$$

で与えられる。

まず  $\Psi(e^{ju}, e^{jv})$  を求める。式 (3.3.17) によって  $\varphi_1(u)$  を計算すると

$$\varphi_1(u) = \frac{(1-a^2)(1-b^2)}{|1 - ae^{ju}|^2} \quad (3.3.85)$$

したがって  $|\Psi_1(e^{ju})|^2 = \varphi_1(u)$  を満足し， $|U| < 1$  に極も零も持たず， $\Psi_1(0) > 0$  となる関数  $\Psi_1(U)$  は

$$\Psi_1(U) = \frac{\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}}{1-aU} \quad (3.3.86)$$

また  $\Psi_2(V, u)$  は  $|\Psi_2(e^{jv}; u)|^2 = \varphi(u, v)$  を満足し， $|V| < 1$  に極も零も持たず  $\Psi_2(0, u) > 0$  となる関数であるから

$$\Psi_2(V; w) = \frac{\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}}{|1-ae^{ju}|} \cdot \frac{1}{1-bV} \quad (3.3.87)$$

故に式(3.3.85)によって

$$\Psi(e^{ju}, e^{jv}) = \frac{\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}}{(1-ae^{ju})(1-be^{jv})} \quad (3.3.88)$$

を得る。

したがって，(1, 0)単位先の最適線形予測値  $x_{m,n}^*$  は，式(3.3.75)によれば

$$x_{m,n}^* = ax_{m-1,n} + bx_{m,n-1} - abx_{m-1,n-1} \quad (3.3.89)$$

で与えられることがわかる。予測誤差を式(3.3.78)によって求めると，

$$\min \varepsilon = E\{|x_{m,n} - x_{m,n}^*|^2\} = (1-a^2)(1-b^2) \quad (3.3.90)$$

また，式(3.3.88)を書きなおせば

$$\overline{\Psi(e^{ju}, e^{jv})} = \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} a^{\mu} b^{\nu} e^{-j(\mu u + \nu v)} \quad (3.3.91)$$

を得るから， $x_{m,n}$  の移動平均形表現は式(3.3.71)によって

$$x_{m,n} = \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} a^{\mu} b^{\nu} \xi_{m-\mu, n-\nu} \quad (3.3.92)$$

したがって，(1, 0)単位先の最適線形予測値  $x_{m,n}^*$  の移動平均形表現は，式(3.3.77)によって

$$x_{m,n}^* = \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \left\{ \sum_{\mu=1}^{\infty} a^{\mu} \xi_{m-\mu, n} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} a^{\mu} b^{\nu} \xi_{m-\mu, n-\nu} \right\} \quad (3.3.93)$$

なお， $\xi_{m,n}$  は

$$\xi_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}} \{x_{m,n} - ax_{m-1,n} - bx_{m,n-1} + abx_{m-1,n-1}\} \quad (3.3.94)$$

で与えられることが式(3.3.66)，(3.3.68)からわかる。

### 3.4 テレビ信号に対する三次元予測

前節 3.3 の定理 1，定理 2 を三次元に拡張すれば，テレビ信号に対する線形予測問題を扱うのに適した定理が得られる。

テレビ信号は二次元的広がりを持った画面を構成するが，この画面はフィールド毎に変化する。この信号を表現するために，画面上での絵素の位置を指定する二次元座標  $m, n$  の他に，フィールドを指定する座標  $l$  を考える。 $l$  番目のフィールドの  $n$  番目の走査線上の  $m$  番目の絵素の輝度を  $x_{m,n,l}$  と表わすことにする。テレビ画面の大きさが有限であることを無視すれば，飛越走査のない場合には  $m, n, l$  はすべての整数値をとり得る。この  $x_{m,n,l}$  が三次元空間内の弱定常過程になっていると仮定し得る場合には，テレビ信号の未来の信号値を予測する線形予測の問題は，前節の定理 1 や定理 2 と全く同様に扱うことができる。

しかし，標準方式のテレビ信号のように飛越走査によって得られる信号に対する予測問題を扱う場合には多少の工夫を要する。この場合の考え方のみを次に示す。

このときは，奇数番目のフィールド ( $l$ : 奇数) では奇数番目の走査線 ( $n$ : 奇数) のみを走査し，偶数番目のフィールド ( $l$ : 偶数) では偶数番目の走査線 ( $n$ : 偶数) のみを走査すると考えればよい。言いかえれば， $x_{m,n,l}$  のうち  $(n+l)$  が偶数のもののみを走査することになる。したがって飛越走査によって得られる映像信号を観測している限り  $(n+l)$  が奇数となる  $x_{m,n,l}$  は存在しない。

したがって，自己相関関数

$$r_{\mu,\nu,\lambda} = E \{ x_{m+\mu,n+\nu,l+\lambda} \cdot \overline{x_{m,n,l}} \} \quad (3.4.1)$$

もやはり  $(\nu+\lambda)$  が偶数のときのみ定義される。

この相関関数は，スペクトル空間  $(u, v, w)$  の積分領域  $B$  を

$$B: |u| \leq \pi \quad \text{かつ} \quad |v+w| \leq \pi$$

と選べば，スペクトル密度  $\varphi(u, v, w)$  によって

$$r_{\mu,\nu,\lambda} = \frac{1}{4\pi^3} \iiint_B \varphi(u, v, w) e^{j(\mu u + \nu v + \lambda w)} du dv dw \quad (3.4.2)$$

という表現が成立つ。<sup>(3-5)</sup> なお，二次元の場合と同様にスペクトル分布が絶対連続の場合を扱うことにする。

式 (3.4.2) で意味のあるのは  $\mu, \nu, \lambda$  が整数で  $\nu+\lambda$  が偶数の場合のみであるから，前節と同様の取扱いをするために被積分関数の周期性を考慮して積分領域を 2 倍に広げると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u, v, w) e^{j(\mu u + \nu v + \lambda w)} du dv dw \\ &= \begin{cases} r_{\mu,\nu,\lambda} & (\nu+\lambda: \text{偶数}) \\ 0 & (\nu+\lambda: \text{奇数}) \end{cases} \quad (3.4.3) \end{aligned}$$



という表現が成立つ。

同様に  $x_{m,n,l}$  のスペクトル表示も

$$\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(mu+nv+lw)} dZ(u,v,w) = \begin{cases} x_{m,n,l} & (n+l: \text{偶数}) \\ 0 & (n+l: \text{奇数}) \end{cases} \quad (3.4.4)$$

と表わすことができる。

また式 (3.4.3) で定義された  $\varphi(u,v,w)$  から，二次元の場合と同様の関数  $\Psi(e^{ju}, e^{jv}, e^{jw})$  が一意的に求められる。この  $\Psi(e^{ju}, e^{jv}, e^{jw})$  の Fourier 係数  $\overline{k}_{\mu,\nu,\lambda}$  は， $(\nu+\lambda)$  が奇数のときには  $\overline{k}_{\mu,\nu,\lambda} = 0$  となっている。

スペクトル表現を上記のように定義すると，予測問題は通常の場合 ( $m, n, l$  がすべての整数値を取り得る場合，すなわち飛越走査のない場合) と全く同じ取扱をすることができる。

### 3.5 本章のとりまとめ

(1) 二次元空間内の走査によって得られる二次弱定常過程に対する最適線形予測定理を得た。この定理は次の内容〔(2)～(4)〕を含んでいる。

(2) 最適線形予測値の，予測フィルターの周波数応答の形式による表示を与えた。

(3) 移動平均形表現による最適予測値の表示も可能である。

(4) 二次元線形予測の誤差（電力）は，二次元スペクトル密度の幾何平均で与えられる。

(5) この定理は， $(1, 0)$  単位先の予測のみでなく，一般に  $(p, q)$  単位先の予測に拡張できることを示した。

(6) この定理は，一般に多次元空間内の問題に拡張することができる。特に飛越走査によってサンプルした信号に対する拡張も可能である。

(7) テレビ信号に対する予測問題は，従来は主に一次元時系列として取扱われていたもので，走査線間相関やフィールド間相関をどのように利用すべきかを見出すことが困難であったが，本定理の使用によって解決し得る。

## 第4章 予測符号化による帯域圧縮とその限界<sup>(4-1)</sup>

### 4.1 概 要

第2章では、テレビ信号の統計量の測定結果について述べ、テレビ信号の一次元冗長度（相異なる走査線間の相関を無視した冗長度）について論じた。しかしテレビジョンは走査によって画面の情報を伝送しているため、信号の統計的性質にも走査の影響が強く現われていて、走査線間にもかなりの相関が存在する。本章の前半ではこの走査線間相関に基く二次元冗長度について論ずる。

本章で論じている二次元冗長度は、二次元の線形予測に基く予測符号化によって取除き得る冗長度である。この冗長度の量は、第3章で導いた予測定理を利用すればテレビ画面の二次元自己相関関数（2.3.4 参照）から計算することができる。

4.2 では予測符号化と冗長度の考え方について論じ、4.3 ではテレビ画面の二次元冗長度の計算について述べる。最後に4.4 では、この計算結果に基いてテレビ信号の統計的冗長度に対する全般的な検討をおこなう。

### 4.2 予測符号化と冗長度

#### 4.2.1 予測符号化と冗長度

信号の持っている冗長度を取除く手段の一つとして予測符号化が考えられる。一般に、信号に含まれている相関を利用すると、現在および過去の信号によって未来の信号値（1 絵素先の信号値）を予測することができる。過去の情報を完全に利用できれば、予測誤差信号（実際の信号値と予測値との差）は、原信号に比して電力の小さいランダム信号になるが、原信号に含まれていた情報はすべて含んでいる。したがって伝送路に整合した符号化をおこなって低相関化された誤差信号を伝送すれば、入力信号をそのまま伝送するよりも伝送路容量を減少することができる。

以下、このことをさらに詳細に論ずる。図4.1は予測符号化の原理図である。<sup>(4-2)</sup> 入力信号は時間的に等間隔にサンプルされた信号列（時系列） $x_m$ （ $m$ ：整数）とする。なお、本章では $x_m$ が実数の場合のみを扱う。予測回路は信号 $x_{m-1}, x_{m-2}, x_{m-3}, \dots$ に基いて $x_m$ の値を予測する回路で、予測回路の出力を $\hat{x}_m$ と記す。予測誤差信号（ $x_m - \hat{x}_m$ ）は、もし予測回路

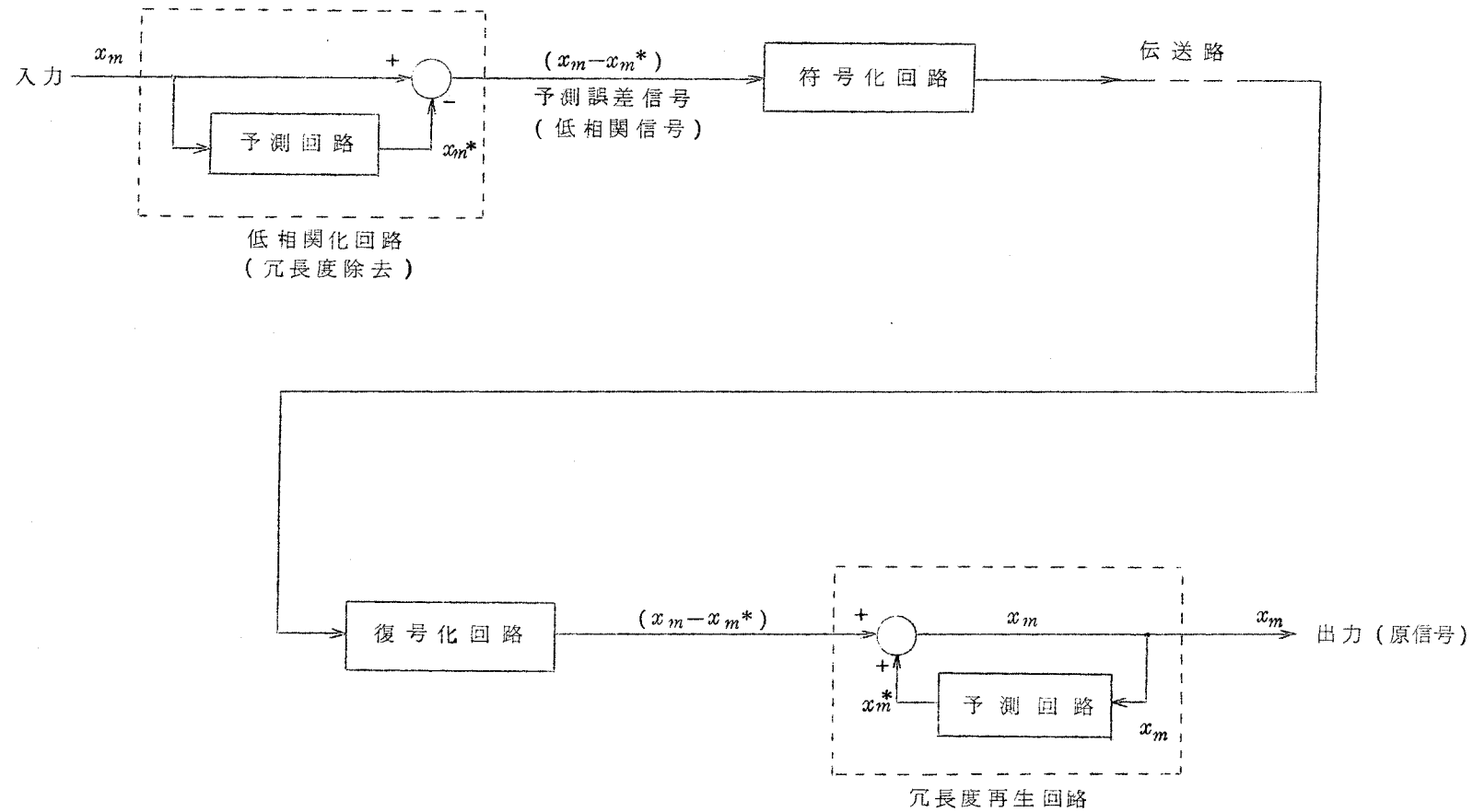


図 4.1 予測符号化による伝送路容量の減少

が完全であれば、全くランダムな信号列になるはずである。すなわちこの信号列の各サンプル間には全く相関が存在しない。したがって誤差信号  $(x_m - x_m^*)$  の持つ情報量は、その誤差信号のレベル分布に基くエントロピーに等しい。しかしながら、この誤差信号  $(x_m - x_m^*)$  を図 4.1 に示すような冗長度再生回路に通せば原信号  $x_m$  を再生することができるのであるから、誤差信号は原信号に含まれていた情報を完全に保存している。したがって原信号  $x_m$  の持つ真の情報量は、誤差信号  $(x_m - x_m^*)$  の持つ情報量、すなわち誤差信号のレベル分布に基くエントロピー  $H(x_m - x_m^*)$  に等しい。

また、このようにして低相関化された信号  $(x_m - x_m^*)$  を符号化回路によって、伝送路に整合した符号に変換して伝送すれば、能率のよい情報伝送がおこなえる。このときの伝送路容量は、理論的には誤差信号のエントロピー  $H(x_m - x_m^*)$  にいかほどでも近い値に減少することができる。

本章では上記のような考え方によって、信号に含まれている冗長度を調べていく。なお、入力信号  $x_m$  は定常確率過程であると仮定する。

入力信号  $x_m$  の振幅 (p-p 値) を  $A$  とすると、 $x_m$  をそのまま (統計的符号化をおこなわずに) 伝送するのに要する伝送路容量  $C$  は (2.3.2 で述べたように、通常のテレビ伝送路では映像信号の振幅が一定になるように調整して伝送されているから)

$$C = \log_2 A \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (4.2.1)$$

である。

一方誤差信号  $(x_m - x_m^*)$  のレベル分布に基くエントロピー  $H(x_m - x_m^*)$  は

$$H(x_m - x_m^*) \leq \frac{1}{2} \log_2 [2\pi e E\{(x_m - x_m^*)^2\}] \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (4.2.2)$$

を越えることはない。ここに  $E$  は平均演算を表わす。式 (4.2.2) で等号の成立するのは  $(x_m - x_m^*)$  のレベル分布が正規分布のときである。さらに、予測回路が完全なものでなくて予測誤差信号  $(x_m - x_m^*)$  のサンプル間に相関が残っている場合には、 $(x_m - x_m^*)$  の持つ真の情報量は、 $(x_m - x_m^*)$  のレベル分布に基くエントロピー  $H(x_m - x_m^*)$  よりも小さいはずである。故に式 (4.2.2) の右辺は原信号  $x_m$  の持つ真の情報量の一つの上限を示している。換言すれば、原信号  $x_m$  の持つ真の冗長度  $R$  は

$$R \geq C - H(x_m - x_m^*) \geq \frac{1}{2} \log_2 \frac{A^2}{2\pi e E\{(x_m - x_m^*)^2\}} \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (4.2.3)$$

したがってこの不等式の右辺は原信号  $x_m$  の冗長度の下限を示している。これを  $R_0$  と記すことにする。すなわち

$$R_0 = \frac{1}{2} \log_2 \frac{A^2}{2\pi e E\{(x_m - x_m^*)^2\}} \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (4.2.4)$$

なお式(4.2.4)の値は、 $x_m$  及び  $A$  を同一単位で表わせば単位の取り方に無関係な量である。また信号が量子化されている場合にも、量子化の段階が十分細かければ、量子化の段階数に無関係である。

#### 4.2.2 スペクトル密度と二次元線形冗長度

4.2.1 では冗長度の一つの下限  $R_0$  を導いたが、ここでは冗長度の目安となるもう一つの量

$$R_p = \frac{1}{2} \log_2 \frac{E\{(x_m)^2\}}{E\{(x_m - x_m^*)^2\}} \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (4.2.5)$$

を考える。但しここで  $x_m$  の平均値  $E\{x_m\}$  は 0 と仮定した。<sup>\*</sup>

この  $R_p$  は、 $x_m$  が正規過程であって、最大電力の制限された伝送路を通じて伝送されている場合には、厳密な意味で  $x_m$  の真の冗長度に一致する。すなわちこの仮定の成立するときには、伝送路容量は

$$C = \frac{1}{2} \log_2 [2\pi e E\{(x_m)^2\}] \quad (4.2.6)$$

であり、予測誤差信号  $(x_m - x_m^*)$  の持つ情報量はその振幅分布に基づくエントロピー

$$H(x_m - x_m^*)^2 = \frac{1}{2} \log_2 [2\pi e E\{(x_m - x_m^*)^2\}] \quad (4.2.7)$$

に等しいからである。

ここで入力信号として、二次元定常過程  $x_{m,n}$  を考えよう。これは第3章で論じたようにテレビ信号の確率的モデルであって、 $x_{m,n}$  はテレビ画面(1フィールド分の信号)の  $n$  番目の走査線の  $m$  番目の輝度に対応している。この画面がテレビジョン式に走査されているのであるから、現在の信号値を  $x_{m,n}$  として前述の  $x_m$  に対応させれば、過去の信号値は図3.1(p.17)の○印の点の信号値に対応する。なお、 $x_m$  と同様、 $x_{m,n}$  は実数値をとる確率変数で、平均値(直流成分)は 0 と仮定する。

予測回路として、第3章で論じた二次元最適線形予測回路を使用すると、予測誤差信号の電力は式(3.3.78)に示したように

$$E\{(x_{m,n} - x_{m,n}^*)^2\} = \exp \left\{ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log_e \varphi(u, v) du dv \right\} \quad (4.2.8)$$

で与えられる。ここに  $\varphi(u, v)$  は  $x_{m,n}$  の二次元スペクトル密度である。一方原信号の電力は

$$E\{(x_{m,n})^2\} = r_{0,0} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u, v) du dv \quad (4.2.9)$$

---

<sup>\*</sup>  $E\{x_m\} = 0$  と仮定することによって一般性が失われることはない。なぜならば、 $x_m$  は定常過程と仮定しているのであるから  $E\{x_m\} \neq 0$  のときには、 $[x_m - E\{x_m\}]$  という確率過程を考えればよいからである。

であるから、式(4.2.5)で定義される $R_p$ は

$$R_p = \frac{1}{2} \log_2 \left\{ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(u, v) du dv \right\} - \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log_2 \varphi(u, v) du dv$$

(ビット/絵素) (4.2.10)

となる。この式は二次元線形予測によって除き得る冗長度の近似値を与えるので、以下二次元線形冗長度と呼ぶことにする。

なお、現在のテレビ放送信号の伝送路では、信号の電力が制限されているのではなく、振幅 $A$ が制限されているのであるから、ある意味ではこの $R_p$ を考えるよりも式(4.2.4)で定義される $R_0$ を考える方が物理的意味は明確であるが、実際のテレビ信号に対しては $R_p$ と $R_0$ の値の差はほとんど無いことが推定されるので、本章では、スペクトル密度のみから計算することのできる $R_p$ について論ずることにする。

なお、 $R_p$ と $R_0$ の差は

$$R_0 - R_p = \frac{1}{2} \log_2 \frac{A^2}{2\pi e r_{00}} \quad (4.2.11)$$

である。ここに $r_{00}$ は原信号の電力である。〔式(4.2.9)〕

テレビ信号に対する統計の一例として、筆者がシミュレーション実験に使用した入力信号(女性の顔)に対する統計結果によると〔第8章式(8.3.1)、(8.4.1.1)参照〕

$$A = 190$$

$$r_{0,0} = 1536 = 39.2^2 \quad *1$$

であるので、 $R_0$ と $R_p$ との差は

$$R_0 - R_p = 0.23 \quad \text{ビット/絵素}$$

となり、十分小さい値である。

また、仮に信号のレベル分布が一様分布である場合には

$$r_{00} = E\{(x_{m,n})^2\} = \frac{A^2}{12}$$

となるので $R_0$ と $R_p$ の差は

$$R_0 - R_p = \frac{1}{2} \log_2 \frac{6}{\pi e} = -0.25 \quad \text{ビット/絵素}$$

であり、この場合も十分小さい値である。

一方、もし仮に信号 $x_{m,n}$ が正規過程に従うとみなし得るならば、 $*2$  ( $R_0 - R_p$ )は原信号 $x_{m,n}$ のレベル分布に基く冗長度であって、 $R_p$ が予測することのできる冗長度であるのに対し、( $R_0 - R_p$ )は予測することのできない冗長度である。そして、この両者の和

$$R_0 = (R_0 - R_p) + R_p$$

が全体の冗長度を表わす。

$*1$  第8章では $x_{m,n}$ の平均値(直流成分) $d$ は0にはなっていない。したがって、 $r_{0,0}$ は $x_{m,n}$ の交流成分( $x_{m,n} - d$ )の電力を表わす。

$*2$  振幅( $p-p$ 値)は $A$ に制限されているので、厳密に正規過程ということとはできないが、近似的に正規過程とみなし得る場合である。

ここで規準化された二次元スペクトル密度  $\hat{\varphi}(u, v)$  を

$$\hat{\varphi}(u, v) = \frac{1}{\tau_{00}} \varphi(u, v) \quad (4.2.12)$$

で定義すると、\* 式(4.2.10)で与えられる二次元線形冗長度  $R_p$  は、次のように表わすこともできる。

$$R_p = -\frac{1}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log_2 \hat{\varphi}(u, v) du dv \quad (4.2.13)$$

### 4.3 テレビ画面の二次元線形冗長度

前節では、二次元線形冗長度  $R_p$  を式(4.2.10)または式(4.2.13)で定義したが、本節では実際のテレビ信号に対する統計に基いて  $R_p$  の値を計算する。

これはテレビ信号の走査線間相関に基く線形冗長度(1フィールドの範囲内の絵素間相関に基く線形冗長度)である。なお、同期信号やブランキング信号による無効時間は、本章では一応問題にしないことにする。また、テレビ画面の大きさが有界であるために現われる画面の縁の影響は無視することにする。

#### 4.3.1 テレビ画像の二次元スペクトル密度

通常のテレビ画像の二次元自己相関関数は、2.3.4で述べたように、ほぼ等方的で距離に関して指数関数的に減少していると仮定しても大過ないものと思われる。本章ではこの仮定のもとに、テレビ画像の二次元線形冗長度  $R_p$  を計算する。

したがって、二次元自己相関関数  $\tau_{\mu, \nu}$  を式(3.2.2)のように定義すると、一般に

$$\frac{\tau_{\mu, \nu}}{\tau_{0,0}} = \exp\{-\alpha \sqrt{\mu^2 + \gamma^2 \nu^2}\} \quad (4.3.1)$$

と表わすことができる。ここに  $e^{-\alpha}$  は横方向に隣り合った絵素間の相関で、被写体の細かさによって異なるが、ほぼ0.99~0.75の範囲の定数である。〔2.3.4参照〕 また  $\gamma$  は、縦方向と横方向の絵素の間隔の比である。

\*  $\hat{\varphi}(u, v)$  は、信号電力が1になるように  $\varphi(u, v)$  を基準化したものである。すなわち

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \hat{\varphi}(u, v) du dv = 1$$

が成立するように規準化されている。したがって、自己相関関数  $\tau_{\mu, \nu}$  との間には次の関係が成立する。

$$\frac{\tau_{\mu, \nu}}{\tau_{0,0}} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\mu u + \nu v)} \hat{\varphi}(u, v) du dv$$

$r$  の値は、放送標準方式のテレビ信号（映像周波数帯域 4.2 Mc）※ に於てサンプル周期をナイキスト間隔（ $0.12 \mu \text{ sec}$ ）とすると、2対1の飛越走査をおこなっているのので、1フィールド分の信号に対してはほぼ

$$r = 1.4 \quad (4.3.2)$$

である。（1フレームの画像に対しては、この  $\frac{1}{2}$  の値、すなわち  $r = 0.7$  であるが、二次元冗長度の計算で問題にしているのは1フィールドの画像である。）

一方 P.C.M. 伝送等をおこなう場合には、相隣る絵素間の間隔は、横方向と縦方向とが等しくなるように選ばれることも予想される。このときには、飛越走査をおこなわなければ

$$r = 1 \quad (4.3.3)$$

2対1飛越走査をおこなう場合には

$$r = 2 \quad (4.3.4)$$

となる。

したがって、本章では  $r = 1.0, 1.4, 2.0$  の三つの場合について、 $0 < \alpha < 0.35 (1 > e^{-\alpha} > 0.7)$  の範囲の  $\alpha$  に対して計算する。

自己相関関数が式 (4.3.1) で与えられるのであるから、規準化された二次元スペクトル  $\hat{\varphi}(u, v)$  は Fourier 級数によって次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}(u, v) &= \frac{1}{r_{00}} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} r_{\mu, \nu} e^{-j(\mu u + \nu v)} \\ &= \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} e^{-\alpha \sqrt{\mu^2 + r^2 \nu^2}} e^{-j(\mu u + \nu v)} \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

#### 4.3.2 二次元冗長度の数値計算

式 (4.3.5) の  $\hat{\varphi}(u, v)$  を式 (4.2.13) に代入して二次元線形冗長度を計算するのであるが、これを解析的に求めることは困難なので、数値計算をおこなうことにする。なお計算の過程で  $\hat{\varphi}(u, v)$  そのものの値を求めることができるので  $\hat{\varphi}(u, v)$  のグラフも示すことにする。

(a) まず、数値計算をおこないやすいように式 (4.3.5) を Poisson の総和公式を用いて変形する。いま、次式で与えられる関数  $\hat{\varphi}_0(u, v)$  を定義する。

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_0(u, v) &= \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-\alpha \sqrt{\mu^2 + r^2 \nu^2}} e^{-j(\mu u + \nu v)} d\mu d\nu \\ &= \frac{2\pi\alpha}{r} \frac{1}{(\alpha^2 + u^2 + \frac{v^2}{r^2})^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (4.3.6)$$

この  $\hat{\varphi}_0(u, v)$  は、 $\mu, \nu$  が整数以外の実数値をとっても式 (4.3.1) が成立すると考えた場合

※ 画面の縦横比 3:4, 有効走査線数 483 本/フレーム, 水平有効走査時間  $54.6 \mu \text{ sec}$  (86%)



の  $(r_{\mu, \nu}/r_{00})$  の二次元 Fourier 変換である。したがって次式が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{r_{\mu, \nu}}{r_{00}} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}_0(u, v) e^{j(\mu u + \nu v)} du dv \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{(2m-1)\pi}^{(2m+1)\pi} \int_{(2n-1)\pi}^{(2n+1)\pi} \hat{\varphi}_0(u, v) e^{j(\mu u + \nu v)} du dv \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}_0(u-2m\pi, v-2n\pi) \right\} e^{j(\mu u + \nu v)} du dv \quad (4.3.7) \end{aligned}$$

故に式 (4.3.5) と比較して〔又は式 (3.2.5) と (4.2.12) を参照して〕

$$\hat{\varphi}(u, v) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}_0(u-2m\pi, v-2n\pi) \quad (4.3.8)$$

を得る。(Poisson の総和公式)

故に、式 (4.2.13) にこの  $\hat{\varphi}(u, v)$  を代入して

$$R_p = -\frac{1}{8\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log_2 \left[ \frac{2\pi\alpha}{\gamma} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\{\alpha^2 + (u-2m\pi)^2 + (\frac{v-2n\pi}{\gamma})^2\}^{\frac{3}{2}}} \right] du dv \quad (4.3.9)$$

を得る。

ここで

$$u = \pi \xi, \quad v = \pi \eta$$

と置いて積分変数の変換をし、被積分関数の対称性を利用して変形すると

$$\begin{aligned} R_p &= -\frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \log_2 \left[ \frac{2a}{\gamma\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\{\alpha^2 + (\xi-2m)^2 + (\frac{\eta-2n}{\gamma})^2\}^{\frac{3}{2}}} \right] d\xi d\eta \\ &= -\frac{1}{2} \log_2 \frac{2a}{\gamma\pi} - I_1 - I_2 \quad (4.3.10) \end{aligned}$$

ここに

$$a = \frac{\alpha}{\pi} \quad (4.3.11)$$

$$I_1 = \frac{1}{2 \log_e 2} \int_0^1 \int_0^1 \log_e \frac{1}{(\alpha^2 + \xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2})^{\frac{3}{2}}} d\xi d\eta \quad (4.3.12)$$

$$I_2 = \frac{1}{2 \log_e 2} \int_0^1 \int_0^1 \log_e \phi(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (4.3.13)$$

$$\phi(\xi, \eta) = 1 + (\alpha^2 + \xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2})^{\frac{3}{2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\{\alpha^2 + (\xi-2m)^2 + (\frac{\eta-2n}{\gamma})^2\}^{\frac{3}{2}}} \quad (4.3.14)$$

$\sum \sum'$  の prime (') は  $m$  と  $n$  とが同時に 0 の場合を除いて総和することを示す。

(b) まず  $I_1$  を計算する。

$$\begin{aligned} I_1 \log_e 2 &= \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \log_e \frac{1}{(\alpha^2 + \xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2})^{\frac{3}{2}}} d\xi d\eta \\ &= -\frac{3}{4} \int_0^1 \int_0^1 \log_e (\alpha^2 + \xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2}) d\xi d\eta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{9}{4} - \frac{3}{4} \log_e \left( 1 + \frac{1}{r^2} + a^2 \right) - \frac{3}{4} r \sqrt{1+a^2} \tan^{-1} \frac{1}{r \sqrt{1+a^2}} \\
&\quad - \frac{3}{4} \frac{\sqrt{1+a^2} r^2}{r} \tan^{-1} \frac{r}{\sqrt{1+a^2} r^2} + \frac{3 r \pi a^2}{8} \log_e a \\
&\quad - \frac{3 r a^2}{8} \int_0^{\frac{1}{r}} \frac{1}{1+x^2} \log_e (1+a^2+x^2) dx - \frac{3 r a^2}{8} \int_0^r \frac{1}{1+x^2} \log_e \left( a^2 + \frac{1+x^2}{r^2} \right) dx
\end{aligned} \tag{4.3.15}$$

ところで

$$a < 0.11 < \frac{1}{r} \leq 1$$

であるから、 $a$  の級数に展開して  $a^6$  以上の項を省略すると

$$\begin{aligned}
I_1 \log_e 2 &= \frac{3}{4} \left\{ 3 - \log_e \left( 1 + \frac{1}{r^2} \right) - r \tan^{-1} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \tan^{-1} r \right\} + \frac{3 r \pi}{8} a^2 \log_e a \\
&\quad - \frac{3 r}{8} \left\{ \frac{\pi}{2} - \pi \log_e \frac{r}{2} - 2 \int_0^{\frac{1}{r}} \frac{1}{x} \tan^{-1} x dx \right\} a^2 \\
&\quad - \frac{3 r^2}{32} \left( 1 + r \tan^{-1} r + \frac{1}{r} \tan^{-1} \frac{1}{r} \right) a^4 + O(a^6)
\end{aligned} \tag{4.3.16}$$

なお  $a^2$  の係数に含まれる積分に対しては

$$\int_0^{\frac{1}{r}} \frac{1}{x} \tan^{-1} x dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)^2} \frac{1}{r^{2n+1}} \quad (r \geq 1) \tag{4.3.17}$$

という級数展開が成立する。

したがって、式(4.3.10)、(4.3.16)を組合せ、式(4.3.11)によって  $\alpha$  の級数に書きかえらる

$$\begin{aligned}
R_p &= -I_2 + \frac{1}{\log_e 2} \left[ \frac{1}{2} \log_e \frac{r \pi^2}{2} - \frac{3}{4} \left\{ 3 - \log_e \left( 1 + \frac{1}{r^2} \right) - r \tan^{-1} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \tan^{-1} r \right\} \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3 r}{4 \pi} a^2 \right) \log_2 \alpha + \frac{3 r}{8 \pi \log_e 2} \left\{ \frac{1}{2} + \log_e \frac{2 \pi}{r} - \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{1}{r}} \frac{1}{x} \tan^{-1} x dx \right\} a^2 \\
&\quad - \frac{3 r^2}{32 \pi^4 \log_e 2} \left( 1 + r \tan^{-1} r + \frac{1}{r} \tan^{-1} \frac{1}{r} \right) a^4 + O(a^6)
\end{aligned} \tag{4.3.18}$$

故に  $r$  の数値を代入して計算すると

$r=1$  のときには

$$\begin{aligned}
R_p &= -I_2 + 0.35506 - \left( \frac{1}{2} + 0.1193 \alpha^2 \right) \log_2 \alpha \\
&\quad + 0.3022 \alpha^2 + 0.0036 \alpha^4 + O(\alpha^6)
\end{aligned} \tag{4.3.19}$$

$r=1.4$  のときには

$$\begin{aligned}
R_p &= -I_2 + 0.26842 - \left( \frac{1}{2} + 0.1671 \alpha^2 \right) \log_2 \alpha \\
&\quad + 0.3782 \alpha^2 + 0.0075 \alpha^4 + O(\alpha^6)
\end{aligned} \tag{4.3.20}$$

$r=2$  のときには

$$R_p = -I_2 + 0.24922 - \left(\frac{1}{2} + 0.2387\alpha^2\right) \log_2 \alpha \\ + 0.4596\alpha^2 + 0.0191\alpha^4 + O(\alpha^6) \quad (4.3.21)$$

(c) 次に  $I_2$  を計算する。 $\alpha \ll 1$  であるから  $\alpha = 0$  と置いて近似計算をおこなう。すなわち

$$I_2 = \frac{1}{2 \log_e 2} \int_0^1 \int_0^1 \log_e \phi_0(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (4.3.22)$$

ここに

$$\phi_0(\xi, \eta) = 1 + \left(\xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2}\right)^{3/2} \sigma(\xi, \eta) \quad (4.3.23)$$

$$\sigma(\xi, \eta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\{(\xi - 2m)^2 + (\frac{\eta - 2n}{\gamma})^2\}^{3/2}} \quad (4.3.24)$$

ここで、 $\phi(\xi, \eta)$  の代わりに  $\phi_0(\xi, \eta)$  を用いて  $I_2$  を計算することによる誤差を推定しておく。

$$0 < \log_e \phi(\xi, \eta) - \log_e \phi_0(\xi, \eta) \\ < \log_e \left\{ 1 + \frac{\phi(\xi, \eta) - \phi_0(\xi, \eta)}{\phi_0(\xi, \eta)} \right\} \\ < \frac{\phi(\xi, \eta) - \phi_0(\xi, \eta)}{\phi_0(\xi, \eta)} \\ < \frac{3}{2} a^2 \left( a^2 + \xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2} \right)^{1/2} \frac{\sigma(\xi, \eta)}{\phi_0(\xi, \eta)} \\ < \frac{3}{2} a^2 \frac{(\xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2})^{1/2}}{\frac{1}{\sigma(\xi, \eta)} + (\xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2})^{3/2}} + \frac{3}{2} a^3 \frac{\sigma(\xi, \eta)}{\phi_0(\xi, \eta)} \\ < \frac{(\max \sigma)^{2/3}}{2^{1/3}} a^2 + \frac{3}{2} (\max \sigma) a^3 \quad (4.3.25)$$

ここに

$$\max_{0 \leq \xi, \eta \leq 1} \sigma = \max_{0 \leq \xi, \eta \leq 1} \sigma(\xi, \eta) = \begin{cases} 1.92 & (\gamma=1 \text{ のとき}) * \\ 4.18 & (\gamma=1.4 \text{ のとき}) \\ 10.47 & (\gamma=2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (4.3.26)$$

したがって  $\phi(\xi, \eta)$  を  $\phi_0(\xi, \eta)$  で近似することによる  $I_2$  の誤差は

$$(0 <) \frac{1}{2 \log_e 2} \int_0^1 \int_0^1 \log_e \phi(\xi, \eta) d\xi d\eta - \frac{1}{2 \log_e 2} \int_0^1 \int_0^1 \log_e \phi_0(\xi, \eta) d\xi d\eta \\ < \frac{1}{2 \log_e 2} \left\{ \frac{(\max \sigma)^{2/3}}{2^{1/3} \pi^2} \alpha^2 + \frac{3}{2\pi^2} (\max \sigma) \alpha^3 \right\} \\ < \begin{cases} 0.089\alpha^2 + 0.067\alpha^3 & (\gamma=1 \text{ のとき}) \\ 0.15\alpha^2 + 0.15\alpha^3 & (\gamma=1.4 \text{ のとき}) \\ 0.28\alpha^2 + 0.37\alpha^3 & (\gamma=2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (4.3.27)$$

次に式 (4.3.24) で定義される  $\sigma(\xi, \eta)$  を近似計算する。式 (4.3.24) の総和で  $|m| \leq M$  かつ  $|n| \leq N$  以外の部分を積分で近似すると次式が得られる。

\*これらの値は  $\sigma(\xi, \eta)$  の数値計算 (後述, 表 4.1 ~ 4.3) によって得たものである。

$$\sigma(\xi, \eta) = S_{MN}(\xi, \eta) + I_{MN} \quad (4.3.28)$$

ここに

$$S_{MN}(\xi, \eta) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \frac{1}{\{(\xi-2m)^2 + (\frac{\eta-2n}{\gamma})^2\}^{\frac{3}{2}}} \quad (4.3.29)$$

$$\begin{aligned} I_{MN} &= \frac{1}{4} \iint_S \frac{1}{(\xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2})^{\frac{3}{2}}} d\xi d\eta \\ &= \frac{\gamma \sqrt{\gamma^2(2M+1)^2 + (2N+1)^2}}{(2M+1)(2N+1)} \end{aligned} \quad (4.3.30)$$

$S$  : 積分領域, 全平面から矩形領域 ( $|\xi| < 2M+1$  かつ  $|\eta| < 2N+1$ ) を除いた範囲

まず  $\sigma(\xi, \eta)$  を  $\{S_{MN}(\xi, \eta) + I_{MN}\}$  で近似することによる誤差  $\varepsilon(\xi, \eta)$  の推定をおこなう。

Euler-Maclaurin の総和公式\* を  $m$  と  $n$  に対して繰返して適用すると

$$\begin{aligned} \varepsilon(\xi, \eta) &\equiv \sigma(\xi, \eta) - \{S_{MN}(\xi, \eta) + I_{MN}\} \\ &= \iint_S \left\{ -\frac{1}{2} L(\xi-x) \frac{\partial}{\partial x} g(x, y) - \frac{1}{2} L(\eta-y) \frac{\partial}{\partial y} g(x, y) \right. \\ &\quad \left. + L(\xi-x) L(\eta-y) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} g(x, y) \right\} dx dy \end{aligned} \quad (4.3.31)$$

ここに

$$g(x, y) = \frac{1}{(x^2 + \frac{y^2}{\gamma^2})^{\frac{3}{2}}} \quad (4.3.32)$$

$$\left. \begin{aligned} L(x) &= \frac{x-1}{2} & (0 < x < 2) \\ L(x+2m) &= L(x) & (m: \text{整数}) \end{aligned} \right\} \quad (4.3.33)$$

したがって

$$\begin{aligned} |\varepsilon(\xi, \eta)| &\leq \frac{1}{4} \iint_S \left\{ \left| \frac{\partial}{\partial x} g(x, y) \right| + \left| \frac{\partial}{\partial y} g(x, y) \right| + \left| \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} g(x, y) \right| \right\} dx dy \\ &= \gamma \left[ \frac{(2M+1)^3 + (\frac{2N+1}{\gamma})^3}{(2M+1)^2 (\frac{2N+1}{\gamma})^2 \{ (2M+1)^2 + (\frac{2N+1}{\gamma})^2 \}^{\frac{3}{2}}} + \frac{(2M+1)^2 + (\frac{2N+1}{\gamma})^2}{2(2M+1)^2 (\frac{2N+1}{\gamma})^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(2M+1)^3 + (\frac{2N+1}{\gamma})^3}{(2M+1)^3 (\frac{2N+1}{\gamma})^3} - \frac{1}{\{ (2M+1)^2 + (\frac{2N+1}{\gamma})^2 \}^{\frac{3}{2}}} \right] \end{aligned} \quad (4.3.34)$$

故に  $\sigma(\xi, \eta)$  を式 (4.3.28) で近似計算することによる  $I_2$  の誤差は

$$\left| \frac{1}{2 \log_e 2} \int_0^1 \int_0^1 \log_e \left[ 1 + \left( \xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sigma(\xi, \eta) \right] d\xi d\eta \right. \\ \left. - \frac{1}{2 \log_e 2} \int_0^1 \int_0^1 \log_e \left[ 1 + \left( \xi^2 + \frac{\eta^2}{\gamma^2} \right)^{\frac{3}{2}} \{ S_{MN}(\xi, \eta) + I_{MN} \} \right] d\xi d\eta \right|$$

\* 一般に一次導関数まで連続な関数  $f(x)$  に対して Euler-Maclaurin の式

$$f(2m+\xi) = \frac{1}{2} \int_{2m-1}^{2m+1} f(x) dx - \frac{\xi}{2} \{ f(2m-1) - f(2m+1) \} - \int_{2m-1}^{2m+1} L(\xi-x) f'(x) dx$$

が成立する。  $L(x)$  は式 (4.3.33) で定義される関数である。

$$\begin{aligned}
&< \frac{1}{2 \log_e 2} \max_{0 \leq \xi, \eta \leq 1} \{ |\varepsilon(\xi, \eta)| \} \cdot \int_0^1 \int_0^1 \frac{(\xi^2 + \frac{\eta^2}{r^2})^{\frac{3}{2}}}{1 + (\xi^2 + \frac{\eta^2}{r^2})^{\frac{3}{2}}} \min_{0 \leq \xi, \eta \leq 1} \{ S_{MN}(\xi, \eta) + I_{MN} \} d\xi d\eta \\
&< \frac{1}{2 \log_e 2} \max_{0 \leq \xi, \eta \leq 1} \{ |\varepsilon(\xi, \eta)| \} \cdot \frac{(1 + \frac{1}{r^2})^{\frac{3}{2}}}{1 + (1 + \frac{1}{r^2})^{\frac{3}{2}}} \min_{0 \leq \xi, \eta \leq 1} \{ S_{MN}(\xi, \eta) + I_{MN} \} \quad (4.3.35)
\end{aligned}$$

ところで、後述(表4.1~4.3.)のように

$$\min_{0 \leq \xi, \eta \leq 1} \{ S_{MN}(\xi, \eta) + I_{MN} \} = \begin{cases} 1.13 & (r=1 \text{ のとき}) \\ 1.98 & (r=1.4 \text{ のとき}) \\ 3.6 & (r=2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (4.3.36)$$

したがって、 $M, N$ として

$$\left. \begin{aligned} r=1 \text{ のとき} & \quad M=5, \quad N=5 \\ r=1.4 \text{ のとき} & \quad M=5, \quad N=7 \\ r=2 \text{ のとき} & \quad M=4, \quad N=8 \end{aligned} \right\} \quad (4.3.37)$$

と選ぶと、 $\sigma(\xi, \eta)$ を式(4.3.28)で近似計算することによる $I_2$ の誤差は、式(4.3.34), (4.3.35), (4.3.36)によって

$$\left. \begin{aligned} r=1 \text{ のとき} & \quad 0.011 \text{ 以下} \\ r=1.4 \text{ のとき} & \quad 0.009 \text{ 以下} \\ r=2 \text{ のとき} & \quad 0.011 \text{ 以下} \end{aligned} \right\} \quad (4.3.38)$$

であることがわかる。

ここで $M, N$ を式(4.3.37)のように選んで、式(4.3.28)によって $\sigma(\xi, \eta)$ を数値計算する。この $\sigma(\xi, \eta)$ を式(4.3.23)に代入して $\phi_0(\xi, \eta)$ を求め、さらに式(4.3.22)に従って数値積分をおこなって $I_2$ を求めると次の値を得る。

$$I_2 = \begin{cases} 0.421 & (r=1 \text{ のとき}) \\ 0.444 & (r=1.4 \text{ のとき}) \\ 0.515 & (r=2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (4.3.39)$$

これらの数値計算は電子計算機によっておこなった。なお、 $\sigma(\xi, \eta), \phi_0(\xi, \eta),$

$\log_e \phi_0(\xi, \eta)$ の値を表4.1~4.3に示す。

(d) 式(4.3.19)~(4.3.21)に式(4.3.39)を代入すると、テレビ画像の二次元線形冗長度 $R_p$ の近似式として次式を得る。

$$\begin{aligned} r=1 \text{ のとき} \\ R_p = -0.066 - \left( \frac{1}{2} + 0.12\alpha^2 \right) \log_2 \alpha + 0.30\alpha^2 \quad \text{ビット/絵素} \quad (4.3.40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r=1.4 \text{ のとき} \\ R_p = -0.176 - \left( \frac{1}{2} + 0.17\alpha^2 \right) \log_2 \alpha + 0.38\alpha^2 \quad \text{ビット/絵素} \quad (4.3.41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r=2 \text{ のとき} \\ R_p = -0.266 - \left( \frac{1}{2} + 0.24\alpha^2 \right) \log_2 \alpha + 0.46\alpha^2 \quad \text{ビット/絵素} \quad (4.3.42) \end{aligned}$$

表 4.1  $\gamma = 1$  のとき  $\sigma(\xi, \eta)$ ,  $\phi_0(\xi, \eta)$ ,  $\log_e \phi_0(\xi, \eta)$

| $\sigma(\xi, \eta), \gamma=1$ | $\eta \backslash \xi$ | 0/8                                     | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|-------------------------------|-----------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                               | 0/8                   | 1.130                                   | 1.135 | 1.153 | 1.185 | 1.237 | 1.316 | 1.437 | 1.623 | 1.920 |
|                               | 1/8                   |   | 1.141 | 1.158 | 1.190 | 1.240 | 1.318 | 1.435 | 1.616 | 1.902 |
|                               | 2/8                   |   |       | 1.174 | 1.203 | 1.250 | 1.322 | 1.431 | 1.597 | 1.855 |
|                               | 3/8                   |   |       |       | 1.228 | 1.269 | 1.332 | 1.427 | 1.571 | 1.791 |
|                               | 4/8                   |   |       |       |       | 1.301 | 1.352 | 1.431 | 1.550 | 1.727 |
|                               | 5/8                   |   |       |       |       |       | 1.389 | 1.448 | 1.541 | 1.677 |
|                               | 6/8                   | $\sigma(\xi, \eta) = \sigma(\eta, \xi)$ |       |       |       |       |       | 1.486 | 1.552 | 1.654 |
|                               | 7/8                   |   |       |       |       |       |       |       | 1.591 | 1.664 |
|                               | 8/8                   |   |       |       |       |       |       |       |       | 1.710 |

| $\phi_0(\xi, \eta), \gamma=1$ | $\eta \backslash \xi$ | 0/8                                     | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|-------------------------------|-----------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                               | 0/8                   | 1.000                                   | 1.002 | 1.018 | 1.063 | 1.155 | 1.321 | 1.606 | 2.088 | 2.920 |
|                               | 1/8                   |   | 1.006 | 1.025 | 1.073 | 1.170 | 1.341 | 1.631 | 2.116 | 2.947 |
|                               | 2/8                   |   |       | 1.052 | 1.110 | 1.218 | 1.403 | 1.707 | 2.203 | 3.031 |
|                               | 3/8                   |   |       |       | 1.183 | 1.310 | 1.516 | 1.842 | 2.356 | 3.181 |
|                               | 4/8                   |   |       |       |       | 1.460 | 1.693 | 2.048 | 2.586 | 3.413 |
|                               | 5/8                   |   |       |       |       |       | 1.959 | 2.348 | 2.916 | 3.751 |
|                               | 6/8                   |   |       |       |       |       |       | 2.774 | 3.376 | 4.231 |
|                               | 7/8                   | $\phi_0(\xi, \eta) = \phi_0(\eta, \xi)$ |       |       |       |       |       |       | 4.015 | 4.903 |
|                               | 8/8                   |   |       |       |       |       |       |       |       | 5.837 |

| $\log_e \phi_0(\xi, \eta), \gamma=1$ | $\eta \backslash \xi$ | 0/8   | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|--------------------------------------|-----------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                      | 0/8                   | 0.000   | 0.002 | 0.018 | 0.061 | 0.144 | 0.279 | 0.474 | 0.736 | 1.071 |
|                                      | 1/8                   |   | 0.006 | 0.025 | 0.071 | 0.157 | 0.294 | 0.489 | 0.750 | 1.081 |
|                                      | 2/8                   |   |       | 0.051 | 0.104 | 0.197 | 0.339 | 0.535 | 0.790 | 1.109 |
|                                      | 3/8                   |   |       |       | 0.168 | 0.270 | 0.416 | 0.611 | 0.857 | 1.157 |
|                                      | 4/8                   |   |       |       |       | 0.378 | 0.527 | 0.717 | 0.950 | 1.228 |
|                                      | 5/8                   |   |       |       |       |       | 0.672 | 0.853 | 1.070 | 1.322 |
|                                      | 6/8                   |   |       |       |       |       |       | 1.020 | 1.217 | 1.442 |
|                                      | 7/8                   | $\log_e \phi_0(\xi, \eta) = \log_e \phi_0(\eta, \xi)$ |       |       |       |       |       |       | 1.390 | 1.590 |
|                                      | 8/8                   |   |       |       |       |       |       |       |       | 1.764 |

表 4.2  $\gamma = 1.4$  のときの  $\sigma(\xi, \eta)$ ,  $\psi_0(\xi, \eta)$ ,  $\log_e \psi_0(\xi, \eta)$

| $\sigma(\xi, \eta)$ , $\gamma = 1.4$ | $\xi \backslash \eta$ | 0/8   | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|--------------------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                      | 0/8                   | 1.977 | 1.978 | 1.983 | 1.996 | 2.026 | 2.083 | 2.186 | 2.361 | 2.653 |
|                                      | 1/8                   | 1.994 | 1.994 | 1.998 | 2.009 | 2.036 | 2.091 | 2.191 | 2.362 | 2.649 |
|                                      | 2/8                   | 2.046 | 2.045 | 2.044 | 2.049 | 2.069 | 2.116 | 2.207 | 2.368 | 2.638 |
|                                      | 3/8                   | 2.141 | 2.137 | 2.127 | 2.120 | 2.126 | 2.159 | 2.236 | 2.379 | 2.625 |
|                                      | 4/8                   | 2.289 | 2.280 | 2.257 | 2.230 | 2.214 | 2.224 | 2.279 | 2.400 | 2.615 |
|                                      | 5/8                   | 2.513 | 2.495 | 2.449 | 2.389 | 2.339 | 2.316 | 2.342 | 2.433 | 2.615 |
|                                      | 6/8                   | 2.850 | 2.817 | 2.730 | 2.618 | 2.513 | 2.442 | 2.427 | 2.484 | 2.630 |
|                                      | 7/8                   | 3.365 | 3.304 | 3.146 | 2.944 | 2.752 | 2.610 | 2.539 | 2.554 | 2.665 |
|                                      | 8/8                   | 4.179 | 4.065 | 3.773 | 3.412 | 3.079 | 2.829 | 2.683 | 2.647 | 2.722 |

| $\psi_0(\xi, \eta)$ , $\gamma = 1.4$ | $\xi \backslash \eta$ | 0/8   | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|--------------------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                      | 0/8                   | 1.000 | 1.004 | 1.031 | 1.105 | 1.253 | 1.509 | 1.922 | 2.582 | 3.653 |
|                                      | 1/8                   | 1.001 | 1.007 | 1.037 | 1.115 | 1.267 | 1.526 | 1.944 | 2.607 | 3.680 |
|                                      | 2/8                   | 1.012 | 1.021 | 1.059 | 1.147 | 1.310 | 1.581 | 2.011 | 2.686 | 3.765 |
|                                      | 3/8                   | 1.041 | 1.055 | 1.105 | 1.208 | 1.388 | 1.679 | 2.129 | 2.823 | 3.913 |
|                                      | 4/8                   | 1.104 | 1.124 | 1.187 | 1.310 | 1.514 | 1.830 | 2.306 | 3.025 | 4.131 |
|                                      | 5/8                   | 1.224 | 1.249 | 1.328 | 1.474 | 1.704 | 2.050 | 2.557 | 3.306 | 4.435 |
|                                      | 6/8                   | 1.438 | 1.469 | 1.564 | 1.732 | 1.989 | 2.362 | 2.900 | 3.682 | 4.841 |
|                                      | 7/8                   | 1.821 | 1.856 | 1.960 | 2.140 | 2.411 | 2.802 | 3.363 | 4.176 | 5.371 |
|                                      | 8/8                   | 2.523 | 2.550 | 2.635 | 2.791 | 3.040 | 3.419 | 3.981 | 4.814 | 6.052 |

| $\log_e \psi_0(\xi, \eta)$ , $\gamma = 1.4$ | $\xi \backslash \eta$ | 0/8   | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|---|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|   | 0/8                   | 0.000 | 0.004 | 0.031 | 0.100 | 0.226 | 0.411 | 0.654 | 0.948 | 1.295 |
|   | 1/8                   | 0.001 | 0.007 | 0.037 | 0.109 | 0.236 | 0.423 | 0.665 | 0.958 | 1.303 |
|   | 2/8                   | 0.012 | 0.021 | 0.058 | 0.137 | 0.270 | 0.458 | 0.699 | 0.988 | 1.326 |
|   | 3/8                   | 0.040 | 0.054 | 0.100 | 0.189 | 0.328 | 0.518 | 0.756 | 1.038 | 1.364 |
|   | 4/8                   | 0.099 | 0.116 | 0.171 | 0.270 | 0.414 | 0.604 | 0.836 | 1.107 | 1.419 |
|   | 5/8                   | 0.202 | 0.222 | 0.284 | 0.388 | 0.533 | 0.718 | 0.939 | 1.196 | 1.489 |
|   | 6/8                   | 0.363 | 0.385 | 0.447 | 0.549 | 0.688 | 0.860 | 1.065 | 1.304 | 1.577 |
|   | 7/8                   | 0.600 | 0.618 | 0.673 | 0.761 | 0.880 | 1.030 | 1.213 | 1.429 | 1.681 |
|   | 8/8                   | 0.925 | 0.936 | 0.969 | 1.027 | 1.112 | 1.229 | 1.382 | 1.572 | 1.800 |

表 4.3  $r=2$  のときの  $\sigma(\xi, \eta)$ ,  $\psi_0(\xi, \eta)$ ,  $\log_e \psi_0(\xi, \eta)$

| $\sigma(\xi, \eta), \quad r=2$ | $\eta \backslash \xi$ | 0/8    | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|--------------------------------|-----------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                | 0/8                   | 4.050  | 4.015 | 3.921 | 3.798 | 3.680 | 3.604 | 3.604 | 3.713 | 3.983 |
|                                | 1/8                   | 4.099  | 4.061 | 3.961 | 3.828 | 3.702 | 3.619 | 3.613 | 3.719 | 3.985 |
|                                | 2/8                   | 4.252  | 4.206 | 4.082 | 3.921 | 3.767 | 3.663 | 3.641 | 3.735 | 3.991 |
|                                | 3/8                   | 4.527  | 4.464 | 4.297 | 4.083 | 3.880 | 3.737 | 3.688 | 3.763 | 4.003 |
|                                | 4/8                   | 4.961  | 4.869 | 4.629 | 4.327 | 4.047 | 3.845 | 3.755 | 3.802 | 4.020 |
|                                | 5/8                   | 5.615  | 5.473 | 5.112 | 4.671 | 4.273 | 3.988 | 3.842 | 3.853 | 4.045 |
|                                | 6/8                   | 6.598  | 6.369 | 5.803 | 5.143 | 4.571 | 4.168 | 3.950 | 3.916 | 4.077 |
|                                | 7/8                   | 8.100  | 7.714 | 6.793 | 5.780 | 4.952 | 4.390 | 4.079 | 3.990 | 4.118 |
|                                | 8/8                   | 10.474 | 9.785 | 8.224 | 6.633 | 5.430 | 4.654 | 4.227 | 4.076 | 4.168 |

| $\psi_0(\xi, \eta), \quad r=2$ | $\eta \backslash \xi$ | 0/8   | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|--------------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                | 0/8                   | 1.000 | 1.008 | 1.061 | 1.200 | 1.460 | 1.880 | 2.520 | 3.488 | 4.983 |
|                                | 1/8                   | 1.001 | 1.011 | 1.068 | 1.210 | 1.474 | 1.897 | 2.540 | 3.510 | 5.009 |
|                                | 2/8                   | 1.008 | 1.023 | 1.089 | 1.242 | 1.516 | 1.948 | 2.600 | 3.579 | 5.035 |
|                                | 3/8                   | 1.030 | 1.051 | 1.131 | 1.301 | 1.591 | 2.038 | 2.704 | 3.696 | 5.216 |
|                                | 4/8                   | 1.078 | 1.106 | 1.205 | 1.396 | 1.707 | 2.173 | 2.855 | 3.865 | 5.403 |
|                                | 5/8                   | 1.171 | 1.209 | 1.328 | 1.543 | 1.876 | 2.361 | 3.061 | 4.090 | 5.651 |
|                                | 6/8                   | 1.348 | 1.393 | 1.531 | 1.767 | 2.116 | 2.614 | 3.329 | 4.378 | 5.967 |
|                                | 7/8                   | 1.678 | 1.727 | 1.869 | 2.106 | 2.452 | 2.949 | 3.670 | 4.736 | 6.355 |
|                                | 8/8                   | 2.309 | 2.340 | 2.437 | 2.619 | 2.920 | 3.386 | 4.096 | 5.171 | 6.825 |

| $\log_e \psi_0(\xi, \eta), \quad r=2$ | $\eta \backslash \xi$ | 0/8   | 1/8   | 2/8   | 3/8   | 4/8   | 5/8   | 6/8   | 7/8   | 8/8   |
|---------------------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                       | 0/8                   | 0.000 | 0.008 | 0.059 | 0.183 | 0.378 | 0.631 | 0.924 | 1.249 | 1.606 |
|                                       | 1/8                   | 0.001 | 0.011 | 0.066 | 0.191 | 0.388 | 0.640 | 0.932 | 1.256 | 1.611 |
|                                       | 2/8                   | 0.008 | 0.023 | 0.085 | 0.217 | 0.416 | 0.667 | 0.956 | 1.275 | 1.626 |
|                                       | 3/8                   | 0.029 | 0.050 | 0.123 | 0.263 | 0.464 | 0.712 | 0.995 | 1.307 | 1.652 |
|                                       | 4/8                   | 0.075 | 0.101 | 0.186 | 0.334 | 0.535 | 0.776 | 1.049 | 1.352 | 1.687 |
|                                       | 5/8                   | 0.158 | 0.190 | 0.283 | 0.434 | 0.629 | 0.859 | 1.119 | 1.409 | 1.732 |
|                                       | 6/8                   | 0.299 | 0.332 | 0.426 | 0.569 | 0.750 | 0.961 | 1.203 | 1.477 | 1.786 |
|                                       | 7/8                   | 0.518 | 0.546 | 0.625 | 0.745 | 0.897 | 1.082 | 1.300 | 1.555 | 1.849 |
|                                       | 8/8                   | 0.837 | 0.850 | 0.891 | 0.963 | 1.072 | 1.220 | 1.410 | 1.643 | 1.921 |



これらのグラフを図 4.2 ~ 4.4 に曲線  $R_p$  で示す。

(e) なお参考のため、テレビ画面の二次元スペクトル密度  $\hat{\varphi}(u, v)$  のグラフの一例を図 4.5 に示す。これは上記の  $\psi_0(\xi, \eta)$  の値を用いて、式

$$\hat{\varphi}(u, v) = \frac{2\pi\alpha}{\gamma} \frac{1}{(\alpha^2 + u^2 + \frac{v^2}{\gamma^2})^{3/2}} \psi_0\left(\frac{u}{\pi}, \frac{v}{\pi}\right) \quad (4.3.43)$$

によって計算したものである。

### 4.3.3 有限個の絵素による二次元予測

これまで論議してきた二次元線形冗長度は、テレビ信号に二次元最適線形予測を適用することによって除き得る冗長度であった。二次元最適線形予測では、一般には無限の過去までの絵素（実際のテレビ信号では 1 フィールドの範囲内の絵素に限らざるを得ないが、理論的には無限個の絵素を考える）の値を利用して予測をおこなっている。しかしテレビ画面に対する線形予測では、ほんの数個の値のみによる予測でも、無限個の絵素の値を利用した予測とほとんど同程度の精度の予測が可能である。このことは、予測回路を実際に製作する場合に、回路を非常に簡素化し得ることを意味する。以下このことを具体的な数値例で示す。

#### (a) 有限個の絵素による最適線形予測

有限個の絵素の値に基づく予測の一般的な場合を考えよう。予測すべき絵素の値を  $x_0$  とし、その近傍の  $N$  個の絵素  $x_1, x_2, \dots, x_N$  を選び（ $N$  個の絵素の順番は任意でよい）、その一次結合

$$x_0^* = \sum_{\nu=1}^N c_\nu x_\nu \quad (4.3.44)$$

を  $x_0$  の予測値とするような線形予測を考える。（ $x_\nu$  は実数とする。）予測誤差（自乗平均値）は

$$\begin{aligned} \epsilon_N &= E\{|x_0 - x_0^*|^2\} \\ &= \rho_{00} - 2 \sum_{\nu=1}^N c_\nu \rho_{0\nu} + \sum_{\mu=1}^N \sum_{\nu=1}^N c_\mu c_\nu \rho_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (4.3.45)$$

ここに

$$\rho_{\mu\nu} = E\{x_\mu x_\nu\} \quad (\mu, \nu = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (4.3.46)$$

連立方程式

$$\frac{\partial \epsilon_N}{\partial c_\nu} = 0 \quad (\nu = 1, 2, \dots, N) \quad (4.3.47)$$

を解いて  $\epsilon_N$  を最小にする  $c_\nu$  を求め、式 (4.3.45) に代入すれば  $\epsilon_N$  の最小値  $\min \epsilon_N$  が求まる。

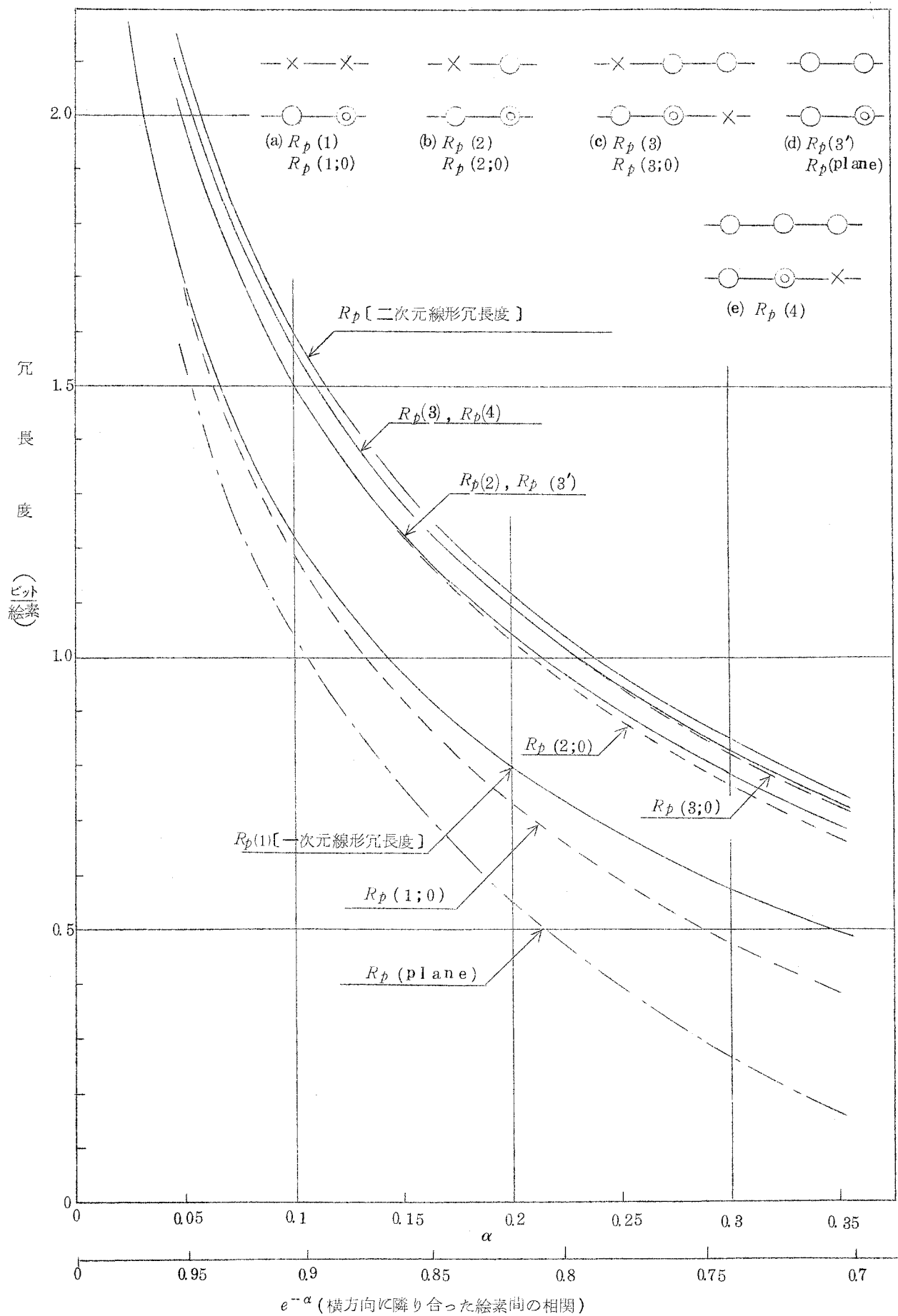


図 4.2 各種予測法により除き得る冗長度 ( $\gamma=1$ )

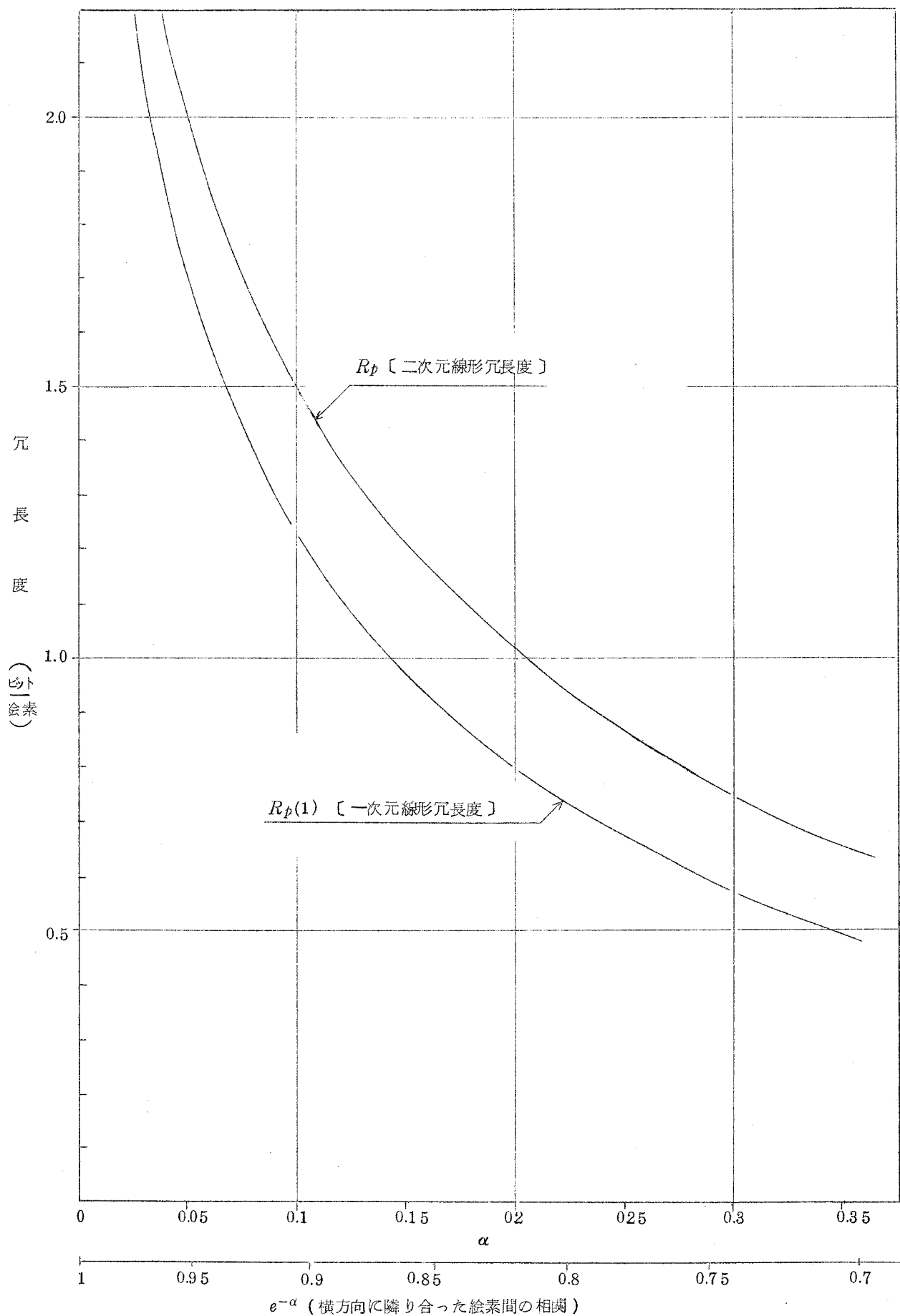


図 4.3 各種予測法により除き得る冗長度 ( $\gamma = 1.4$ )

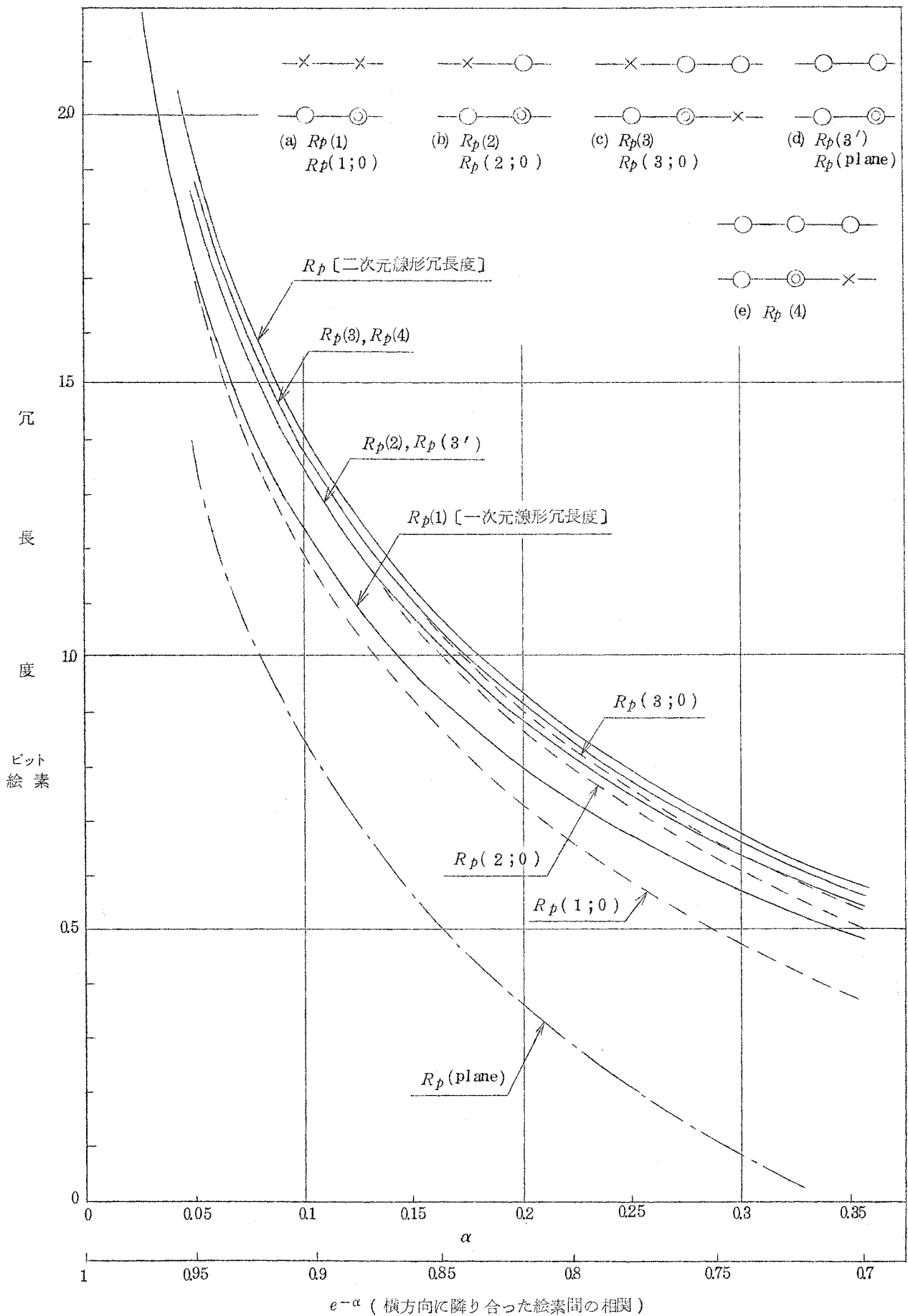
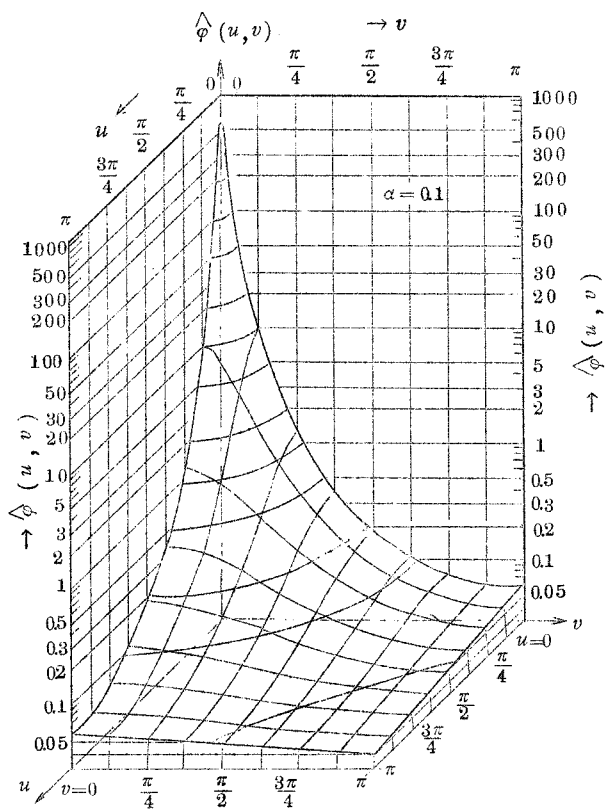
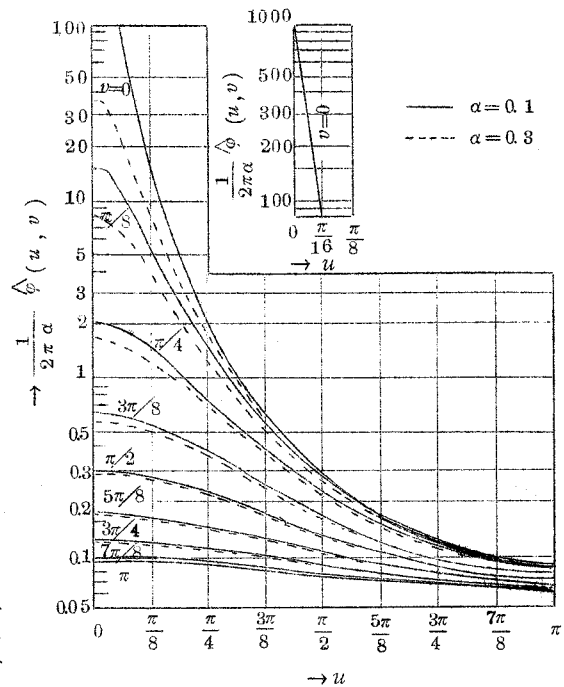


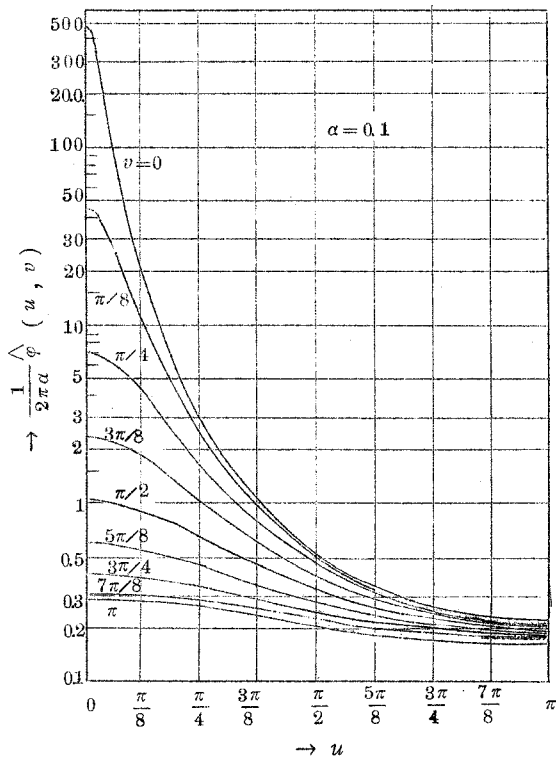
図 4.4 各種予測法により除き得る冗長度 ( $\gamma = 2$ )



(a) 飛越走査をしない場合 ( $r=1, \alpha=0.1$ )



(b) 飛越走査をしない場合 ( $r=1$ )



(c) 飛越走査をした場合 ( $r=2, \alpha=0.1$ )

図 4.5 テレビ画像の二次元スペクトル密度

$$\min \varepsilon_N = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{cccccc} \rho_{00} & \rho_{01} & \rho_{02} & \cdots & \rho_{0N} \\ \rho_{10} & \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{20} & \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \rho_{N0} & \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & \rho_{NN} \end{array} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{cccc} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & \rho_{NN} \end{array} \\ \hline \end{array}} \quad (4.3.48)$$

ここで、 $N$  個の絵素の情報に基く最適線形予測によって除き得る冗長度  $R_p(N)$  を、4.2.2 と同様の考え方によって、次式で定義する。

$$R_p(N) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\rho_{00}}{\min \varepsilon_N} \quad (4.3.49)$$

各種の絵素の選び方について  $R_p(N)$  を計算した結果を図 4.2, 4.4 の曲線  $R_p(1)$ ,  $R_p(2)$ ,  $R_p(3)$ ,  $R_p(3')$ ,  $R_p(4)$  で示す。これらは図 4.6 に示すように

$$x_0 = x_{m,n} \quad (4.3.50)$$

とすると、それぞれ

$$\begin{aligned} R_p(1): & \quad x_1 = x_{m-1,n} \\ R_p(2): & \quad x_1 = x_{m-1,n}, \quad x_2 = x_{m,n-1} \\ R_p(3): & \quad x_1 = x_{m-1,n}, \quad x_2 = x_{m,n-1}, \quad x_3 = x_{m+1,n-1} \\ R_p(3'): & \quad x_1 = x_{m-1,n}, \quad x_2 = x_{m-1,n-1}, \quad x_3 = x_{m,n-1} \\ R_p(4): & \quad x_1 = x_{m-1,n}, \quad x_2 = x_{m-1,n-1}, \quad x_3 = x_{m,n-1}, \quad x_4 = x_{m+1,n-1} \end{aligned} \quad (4.3.51)$$

と選んだ場合であり、相関関数はやはり式(4.3.1)で与えられるものとして計算した。

なお、 $R_p(1)$  は一次元線形冗長度に一致する。なぜならば、相関関数が式(4.3.1)で与えられるものと仮定したのであるから、 $x_{m,n}$  の値を  $x_{m-\mu,n}$  ( $\mu=1, 2, 3, \dots$ ) の一次結合で予測する線形予測では、 $x_{m-1,n}$  のみに基いて予測するのと同じ精度しか得られないからである。<sup>\*</sup> すなわち、一次元最適線形予測によって除き得る冗長度は、図 4.6(a) に示すような 1

\* このことは、例えば式(4.3.44)で

$$x_\nu = x_{m-\nu,n} \quad (\nu = 0, 1, 2, \dots, N)$$

とおけば

$$\rho_{\mu\nu} = r_{00} e^{-\alpha|\mu-\nu|}$$

となるから、式(4.3.48)の  $\min \varepsilon_N$  は、 $N \geq 1$  ならば  $N$  に無関係に

$$\min \varepsilon_N = r_{00} (1 - e^{-2\alpha})$$

となることから明らかである。

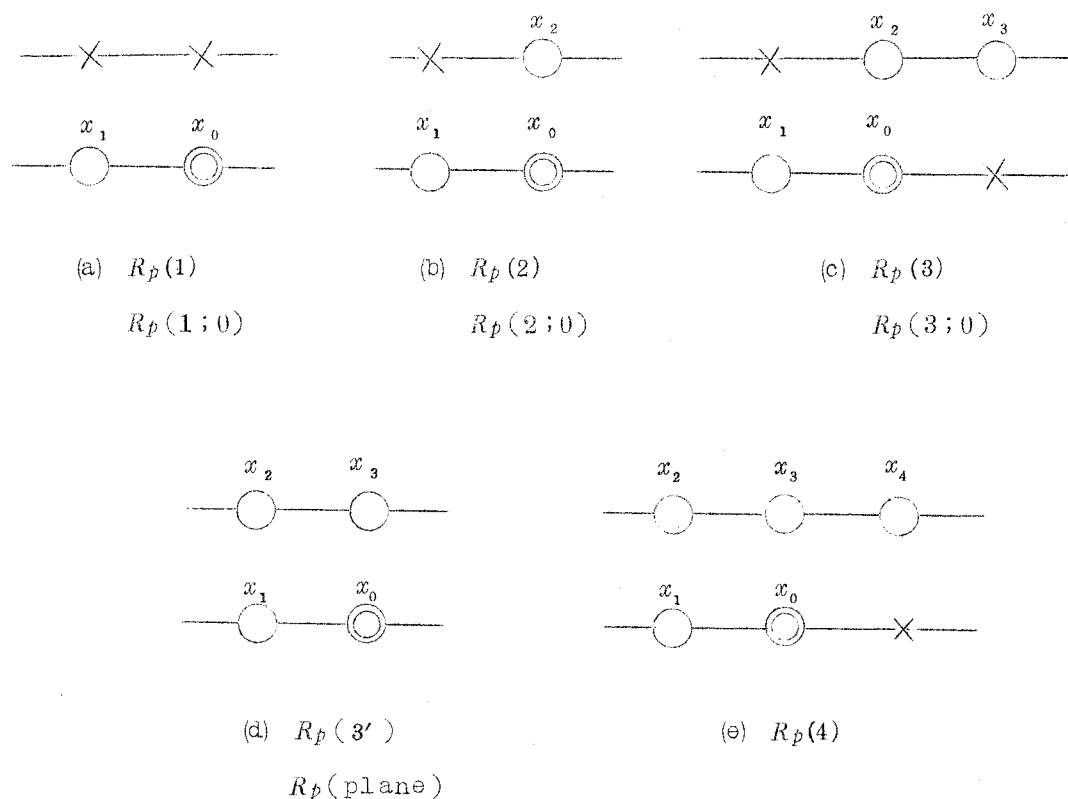


図 4.6 有限個の絵素による予測

個の絵素のみに基づく予測によって除き得る冗長度に等しい。

以上の結果を比較してみると  $R_p(3)$  は二次元線形冗長度  $R_p$  とあまり差がなく、テレビ画面に対する二次元予測は実用上図 4.6 (c) に示した 3 つの絵素に基づく予測をおこなえば十分であることを示している。また  $R_p(2)$  と  $R_p(3')$  がほとんど等しいこと、及び  $R_p(3)$  と  $R_p(4)$  がほとんど等しいことは、図 4.6 (d) 及び (e) に於ける  $x_2$  はいずれも  $x_0$  の予測に対してはほとんど効果のないことを示している。

〔注〕  $x_v$  を適当に選んでいけば、 $N \rightarrow \infty$  のとき  $R_p(N) \rightarrow R_p$  となる。 $R_p(N)$  を順次計算することによって極限值  $R_p$  を推定しようとした下記の文献が発表されているが、これらはいずれも公式の使用法を誤っていて結果は正しくない。

K. H. Powers, H. Staras: "Some Relations Between Television Picture Redundancy and Bandwidth Requirements",  
Communication and Electronics, pp. 492-496, (Sept. 1957).

A. V. J. Martin: "Two-dimensional Predictive Redundancy in a Television Display", I. R. E. Trans. CS-7 [1], pp. 57-61,  
(May 1959).

## (b) 定係数による予測

テレビ画面の相関関数  $r_{\mu, \nu}$  は近似的に式 (4.3.1) のように表わされるが、この式に含まれるパラメーター  $\alpha$  は被写体によってほぼ 0.01 ~ 0.3 の範囲で変化する。このことは、最適予測を考えるならば予測回路の形 [ 式 (4.3.4.4) の係数  $c_\nu$  ] を被写体の相関関数が変わる毎に変化させなければならないことを意味する。もしこの係数  $c_\nu$  を  $\alpha$  に無関係な定数とすることができれば、実用回路を製作する上で回路が非常に簡単になる。

いま、式 (4.3.4.4) の形の線形予測で係数  $c_\nu$  は、最適線形予測を与える係数の  $\alpha \rightarrow 0$  に於ける極限值に等しく選んだものを考える。この定係数 ( $\alpha$  によって変化しない係数) によって除き得る冗長度を、図 4.2 と図 4.4 の曲線  $R_p(1;0)$ ,  $R_p(2;0)$ ,  $R_p(3;0)$  に示す。これらはそれぞれ、図 4.6 (a) ~ (c) に示した絵素による定係数の予測によって除き得る冗長度を示している。予測回路の係数を具体的に示せば次のようになる。

$\gamma = 1$  のときには

$$R_p(1;0): \quad x_{m,n}^* = x_{m-1,n} \quad \text{[ 前値予測 ]} \quad (4.3.52)$$

$$R_p(2;0): \quad x_{m,n}^* = \frac{1}{2}(x_{m-1,n} + x_{m,n-1}) \quad (4.3.53)$$

$$R_p(3;0): \quad x_{m,n}^* = 0.484 x_{m-1,n} + 0.266 x_{m,n-1} + 0.250 x_{m+1,n-1} \quad (4.3.54)$$

$\gamma = 2$  のときには

$$R_p(1;0): \quad x_{m,n}^* = x_{m-1,n} \quad \text{[ 前値予測 ]} \quad (4.3.55)$$

$$R_p(2;0): \quad x_{m,n}^* = 0.724 x_{m-1,n} + 0.276 x_{m,n-1} \quad (4.3.56)$$

$$R_p(3;0): \quad x_{m,n}^* = 0.702 x_{m-1,n} + 0.059 x_{m,n-1} + 0.239 x_{m+1,n-1} \quad (4.3.57)$$

一般のテレビ画面では  $R_p(3;0)$  と  $R_p$  との差は小さく、 $\gamma = 1$  及び 2 の場合にはそれぞれ式 (4.3.54), (4.3.57) で示される予測をおこなえば、完全な二次元最適線形予測をおこなわなくても、最適予測とほぼ同程度の予測精度が得られる。

ところで簡単な二次元予測法として時々用いられる面予測、すなわち

$$x_{m,n}^* = x_{m-1,n} - x_{m-1,n-1} + x_{m,n-1} \quad \text{[ 面予測 ]} \quad (4.3.58)$$

によって除き得る冗長度は図 4.2, 4.4 の曲線  $R_p(\text{plane})$  で示される。 $R_p(\text{plane})$  は  $R_p(1;0)$  よりも小さく、面予測は式 (4.3.52) に示す前値予測よりも劣ることを示している。

## 4.4 テレビ信号の冗長度の検討

テレビ信号は二次元的な広がりを持った画面を走査して得られる信号であるから、信号の統計的性質にも走査の影響が強く現われていて走査線間にも強い相関が存在する。したがってテレビ信号の統計的冗長度を除去するためには、この走査線間の相関をも利用すれば有利である。走査線間相関を利用することによる改善度は、二次元冗長度  $R_p$  と一次元冗長度  $R_p(1)$  との差で



与えられる。図 4.2 ~ 4.4 に示したように二次元冗長度  $R_p$  そのものは被写体によって大幅に変化するが、 $R_p - R_p(1)$  は被写体にはあまり関係せず、例えば  $r = 1.4$  (すなわち我国の標準方式のテレビ信号) のときには、 $0.2 \sim 0.3$  ビット/絵素 程度である。しかしながらこの値は数量的には非常に小さいものであって、一次元冗長度と二次元冗長度との差はあまり大きくないことを示している。

一次元冗長度と二次元冗長度との間にあまり大きな差のないことは次のように説明できる。例えば横方向に隣り合った絵素間の相関と縦方向に隣り合った絵素間の相関が等しい場合 ( $r = 1$ ) について考えてみよう。信号値  $x_{m,n}$  を予測するには、 $x_{m-1,n}$  の値によっても  $x_{m,n-1}$  の値によっても統計的には全く同じ予測精度が得られる。しかしながら  $x_{m-1,n}$  に関する情報のみを得て  $x_{m,n}$  を予測している場合には、 $x_{m,n-1}$  に関する情報が追加されても新たに加わった情報量は決して前のものに等しくはないのである。これは  $x_{m,n-1}$  と  $x_{m-1,n}$  との間にもかなりの相関があるために、 $x_{m,n-1}$  から得られる情報のうちの大部分はすでに  $x_{m-1,n}$  から得られてしまっているからである。同様のことが、一次元予測と二次元予測を比較した場合にも成立する。したがって一次元冗長度と二次元冗長度の差はあまり大きくないのである。

なお前節の計算では線形予測によって除き得る冗長度のみを扱っているが、さらに進んで非線形の予測を考えた場合にも、一次元冗長度と二次元冗長度の差があまりないという点に関してはほぼ同様の傾向となるであろう。<sup>[注]</sup> 一方、テレビ信号の一次元冗長度(必ずしも線形冗長度とは限らない)は、2.3.3 で述べたように信号レベルの遷移確率から計算すると、帯域圧縮のために実際に利用できるのはせいぜい 2 ビット強(1 絵素当り)である。したがって、二次元冗長度を考えても(符号化装置に於て使用し得る蓄積装置の容量が 1 フィールド程度以下とすれば)利用できる冗長度はおそらく 3 ビット以下であろう。

同様に考えれば、テレビ信号のフィールド間相関までを考慮した三次元冗長度を利用しても、例えば線形予測のような簡単な予測によって除き得る冗長度のみを考えるならば、一次元のものに比してたいして大きくはないであろう。

例えば静止パターンが幾フレームにもわたって継続しているような映像信号に対しては、単なる遅延回路(1 フレーム分の遅延を与える回路)を用いれば送るべき情報は最初の 1 フレームのみで良いということにはなるが、これでは少し動きのある画面が現われたときは直ちに使用できなくなる。したがって最も条件の悪い信号でも伝送し得るためには、極端に大容量の記憶装置(少くとも数カットに及ぶ情報を蓄積できるような elastic memory)がない限り、利用できるフィールド相関は非常に小さいものである。もっとも time-variant な予測回路で、カメラの動き(panning, tilting, zooming 等)に応じて回路定数が時間的に変化し、さらに被写体の動きに応じて画面内の場所毎に異った形をとるような予測回路が実現できれば、そ

の効果はかなり大きなものであろうが、これを実現するためには被写体の各部の動きを捕えるための高度のパターン認識的な技術をも必要とし、現在の技術水準ではとても実現不可能である。したがって、time-invariant な予測を考える限りでは、たとえ非線形の予測を考えてもあまり効果が期待できないように思われる。

以上の事実から推定すると、テレビ信号の持つ統計的冗長度のうちで利用できる部分は、たとえフィールド間相関まで利用したとしても、その上限はせいぜい3ビット/絵素 程度であろう。したがって統計的冗長度の除去のみによってテレビ信号の帯域圧縮をしようとしても、あまり大きな圧縮率は望めないであろう。

しかしこのことは、必ずしもテレビ帯域圧縮が不可能であることを意味するものではない。本章ではカメラ出力から受像管入力までを情報伝送系と考えたときの統計的冗長度について論じてきたのであるが、テレビ信号の最終的受信者を人間の大脳と考えた場合の冗長度はもっと大きなものである。後編(次章以下)では、視覚系をも含めたテレビ系を考えることによってテレビ信号の帯域圧縮が可能なことを述べ、そのような立場に立って考えられた補間符号方式について論ずる。

[注] “人間”を予測器として、テレビ画像(静止画像)に対する二次元予測をおこなわせた実験結果がGraham<sup>(4-3)</sup>によって報告されている。この実験では、テレビ画面のうちで図3.1に○印で示した絵素の部分のみを受像管に出して、他の部分(◎印及び×印の絵素の部分)は消しておく。被検者は受像管の画面を見ながら◎印の絵素の輝度を変化して、最適の予測値と思われる輝度値に調整することを要求される。(被検者はコントラストと輝度を自由に变化したり、拡大鏡を用いることも許されている。)この予測誤差のレベル分布に基いてエントロピー〔4.2.1に於ける $H(x_m - x_m^*)$ 〕を求め、それに対応する冗長度を計算する。群集を撮った画像に対して“人間予測器”に前値予測と“最適推定”をおこなわせた結果、前値予測によって除き得る冗長度が0.7ビット/絵素 であるのに対して、“最適推定”に基く冗長度が1.0ビット/絵素 であった。

“人間予測器”ではかなり複雑で高級な操作をおこなっていて、線形予測よりも優れた予測をおこなっているように思われるのであるが、その効果は上記のようにあまり大きくない。これは、非線形でtime-variant な予測回路を用いた予測符号化をおこなっても、線形でtime-invariant な予測に比してそれほど大きな効果を期待できないことを示す一例のように感ずるのは筆者のみであろうか。

#### 4.5 本章のとりまとめ

- (1) 予測符号化という立場に基く冗長度の考え方を示した。
- (2) 前章で得た予測定理を用いて、テレビ画面の二次元線形冗長度を計算した。
- (3) テレビ画面に対して、有限個の絵素に基く線形予測によって除き得る冗長度の計算法を明らかにし、その値を計算した。
- (4) テレビ画面に対する線形予測としては、予測定理で与えられるような理想的な最適線形予測によらなくとも、予測すべき点の近傍の数個の絵素の値を用いれば実用上十分な精度の予

測が可能であることを明らかにした。

(5) 本章でおこなった計算結果及び第2章で調べた各種の統計を総合して検討することによって、帯域圧縮に利用し得る統計的冗長度がどの程度存在するかを考察した。

(6) 極度に大容量の蓄積装置によって情報速度の平均化をおこなわない限りは、帯域圧縮に利用し得る統計的冗長度はかなり小さなものであることが判明した。

後 編

視 覚 の 性 質 を 利 用 し た 帯 域 圧 縮

## 第5章 視覚特性と帯域圧縮方式

### 5.1 概 要

前編で論じたように、テレビ信号の統計的冗長度はあまり大きなものではなく、統計的冗長度の除去のみによる帯域圧縮では大きな圧縮率は期待できないことがわかった。統計的冗長度は(2.2で論じたように)、テレビカメラの出力信号(映像信号)と受像管の入力信号との間に波形歪が起らないことを条件とした場合の冗長度である。しかしテレビ系に於ける最終的受信者は人間の脳であるから、仮に信号に波形歪が起ってもその波形歪が我々の視覚によって検知できないものであれば差支えなく、このような意味ではテレビ信号もかなりの冗長度を持つものと考えられる。本章では、人間の視覚特性を利用したテレビ帯域圧縮の各種の方式を分類整理することによって、帯域圧縮の研究の現状及び問題点を明らかにすると同時に、帯域圧縮に利用できる可能性のある視覚の性質について論ずる。

### 5.2 視覚特性を利用した帯域圧縮の考え方

2.2で論じたようにテレビ信号は最終的には受像管面上の映像として眼で見るものであるから、視覚系を通らないような情報すなわち最終的に我々の脳で受入れられないような情報は電氣的にも伝送する必要はない。換言すれば、伝送された映像信号に波形歪が発生しても、その波形歪が我々の視覚によって検知できないものであれば差支えない。視覚特性を利用した帯域圧縮では、この種の波形歪を許容することによって伝送すべき情報量を減少する。帯域圧縮方式の成否は、電気系(又は光学系)と視覚系との間の情報伝達の整合をいかに上手におこなうかによる。

しかし現在のところ視覚系の心理・生理的特性に関してはほとんど判っておらず、帯域圧縮によって生ずる画質の劣化を測る尺度となるようなものは見出されていない。もっとも視覚の解像度特性、明度差の検知限、フリッカーに対する感度、動きを再現するために必要なフレーム数等に関する測定データは多数存在するのであるが、これらはいずれも極く限られた特殊な条件のもとでおこなわれた実験結果であって、テレビ画像の画質評価の一般的基準となり得るものではない。したがってテレビ信号の伝送にあたって省略可能な情報がどの範囲のものであるかは、現状では明確でない。本章では各種の圧縮方式を分類検討することによって、これ

らの方式が視覚に与える影響を調べ、帯域圧縮に利用し得る視覚の性質の解明に努める。

視覚特性を利用した帯域圧縮の各種の方式を分類すると表5.1のようになる。

方式の具体的な論議に入る前に、輝度感覚と信号電圧の間の変換特性の非線形性について次節で論ずる。

なおここで、二次元画像に対する視覚系の空間周波応答特性について付記しておく。視覚系の特性は低域濾波器的で、高周波に対する応答が低下している。<sup>(5-1)</sup>したがって画像に混入するノイズは、同一電力であれば周波数が高ければ高いほど目につきにくい。この現象は各種の圧縮方式に於て種々の形で利用されている。

### 5.3 輝度感覚と信号電圧の関係

視覚系の特性に整合した信号処理（帯域圧縮）をおこなうためには、信号処理に先立って信号電圧と輝度感覚との変換特性が直線的になるように補正（一種のガンマ補正）しておくことが有利である。電圧と輝度感覚との変換特性が非直線的であると、例えば電圧軸で等間隔の量子化をおこなっても、量子化ノイズの目立ち方は信号の輝度によって変化するので、量子化段階数は最も輝度弁別感度の高い箇所を基準にして定めなければならず、それ以外の箇所では必要以上に細かい量子化をおこなうことになってしまう。信号に混入するその他のノイズについても同様のことが言える。したがって、電圧と輝度感覚の間の非線形性が大きい場合には、送受信側に非直線補正回路（一種のガンマ補正回路）を用意して輝度感覚と電圧とが直線的になるように補正した上で信号処理をする必要が生ずる。

ところが実際のテレビ信号に対してこの非直線特性を調べてみると、受像管の電圧対輝度変換特性の非直線性と視覚系の輝度感覚の非直線性とが補正し合っていて、受像管入力電圧と輝度感覚との関係は、黒レベル近辺の曲りを除けばほぼ直線的である。これはテレビ信号の処理に於て非常に都合の良い性質であって、厳密なことを要求しなければ特に非直線補正回路を必要としないことを意味する。

この関係を更に詳細に論じよう。受像管の電圧対輝度変換特性は、ほぼ次式で近似できる。

$$b = \frac{1 + (B-1)v^\gamma}{B} \quad (5.3.1)$$

$b$  : 受像管の輝度（最高輝度を  $b = 1$  に基準化）

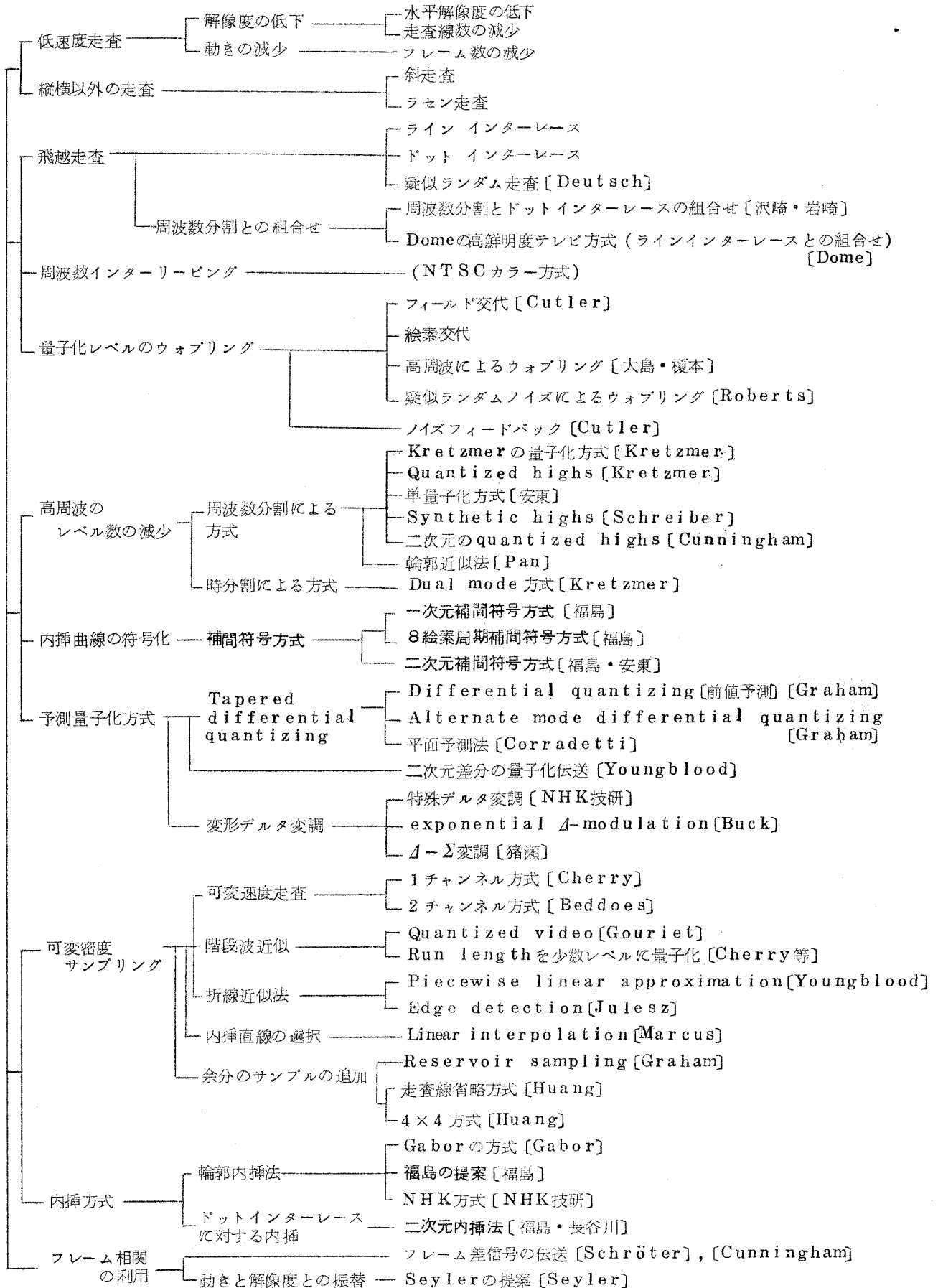
$v$  : 受像管のカットオフから測ったグリッド電圧（ $0 \leq v \leq 1$  に基準化）

$\gamma$  : 受像管のガンマ（通常の受像管では  $\gamma = 2.5 \sim 3$  の定数）

$B$  : 受像管のコントラスト比（室内光の反射やハレーション等によって定まるが、通常の観測状態では、 $B = 3.0 \sim 5.0$ ）

表 5.1 テレビ帯域圧縮方式の分類

(視覚特性を利用した圧縮方式)



一方輝度感覚（視覚系の光対刺激変換特性）は非常に複雑で各種の条件（例えば注視している点の近傍の輝度分布等）によって影響を受けるが，ここでは第一近似として Weber-Fechner の法則に従うと考えると，輝度感覚  $s$  は輝度  $b$  の対数に比例するものと仮定する。輝度をデシベルで表示したものを感覚尺度  $s$  として用いると

$$s = 20 \log_{10} \frac{1 + (B - 1) v^r}{B} \quad (5.3.2)$$

この関係をグラフに示すと図 5.1 のようになり，黒レベル付近の曲りを除いてほぼ直線的である。黒レベル付近に関しても，受像管のバイアスを適当に（映像信号の黒レベルを受像管のカットオフよりも多少高めに）調整すれば，電圧と感覚の関係はほぼ直線とみなしても実用上は差支えなからう。Weber-Fechner の法則を仮定せずに，Moon, Spencer の測定や Munsell の明度尺度等のデータに基づいて計算しても，同様の結果が得られる。(5-2)

#### 5.4 低速度走査と縦横以外の走査

##### (a) 低速度走査

現在の標準方式のテレビ放送では，走査線数 525 本（垂直ブランキングを含む）のフレームを毎秒 30 回の割合で 2 対 1 の飛越走査によって伝送しており，映像帯域幅は 4.2 Mc を使用している。しかし目的によっては，この値は必ずしも最適のものではなく，例えば動きの激しい被写体を伝送するためにはフレーム数を更に増す必要があるし，また逆に銀行に於ける手形の照合に用いるような場合には動きの情報は重要でないのでフレーム数を減少させることも可能である。したがって工業用テレビ等に於ては，その目的に応じて走査線数やフレーム数を減少させることも可能であり，そのときには必然的に伝送帯域幅も減少する。しかしこのような方法は一般的でなく，また帯域圧縮の本筋からも離れるものであるから，本論文では，情報の最終的受信者たる我々の大脳に伝達し得る情報量を，可能な限り減少させないという条件のもとで帯域圧縮を論ずることとする。

##### (b) 螺旋走査

人間の眼の解像力は網膜の中心部分（中心窩）で最も高く，中心から離れるにしたがって減少している。(5-3) テレビ画像の解像度特性を眼の解像度特性と合せるために，画面の中心部の解像度を高く，周辺にいくにしたがって解像度を低くする方式が提案されたことがある。このためには例えば走査線を縦横方向ではなく螺旋形に動かして，中心部ほど密な走査をすれば目的を達することができる。

しかしながら通常のテレビ画面では人間の眼は決して画面の中央を注視しているわけでは



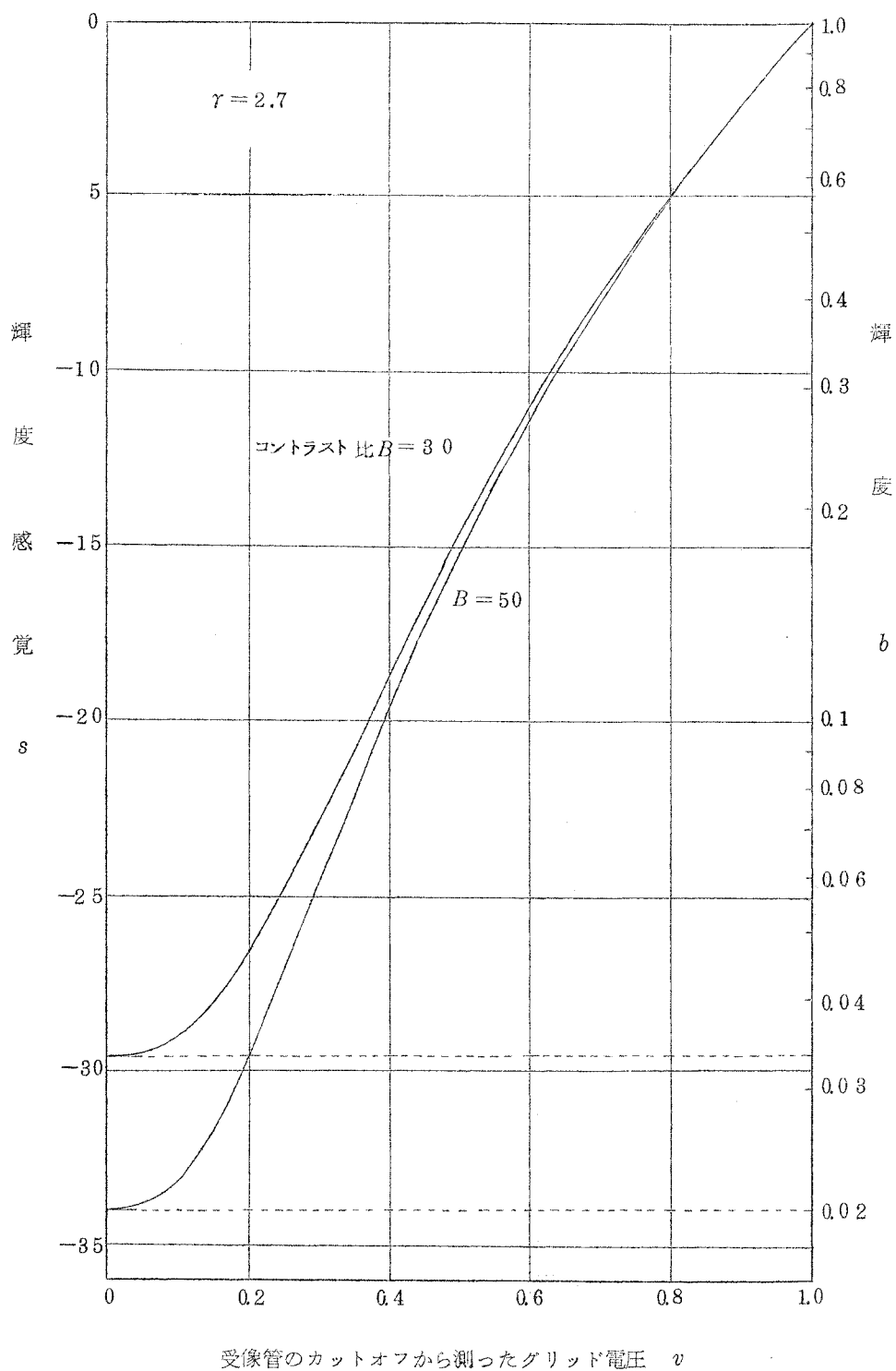


図 5.1 信号電圧と輝度感度の変換特性

なく、また観測者が多勢いる場合にはそれぞれ異った箇所を眺めていることも少なくない。したがって螺旋走査は、特殊な工業用テレビで、主な被写体が必ず画面の中心に来るように撮像される場合以外には、あまり良い方法とは言えない。

#### (c) 斜 走 査

視覚の解像度特性は方向によって異なり、横方向（縦縞に対する分解能）が最も高く、斜方向が最も低く、縦方向がその中間である。<sup>(5-1)</sup>したがって斜走査にすればラスタの走査線構造は水平の場合よりも目立たなくなるであろう。

しかし被写体に含まれる縦や横の線の再現性は、電子ビームの形状に特別の注意をはらっていない現在の撮像管や受像管を用いる限りでは、縦横走査よりも劣っているようである。（このことは、水平走査をおこなっている現在のテレビ系では、縦横の線に比して斜の線が再現しにくいことから推定される。）ところが視覚特性に異方性があるので、斜の線の再現性よりも縦横の線の再現性の方が重要である。したがって、通常の用途には斜走査はあまり適していないように思われる。

### 5.5 飛 越 走 査

標準方式のテレビジョンのフィールド周波数（60%）の決定基準は、被写体の動きの再現性の確保というよりは、むしろフリッカー（ちらつき）を感じないようにする点にある。我々の眼のフリッカーに対する感度は、視角が小さくなればなるほど低下し、小面積のフリッカーであればその周波数がかなり低くてもちらつきを感じなくなる。飛越走査は、視覚系のこのような残像現象を利用したものであって、フィールド周波数が大面積に対するフリッカー検知限に従って定められるのに対して、フレーム周波数は小面積のフリッカーの検知限及び動きの再現性を基準にして定めることができるので、フレーム周波数を低下して伝送帯域巾を圧縮することができる。

標準方式のテレビでは2対1のライン・インターレース（走査線飛越）をおこなっているが、飛越走査はライン・インターレースに限ったことなく、フィールド毎に異った絵素を走査するようにしたドット・インターレースも可能である。しかしあまり高次の飛越走査をおこなうと、1フレームの走査が完了するまでに要する時間が長くなり、点構造によるちらつきが問題になってくる。

このちらつきを減少する方法の一つに周波数分割とドット・インターレースの組合せ方式がある。<sup>(5-4)</sup>テレビ信号を低域と高域に周波数分割して、低周波成分はそのまま伝送し、高周波成分はドット・インターレースによって伝送する方式である。この方式では画面の平坦部

(高周波成分のない個所)にはドット構造によるちらつきが現われない。

このように、高周波成分に対してのみ時分割伝送を適用する方式に、Dome の高鮮明度テレビ方式がある。<sup>(5-5)</sup> テレビ信号を低域、中域および高域に周波数分割する。高域成分は周波数変換して中域の周波数に垂降する。中域成分と、高域成分を中域に変換した成分とをフィールド毎に切替えて、低域成分を加えて伝送する。低域成分は毎フィールド伝送されるので大面積に対するフリッカーは起らず、伝送帯域は低域と中域とを加えた帯域幅に減少できる。

ドット・インターレースによる点構造は、走査が規則的であるよりもランダムである方が目立ちにくい。しかし全くランダムな走査では同期の問題が困難になるので、疑似ランダム走査によるドット・インターレースをおこなおうとする試みが Deutsch によってなされた。<sup>(5-6)</sup> これは低速度走査による狭帯域テレビを目的としたもので、残光性の受像を用いており、フレーム周期は 2.7 sec, 64 フィールドで 1 フレームを完成する。被写体が急に移動したときには、最初の位置にあった像はだんだん薄くなり、新しい位置にゆっくりと現われてくるように見える。このように低速度の走査を通常の走査方式でおこなわせると、たとえ残光性の受像管を用いても走査ビームの動きが目ざわりとなるであろうが、この点はランダム走査によってかなり改善されるものと思われる。この Deutsch の方式は動きの非常に少ない被写体を対象としたものであるが、もっと高速の走査をおこなうテレビに対しても、偏向回路の問題が解決できれば、応用し得る方式であろう。

これらの飛越走査はいずれも視覚(または受像管)の蓄積作用(残像特性)を利用しているので、被写体が動いたり注視点が移動したりする場合には飛越走査の効果はほとんど消失することも少なくない。

また最近、標準方式のテレビに於ける飛越走査は、静止した被写体に対しても、それほど効果が無いという意見すら聞かれる。<sup>(5-7)\*</sup> これは、家庭でテレビを見るような場合には、解像度パターンを注視しているときとはかなり状態が異っていて、眼球の動きも多く、また網膜の周辺部の特性(フリッカーに対する感度は網膜の周辺部の方が中心部よりも高い。<sup>(5-3)</sup>)の影響もあって、視覚の蓄積効果が完全に利用できず、1 フィールド分のラスターによる粗い走査線構造が目につく為と思われる。

---

\* 文献<sup>(5-7)</sup>はフィールド周波数 50% のテレビに対しておこなった視覚測定について論じている。このデータを用いて、フィールド周波数 60% の日本標準方式のテレビに直接適用することはできないが、定性的には同様の効果が得られるものと思われる。

## 5.6 周波数インターリーピング

周波数多重の一方式に周波数インターリーピング(interleaving)がある。これはNTSCカラー方式で用いられていてすでに周知のことと思われるので簡単に論ずる。

テレビ信号は走査線間及びフレーム間(またはフィールド間)に強い相関を持つため、信号の周波数スペクトルは水平周波数( $f_h = 15.75 \text{ kc}$ )及びフレーム周波数( $f_f = 30 \%$ )の整数倍の付近に密集している。したがって二つの映像信号AとBを多重化しようとするときに、一方の信号Bの周波数を変換してちょうど信号Aのスペクトル密度の間隙に入るようにしてから多重化すれば両者の間にはほとんど干渉は起らない。このためには、水平周波数  $f_h$  の高調波については  $f_h/2$  の奇数倍、フレーム周波数  $f_f$  の高調波については  $f_f/2$  の奇数倍の周波数差を維持させるように周波数変換すればよい。例えばNTSCカラー方式では副搬送波として  $455 \times f_h/2 = 3759.545 \text{ Mc}$  を用い、これを色度信号で変調して周波数多重化している。

副搬送波を含んだ映像信号をそのまま受像管に加えると、副搬送波の位相は走査線毎に反転しているので、副搬送波によるビート・パターンはチェッカーボード状の細かい点状パターンとなって目につきにくくなっている。さらにこの点状パターンの極性はフレーム毎に反転するので、視覚の蓄積効果のために目立ち方は減少する。(換言すれば副搬送波による  $f_f/2 = 15 \%$  のフリッカーは小面積なので目につきにくい。)したがってテレビジョンでは副搬送波の除去のために特に  $30 \%$  間隔の楕円形フィルタなどを用いなくても、視覚の特性によって副搬送波の妨害はかなり減少する。もっともこれは被写体が静止しているときのことと、動きのある被写体に対してはこの効果が減少することは飛越走査の場合と同様である。

## 5.7 量子化レベルのウォブリング

映像信号を量子化(輝度レベルの量子化)して伝送する際に必要な量子化段階数は、2.31で述べたように、1絵素当たりほぼ6ビット(64レベル)である。この段階数が少ないと、ゆるやかに変化している波形が量子化によって階段状になるために、画面に偽の輪郭が現われて画質が劣化する。しかしデジタル通信に於ては、量子化段階数を減少できればそれだけ伝送路容量も減少する。このために、粗い量子化によって生ずる偽の輪郭を目につかなくする方法がいろいろ提案されている。

量子化レベルをフィールド毎に切替えて、1量子の半分のレベルだけ交互にシフトすると、視覚の蓄積効果によって量子化段階数が2倍に(1ビット)増加したのと等価になる。<sup>\*</sup>

---

<sup>\*</sup> 文献<sup>(5-8)</sup>によると、この方式に関して次の特許がある。

C.C.Cutler: U.S. Patents, No. 2724740 and No. 2605361.

量子化ステップが等間隔ならば，この操作は次のような方法によって簡単に実現できる。量子化に先だって映像信号には，振幅が1量子の半分に等しくフィールド毎に極性の変る矩形波を加える。さらに受信側では復号化した信号から，送信側で加えた矩形波と同一の波形を差引く。しかし視覚の蓄積効果は完全でないので，この方法では30%（フィールド周波数の半分）のフリッカーが目ざわりになる。

量子化レベルのシフト（ウォブリング）をフィールド毎ではなく1絵素毎におこなうようにすれば，フリッカーの目立ち方はかなり減少する。このときサンプリング周期を，NTSCカラー方式の副搬送波のように水平及び垂直偏向に同期して，走査線毎及びフレーム毎にウォブリングの位相が反転するようにしておけば，更に改善することができるであろう。なおこの方式の出力波形は，原信号の波形を中心として振幅 $\frac{1}{2}$ 量子の振動をする。（図5.2）もし，量子化に先立って加えたウォブリング波形の引算を受信側で省略すると，この振幅は1量子の大きくなり，画面の中で振動の起る場所と起らない場所とが生ずる。

このウォブリングを，サンプリング周波数よりもかなり低い周波数の周期波（例えば三角波）でおこなおうとする提案が大島氏等によってなされている。<sup>(5-9)</sup> この方式では量子化に先立ってウォブリング波形を加えるのみで，受信側に於けるウォブリング波形の引算はおこなっていない。この場合には，明るさの情報がパルス幅に変換されるので，パルス幅変調と粗い量子化とを組合せたような再生波形が得られる。この方式では多重飛越走査の場合のように完全な1フレームが完成するまでにかなりの時間を要するが，視覚（又は受像管の残光）による長時間の平均操作が許されるならば，量子化段階数を1ビット以上減らすことも可能である。したがって画質劣化をある程度許しても量子化段階数を減少したい場合には用い得る方法であろう。

ウォブリングを疑似ランダム・ノイズでおこなおうとする試みもなされている。<sup>(5-10)</sup> 疑似ランダム・ノイズのレベルは確率的に変化し，その分布は三角分布で，最大値（正及び負のピーク）は1量子の大きさに等しくなるように選ばれる。（基本回路は図5.2.(a)と同じで，受信側ではウォブリング波形の引算をおこなう。完全なランダム・ノイズを用いずに疑似ランダムノイズを用いるのは，送信側と受信側で同一波形のノイズを必要とするからである。）この方式によると，1絵素当り4ビットあればかなり画質の良い再生画が得られる。3ビットでも，ノイズは目立つが十分見られる再生画が得られる。視覚系は小面積毎に輝度を平均化して認識する傾向があるので，ノイズが混入していても（小面積毎の輝度の平均値は希望する輝度に一致しているから）視覚系にはあまり妨害とはならず，“偽の輪郭”が消えた分だけ画質が向上したように感ずるのである。なお疑似ランダム・ノイズのパターンはフレーム周期に同期して，毎フレーム同じパターンを用いる方が良く，非同期ではノイズ・パターンの“動き”が目ざわりとなる。

量子化レベルのウォブリングと類似の効果をねらった方式に，Cuttler の提案した方式

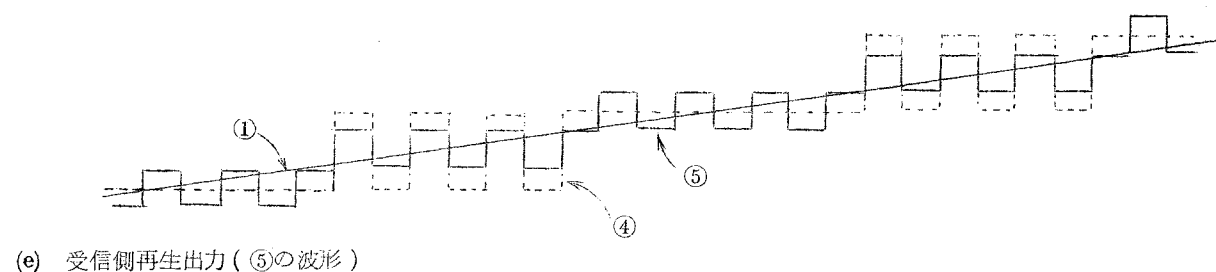
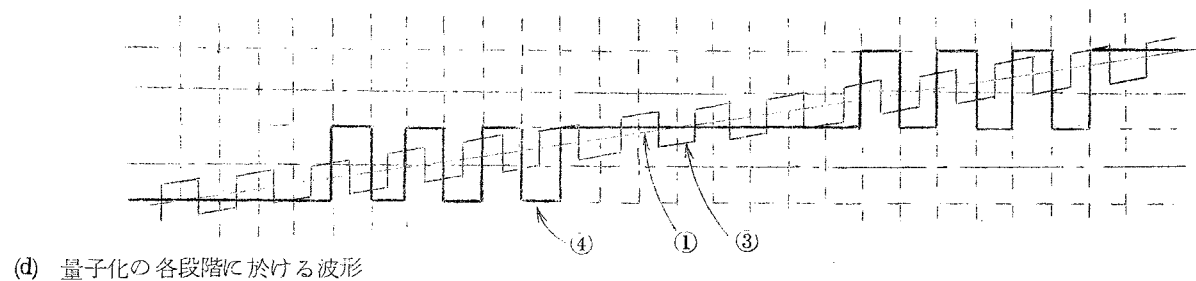
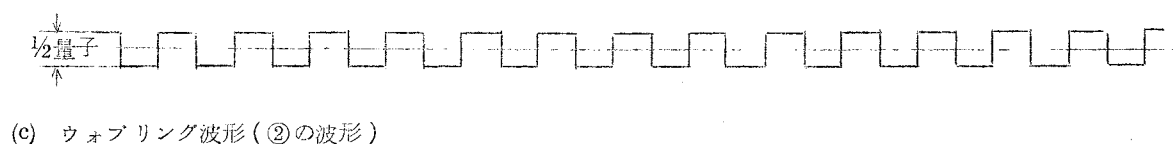
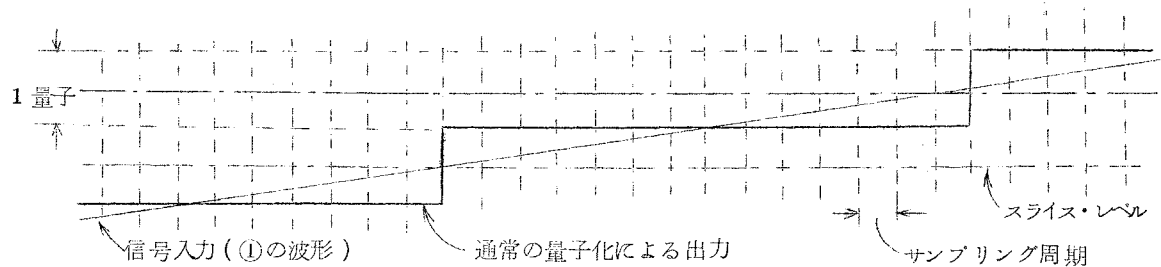
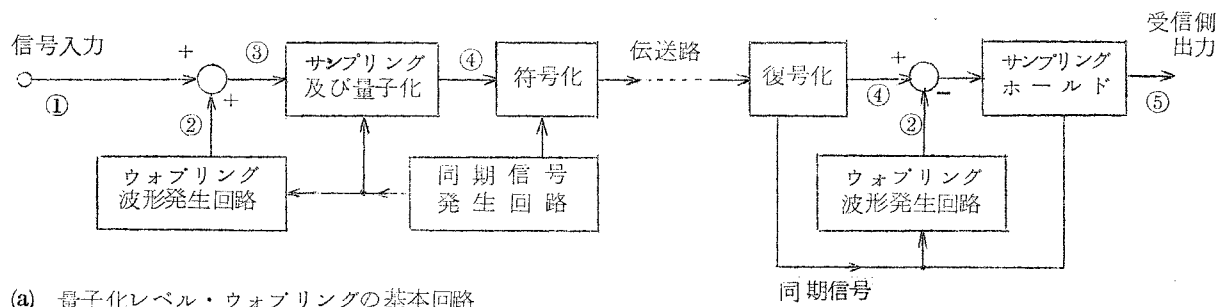


図 5.2 量子化レベルのウォブリング  
(絵素毎のウォブリング)

(Noise feedback around quantizer)がある。<sup>(5-11)</sup> これは、量子化ノイズを、フィルターを通して量子化回路の入力へフィードバックする方法で、量子化出力は原信号のレベルの近傍にある二個の量子化レベルの間を振動するので、前記のウォブリングの場合と同様の効果によって“偽の輪郭”が目立たなくなる。実験結果が発表されていないのでこの効果ははっきりしないが、量子化出力の振動の振幅は1量子の大きさなので、1絵素毎のウォブリングをおこなう前記の方式で、受信側に於けるウォブリング波形の引算を省略した場合と同程度の再生画しか得られないのではないかと思われる。

## 5.8 高周波のレベル数の減少

### (a) 周波数分割による方法

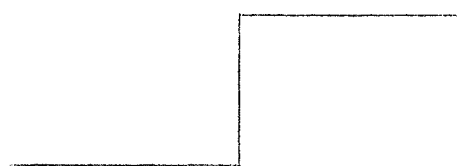
前述のように、輝度レベルの量子化段階数を減少すると、輝度のゆるやかに変化している箇所“偽の輪郭”が現われて画質が劣化するが、輝度変化のはげしい箇所（例えば被写体の輪郭付近）では量子化段階数の減少は画質にあまり影響を与えない。映像信号の周波数成分との関係を見ると、輝度のゆるやかな変化には低周波成分が対応し、輝度の激しい変化には高周波成分が対応する。したがって、高周波成分に対しては粗い量子化（段階数の少い量子化）をおこなっても画質はあまり劣化しないことが予想される。

Kretzmerは映像信号を周波数分割して、0～0.5 Mc, 0.5～1 Mc, 1～2 Mc, 2～4 Mc の4成分に分け、各成分の振幅をそれぞれ7ビット, 4ビット, 3ビット, 2ビットに量子化する方法を提案している。<sup>(5-12)</sup> サンプルング周期は最高周波数が低くなればそれに応じて遅くすることができるので、各成分に対してナイキスト間隔のサンプルングが可能ならば、情報量は1絵素当たり31ビットとなり、通常のP.C.M.の7ビット（Kretzmerは7ビットとして計算している）の約半分に減少できる。Kretzmerは同時に、これを少し簡略化した方式として、映像信号を低域（0～0.5 Mc）と高域（0.5～4 Mc）に周波数分割して、低域は7ビットに量子化し、高域は3ビットに量子化する Quantized highs 方式に対する実験結果を発表している。<sup>(5-12)</sup>

この方式には二つの欠点がある。一つは、急峻なedge（白と黒との境界）に平行にゴーストのような偽の輪郭が現われることである。これは、図5.3(A)に示すように、高域成分のトランジェントが量子化されて生ずる振幅誤差によるものである。もう一つの欠点は小面積のフリッカーの現われることである。このフリッカーは、高域成分の量子化に当って閾値

(threshold)付近のレベルが、入力信号に含まれるノイズの影響で、フレーム毎に異った量子化レベルの間を不規則に往復するために発生するもので、かなり目ざわりになる。

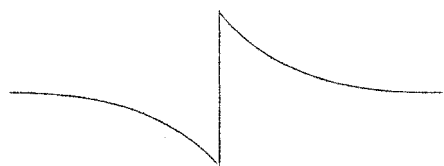
この前者の欠点を除去するために、量子化された高域成分に対して受信側で波形修正をおこ



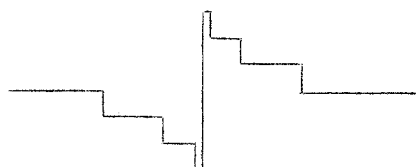
(a) 原 信 号



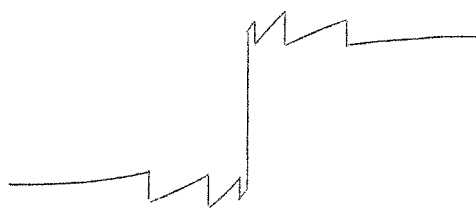
(b) 低 域 成 分



(c) 高 域 成 分

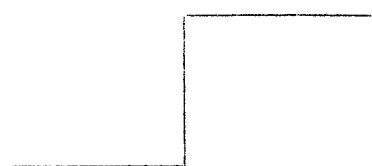


(d) 量子化された高域成分

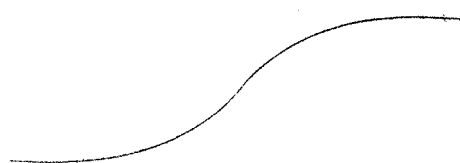


(e) 再生信号 [(b) + (d)]

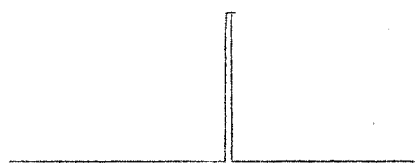
(A) Quantized highs



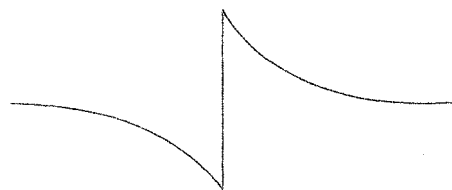
(a) 原 信 号



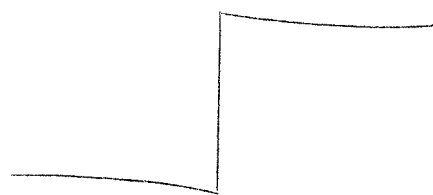
(b) 低 域 成 分



(c) 絵 素 差 信 号  
(量子化して伝送する)



(d) 合成された高域成分



(e) 再生信号 [(b) + (d)]

(B) Synthetic highs

図 5.3 Quantized highs と Synthetic highs の波形



なつてから低域成分と加え合せる方式<sup>(5-13)</sup>(単量子化方式と通称されている)もある。

しかし受信側での波形修正を前提とするならば、高域成分を直接量子化した信号を伝送するよりも、受信側での波形修正に都合のよい信号を伝送する方がよい。SchreiberのSynthetic highs方式<sup>(5-14)</sup>では高域成分に対する情報として、絵素差信号(原信号と、原信号に1絵素分の遅延を与えた信号との差)の振幅を粗く量子化したものを伝送する。受信側では絵素差信号を処理して高域成分に相当する信号を合成する。この合成のためには、高域濾波器のインディッショナル応答と同一波形のインパルス応答を持ったフィルターに、絵素差信号(振幅量子化されている)を通せばよい。合成された高域信号と、別に伝送されてきた低域信号とを加え合せて再生信号を作る。〔図5.3(B)〕 Schreiberは低域信号の帯域を350kcに選り、絵素差信号を9レベルに量子化して実験をおこなつて、その結果ノイズは多少増加したがかなり良い画質の再生画を得たと報告している。しかし一方Newell等の追試<sup>(5-8)</sup>によると、画質はquantized highsよりは優れているが、原画に比べると相当劣化すると報告されている。なお伝送路容量に関して文献<sup>(5-14)</sup>では、絵素差信号の大部分は量子化によって零になってしまうので、絵素差信号に対して統計的符合化をおこなえば、通常のP.C.M.の場合の $\frac{1}{4}$ に減少できると推定しているが、筆者はこの推定は少し楽観的すぎるように感ずる。\*

上述の諸方式のように濾波器で低周波成分と高周波成分を分割する方式に共通して問題となる点に、濾波器の遮断特性がある。急峻な遮断特性を持つ濾波器を用いると、濾波器を通つた信号にはリングングが発生して、非常に目ざわりになる。逆に、リングングが発生しないように遮断特性をなだらかにすると、帯域幅の圧縮率が減少してしまう。

#### (b) 時分割による方式

上記の問題(濾波器の遮断特性に関する問題)は、周波数分割と時分割(サンプリング)とを組合せたために生じたものである。そこで、信号の処理をすべて時間軸上でおこなおうとする方式が考えられるようになった。(本論文の主題である“補間符号方式”も、このような考え方を採用した方式であるが、これについては次章以下で論ずる。)

KretzmesのDual mode方式<sup>(5-15)(5-16)</sup>もその一つである。映像信号をナイキスト間隔でサンプルして、サンプル(絵素の輝度を表わすパルス)を4個づつ組にする。このようにして作られたパルスの組の中で、隣り合つたパルスのレベル差が一定レベル例えば映像振幅

---

\* 文献<sup>(5-14)</sup>では、原信号の波形の“edge”1個に対して量子化された絵素信号1個が対応すると考へて画面内のedgeの数の概数から情報量を計算している。しかしながら通常のテレビ信号では、1個のedgeに対応するトランジェントの範囲は広く、したがつて1個のedgeに対して、零でない絵素差信号(量子化されたもの)が残つて継続して発生するのが普通である。

(p-p 値)の $1/8$  を越すものを含む組を fast mode と名付け、それ以外の組は slow mode と名付ける。fast mode と slow mode では異った信号処理をする。

fast mode では、絶対的な輝度レベルの正確さよりも解像度の方を重視して、1 絵素 (パルス) 当り 2 ビットの量子化をおこなう。したがって 4 個のパルスを含む 1 組では計 8 ビットの情報量となる。一方 slow mode では、解像度よりも絶対的な輝度レベルの正確さを重視して、その組の最初のパルスのレベルを 7 ビットに量子化する。しかし残りの 3 個のパルスの情報は無視する。なお各組の最初には、その組が fast mode か slow mode かを示す情報が 1 ビット必要なので、これを付け加えると fast mode では 9 ビット、slow mode では 8 ビットの情報量となる。しかし fast mode と slow mode で情報量が異なると不便なので、fast mode の最初のパルスは 2 ビットではなく 1 ビットに量子化して、いずれの mode でも 8 ビットになるようにする。したがって全体としては 1 絵素当り 2 ビットの情報量となり、通常の P.C.M. の約  $1/3$  に減少できる。

しかし筆者等の追試によると、再生面の画質はかなり劣化するようである。計算機シミュレーションによって筆者等の得た再生面を図 5.4 に示す。(5-17)



(a) 原 画



(b) Dual mode 方式

図 5.4 Dual mode 方式のシミュレーション

#### (c) 二次元への拡張

テレビ信号は二次元画像を構成するものであるから、上記のような操作を二次元的におこなう方法が考えられる。Cunningham は quantized highs を二次元に拡張した方式について計算機によるシミュレーションをおこなっている。(5-18) なおこの実験では、二次元の低域濾波器は、真の周波数分割ではなく時間軸上の操作によって作っている。

#### (d) 輪郭近似法

二次元の quantized highs をさらに発展させて、高域成分は輪郭を表わすもののみにするという考え方に立って、輪郭を直線ベクトルで近似することにより大幅な帯域圧縮をしようとする輪郭近似方式が Pan によって試みられ、(5-19) それを修正した方式が今井氏によって

提案されている。(5-20)

送信側では原画を二次元低域濾波器に通して低域サンプルを取出してそのまま伝送する。高域成分については原画の輝度変化量から輪郭を抽出し、次にこれらの輪郭を直線ベクトルにより近似し、(今井氏の場合には円弧近似も併用する)ベクトルの位置、長さ、およびベクトルの始点、終点の輝度変化量のみを送る。受信側では送られてきたベクトルの情報から輪郭およびその近傍の輝度を再生し、別途送られてくる低域成分と加え合わせるにより再生画を得る。帯域圧縮率はかなり大きいようであるが、一方画質も相当劣化するようである。再生画ではぼけた画像の中にはっきりとした輪郭がまざり合っていて不自然な感じを受ける。もっともこの種の画質劣化はPanの方式に限ったものではなく、一般に高域成分を粗く量子化する方式に於て、圧縮率を大きくしようとして高域の量子化段階数を減少すると、目につくようになる。

## 5.9 予測量子化方式

### (a) Tapered Differential Quantizing

前節でも論じたように、テレビ画面内で輝度が激しく変化している箇所では、粗い量子化をおこなっても視覚的に許容し得る。換言すれば、視覚系は輝度の不連続な変化には敏感であるが、この不連続の大きさ(不連続線の両側の輝度の差)に対しては鈍感であって、輝度の値に誤差があってもその誤差が不連続の箇所の近傍に限られているならばあまり目につかない。

輝度の誤差に対する視覚系の許容度と、輝度レベルの予測の難易との関係を考える。(予測としては、第3章、第4章で論じたような意味での二次元又は一次元の予測を考えるが、必ずしも線形のものとは限らない。) 信号の波形変化が激しくて予測の困難な箇所では、視覚系も輝度誤差に対して割合に鈍感である。一方輝度変化がゆるやかで予測の容易な箇所では、視覚系も輝度誤差に対して敏感である。この性質を利用した次のような量子化方式が考えられる。

原信号とその予測値との差(予測誤差の瞬時値)を量子化する。量子化の段階は入力(予測誤差)の絶対値の小さい箇所では細かく、大きい箇所では粗くなるようにテーパを付ける。(例えば図5.5)<sup>(5-21)</sup> このようなテーパ付の量子化回路を用いた予測量子化方式の原理図を図5.6に示す。送信側では、量子化された誤差信号を累積して受信側に於ける出力信号と同一の波形(A点の波形)を再生して、その値に基く予測値と原信号との差を量子化する。この回路は図4.1に示した予測符号化の原理図と類似しているが、テーパ付量子化をおこなうときには図4.1の回路では、受信側出力信号に量子化ノイズが累積されてしまうので、図5.6のように送信側に於ても受信側出力と同一の波形を一旦再生してから、その再生された信号に基いて予測信号を作る必要がある。なお送信側と受信側の累積回路の出力(A点の波形)は全く同一でなければならないので、実用機器に於ては信号の処理はアナログ的ではなく、すべて

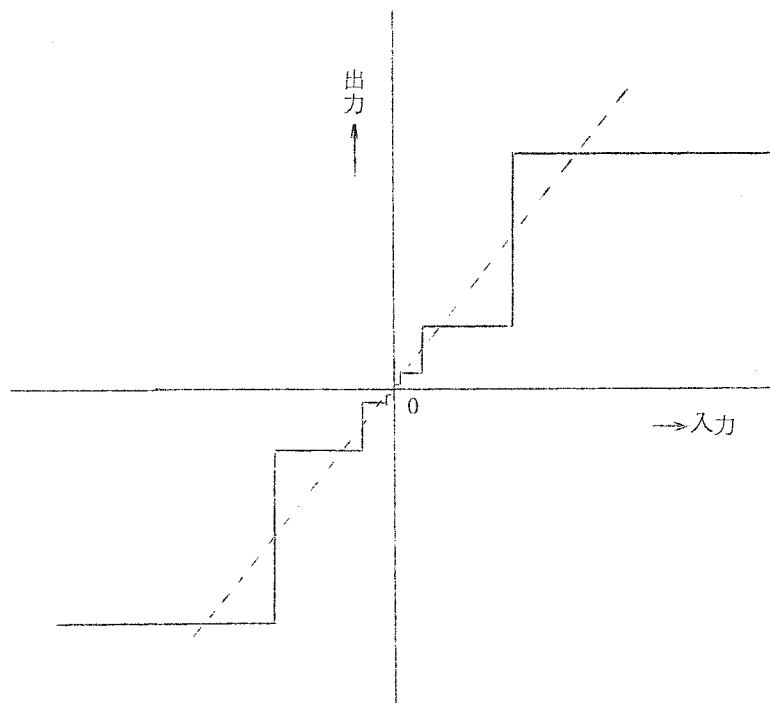


図 5.5 テーパー付量子化回路の一例

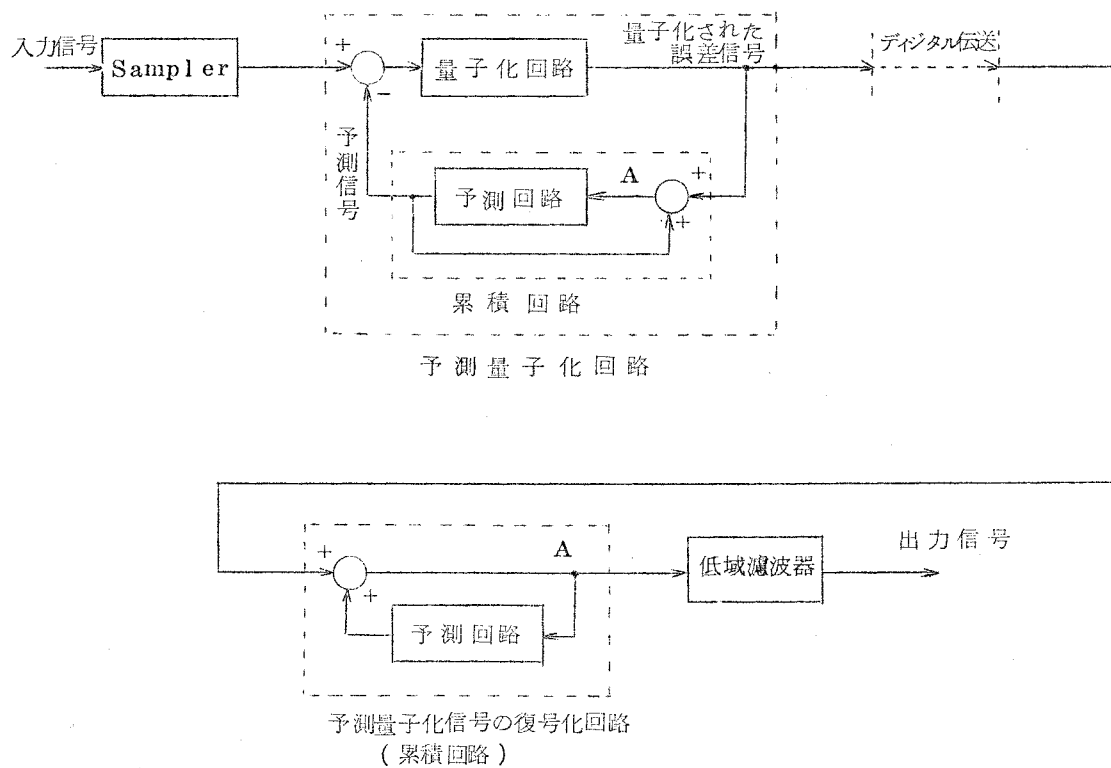


図 5.6 予測量子化方式の原理図

デジタル的におこなうことによって、直流分のドリフトを防止する必要がある。

予測回路としては各種のものを使用することができ、必ずしも線形である必要もない。二、三の代表的な予測回路との組合せについて次に述べる。

なお、この形式の伝送方式の最大の欠点は、もし伝送路のノイズのために1回でも誤動作が起ると、再生信号ではその点以降の直流レベルにドリフトを生じ、再生画はストリーキング的な画質劣化を起すことである。これは、この形式の伝送方式では直流分を伝送していないことに帰因している。

### (b) Differential Quantizing

最も単純な予測量子化方式は、前値予測を使用したものであろう。予測回路としては単に、サンプル間隔に等しい遅延時間を持つ遅延回路を用いればよい。量子化回路のスライス・レベルを原信号の振幅(p-p値)の±(0, 2, 8, 32)%に、量子化出力のレベルを±(1, 4, 16, 64)%に選ぶと、情報量は(特に統計的符号化をおこなわなくても)1絵素(サンプル)当たり3ビットとなる。一方再生画の画質は、被写体の輪郭付近に歪が認められるが、通常の量子化方式で3ビットに量子化した場合よりはるかに優れている。動きのある映像に対しては、入力信号に含まれるノイズが多少強調される傾向はあるが、被写体の動きのための特別な画質劣化は起らないようである。(5-22)(5-23)

なおこの方式は、多レベルのデルタ変調と考えることもできる。すなわち通常のデルタ変調では2レベルの量子化をおこなっているのに対し、この方式では8レベルの量子化をおこなっている。

### (c) Alternate-mode Differential Quantizing

これは非線形予測回路を用いた予測量子化方式である。この予測回路は、水平方向の前値予測と、垂直方向の前値予測とを適宜に切替ることによって予測誤差を減少しようとするものである。(5-21) 今  $n$  番目の走査線上の  $m$  番目の絵素を  $x_{m,n}$  とし、この予測回路による  $x_{m,n}$  の予測値を  $x_{m,n}^*$  とすると、

$$x_{m,n}^* = \begin{cases} x_{m-1,n} & (|x_{m-1,n-1} - x_{m-1,n}| \geq |x_{m-1,n-1} - x_{m,n-1}| \text{ のとき}) \\ x_{m,n-1} & (|x_{m-1,n-1} - x_{m-1,n}| < |x_{m-1,n-1} - x_{m,n-1}| \text{ のとき}) \end{cases} \quad (5.91)$$

と表わせる。すなわち  $x_{m,n}$  の近傍で画像の輪郭が水平方向であるか垂直方向であるかを近接した3個の絵素の値に基いて判断して、水平方向と垂直方向の前値予測を切替えて使用する。

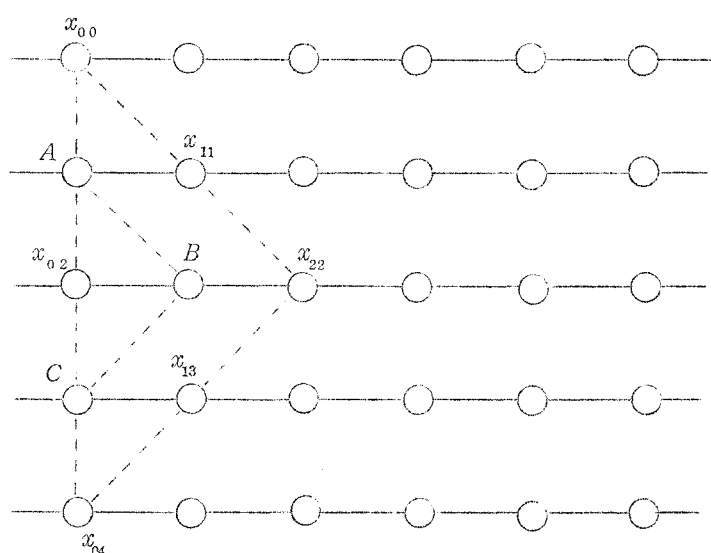
この予測法では被写体の角や斜の線等に対して大きな誤差を生ずる。

この方式は、前述の単純な differential quantizing に比して画質劣化が少ない。

#### (d) 面予測による differential quantizing

Corradetti は面予測<sup>\*</sup>による differential quantizing を実験している。(5-24)  
 画像を走査線 5 本づつを含む帯状に分割する。まず初期値として図 5.7 の  $A, B, C$  の 3 点の値を与える(伝送する)。 $A, B, C$  に隣接した 6 個の輝度を、 $A, B, C$  の値から直線内挿又は直線外挿によって予測し、その予測誤差を量子化して伝送する。この操作が終ると、こんどは  $x_{11}, x_{22}, x_{13}$  (伝送されるのは量子化された予測誤差なので、この  $x_{11}, x_{22}, x_{13}$  は量子化ノイズを含んだ値である)を初期値と考えて同様の操作を右に向って進めていく。

Corradetti の実験によれば画質は、13 レベルのテーパ付量子化をおこなえばかなり良いが、7 レベルでは相当劣化する。



$$x_{02}^* = \frac{A+C}{2}, \quad x_{00}^* = \frac{3}{2} \frac{A-C}{2}, \quad x_{04}^* = \frac{3}{2} \frac{C-A}{2}$$

$$x_{22}^* = B + (B - x_{02}^*),$$

$$x_{11}^* = \frac{x_{00}^* + x_{22}^*}{2}, \quad x_{13}^* = \frac{x_{04}^* + x_{22}^*}{2}$$

図 5.7 面 予 測 法

#### (e) 二次元二次差分の量子化伝送

二次元二次差分を量子化伝送する方式で、ある閾値以下の二次差分は零と仮定することによってサンプル数を減少し、統計的符号化によって伝送する方式である。(5-25) しかし再生画の

\* この面予測は、4.3.3で述べた面予測〔式(4.3.58)〕とは別のものである。

画質は悪く，特に長所のある方式とも思えない。

#### (f) 変形デルタ変調

通常のデルタ変調（2レベルのデルタ変調）は，レベル量子化による通常のP.C.M.方式に比して装置は簡単になるが，情報伝送能率ははるかに劣っている。デルタ変調回路としては図5.6と同様のものを用いることになるが，サンプリング周波数は絵素周期（ナイキスト間隔）よりもはるかに高くする必要がある。サンプリング周波数が十分高くない場合には，量子化回路の量子の大きさが小さいと出力波形は急峻な波形変化に追従できなくなり，逆に量子が大きいと波形変化のゆるやかな箇所に“偽の輪郭”（粗い量子化による偽の輪郭と同種のもの。正及び負の量子の大きさのバランスをくずすと，ざざ波状の縞になる）が目につくようになり，いずれにしても画質劣化を起す。この欠点を補うための二，三の方式の提案がある。

NHK技研では，量子化回路の出力が同極性で2回以上継続した場合には量子の大きさを増大する特殊デルタ変調の実験をおこなったことがある。（5-26）

Buck は映像信号の瞬時レベルに従って量子の大きさを正方向と負方向で非対称に変化させるexponentialデルタ変調を提案している。（5-27）すなわち黒レベル付近では波形が白の方へ向う確率の方が黒の方へ向う確率よりも大きいという仮定のもとに，黒レベル付近では正方向の量子は大きく負方向の量子は小さくなるように定め，白レベル付近ではその逆になるようにする。しかしあまり大きな効果はないように思われる。

なお，デルタ変調に類似の変調方式に，<sup>デルタ・シグマ</sup> $\Delta-\Sigma$ 変調がある。（5-28）これは一種のパルス密度変調であって，直流分も伝送されるのでデルタ変調のように伝送路ノイズが累積されることはなく，また受信側では伝送されてきたパルスを単に低域濾波器に通すのみで復調できる。通常のP.C.M.（振幅を量子化して伝送する方式）と比較すると，伝送路容量が極端に小さくて例えば1～2ビット程度のP.C.M.をおこなわなければならないような場合には， $\Delta-\Sigma$ 変調を用いた方が画質劣化が少ないようである。伝送路容量がこのように小さい場合には， $\Delta-\Sigma$ 変調の方が中間調の再生に適している為であろう。しかし十分な伝送路容量の得られる場合には，情報伝送能率は通常のP.C.M.の方が優れている。

### 5.10 可変密度サンプリング

#### (a) 可変速度走査

映像信号の波形変化の度合に従って走査速度を変化して，波形変化の少ない箇所では走査速度を速く，波形変化の激しい箇所では走査速度を遅くすることによって帯域圧縮をしようとする方式であって，Cherry等によって提案され，（5-29）その後多くの人によって実験されて

いる。(5-30)(5-31) Cherry等の最初の提案では図5.8に示すように撮像管の走査系統にフィードバック回路を設け、映像信号の微分の絶対値が大きいほど走査速度が遅くなるように制御する。受信側での偏向信号は、映像信号から送信側と同様の操作によって取出す。この方式ではノイズ等の影響によって偏向が走査線間またはフレーム間で不ぞろいになって、再生画には偏向の位置のジッターが現われる。視覚系はこの位置の誤差に対しては非常に敏感で、わずかのジッターがあっても画質劣化を感じる。位置の誤差を少なくするために伝送路を2チャンネルにして、映像信号の他に位置の信号専用のチャンネルを設ける試みもあるが、(5-30)(5-31)やはり後述のように、少なくとも位置の情報はデジタル伝送をするべきであろう。

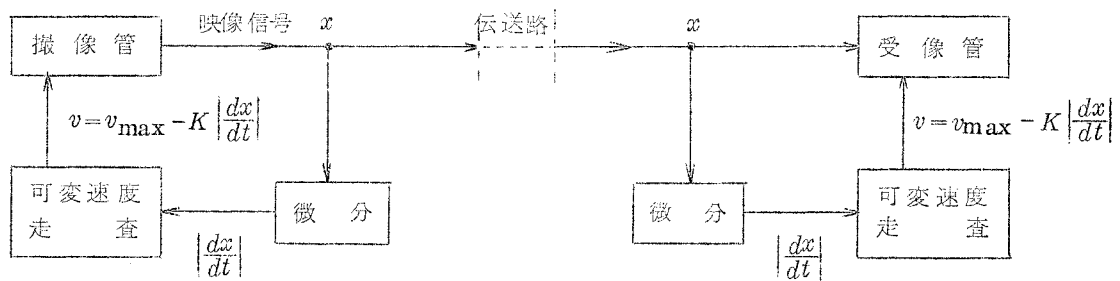


図5.8 Cherry-Gourietの最初の提案による可変速度方式の原理

(1チャンネル方式)

#### (b) Quantized Video 方式

ナイキスト間隔でサンプルして振幅量子化した映像信号に対して、レベル変化のあったサンプル(絵素)のみを伝送しようとするもので、(5-32)可変速度走査をデジタル的におこなう方式の一つと考えることができよう。<sup>\*</sup> 帯域圧縮のためには、このようにして取出された不等間隔のサンプルを等間隔に配列しなおして伝送しなければならないので、伝送すべき情報としてはレベル変化のあった絵素の値と、その絵素の位置の情報(サンプル間隔)とを必要とする。この方式の最大の欠点は、映像信号の振幅量子化をあまり細かくおこなうと、ほとんどすべての絵素を伝送しなければならなくなり、帯域圧縮は不可能になってしまうことである。換言すれば、圧縮率を大きくするためには振幅量子化の段階数を減らさなければならず、粗い量子化によって画質劣化を生ずる。したがってこの方式は、テレビ信号の伝送には適さないが、ファクシミリのように中間調を含まない画像の伝送には向いている。

<sup>\*</sup> 文献(5-32)ではアナログ伝送の方法について述べているが、伝送路ノイズの影響を逃れるために、少なくとも位置の情報に対してはデジタル伝送が必要であろう。



上記のようにレベル変化のあったサンプルをすべて伝送することになると、原信号に含まれるノイズの影響のために伝送すべきサンプル数が非常に多くなる可能性がある。量子化回路にバック・ラッシュを持たせるとこのノイズの影響を受けにくくなるが、<sup>(5-8)</sup> 量子化ノイズの目立ち方は増大するものと思われる。また Cherry 等は、統計的な手法を適用した detail detector によって、伝送すべきサンプルを定める方法を提案している。<sup>(5-33)(5-34)(5-35)</sup>

本方式のような不等間隔サンプリング方式に於けるサンプルの位置情報は、選び得るサンプル間隔を制限することによって能率のよい符号化が可能となる。<sup>(5-31)(5-33)(5-35)</sup> 例えばサンプル間隔を1, 3, 9のみに限定し、それ以外の間隔が必要なときには余分のサンプルを追加することによって間隔の種類を制限するのである。

### (c) 折線近似法

前述の quantized video方式の受信側では、各サンプルの値を次のサンプルが現われるまで零次ホールド（階段波近似）することによって映像信号を再生していた。（換言すれば不等間隔のサンプル間の間隙は零次内挿によってうめていた。）このために、帯域圧縮率を大きくしようとする粗い量子化による画質劣化（偽の輪郭の発生など）を伴った。

この欠点は、サンプルの間隙を直線内挿すなわち折線近似によってうめることによってかなり救うことができる。伝送すべきサンプルの選定法に関して幾つかの方式が提案されている。

Julesz の方式<sup>(5-36)</sup>は、映像信号波形の傾斜の変化に基いて波形の“edge”を検出してそのedgeの信号値と位置のみを伝送しようとするものである。しかし単にedgeの情報のみではかなりの波形歪が生じ、再生画の画質劣化も激しいので、これを修正するために種々の補正法を併用しなければならない。

一方 Youngblood の piecewise-linear approximation<sup>(5-37)</sup>では、直線近似による誤差（直線内挿値と真の信号値との差）が一定の閾値を越えない範囲内で、できる限り広いサンプル間隔になるように順次サンプルを選んでいく。したがって誤差の閾値が小さいほど忠実な波形伝送がおこなえるが、伝送すべきサンプル数も増加するので、適当な妥協点を求める必要がある。誤差の閾値が大きすぎると、再生画はスミヤー的な画質劣化を起す。

### (d) 内挿直線の選択

粗い量子化による“偽の輪郭”を除去しようとする方式の一つで、quantized video方式に、サンプル間の内挿のための情報を追加したものである。<sup>(5-38)</sup>

サンプル間の内挿のための直線4本を用意しておき、送信側では量子化する以前の原信号の波形と比較してどの直線で内挿すべきかを判断して、その情報を受信側に対して伝送する。内挿のための4種の直線は、右上りの直線、右下りの直線、及び2種類の水平直線である。但し

run length( サンプル間の間隔 ) が一定値よりも短いときには単なる折線近似に相当する直線を自動的に用いる。

量子化の段階数を 4 ビットにした場合の再生画の画質は , “ 偽の輪郭 ” は除かれているが , ストリーキング的な歪が目につき , 歪の性質は Youngblood の piecewise linear approximation に類似している。

### (e) 予分のサンプルの追加

原信号の情報をある特定の基準に従って減少した上で , 特に必要のあるサンプルに対しては余分の情報を追加して伝送しようとする方式であり , 種々の形式のものが考えられる。

Huang の方法<sup>(5-39)</sup>では , ナイキスト間隔でサンプルした原信号  $x_m$  から , 1 個おきにサンプル  $x_{2\mu}$  を選び出して伝送し , 受信側では直線内挿によって残りのサンプルを再生する。但し , 伝送されるサンプルのレベル差  $|x_{2\mu+2} - x_{2\mu}|$  が閾値を越すときには , その間にはさまれるサンプル  $x_{2\mu+1}$  の値を追加して伝送する。この方式では追加したサンプルに対する位置の情報を伝送する必要がない点は優れているが , 特別に都合の悪い被写体の現われたときには , いくら閾値を小さくしても忠実な伝送は不可能となる。なお Huang はこの方式を二次元に拡張して  $4 \times 4$  個に 1 個のサンプルを選ぶようにした方式も提案している。<sup>(5-39)</sup>

Graham は , 映像信号のブランキング期間をバッファとして用いることによって , 特に誤差の大きいサンプルに対して余分の情報を追加伝送する方式 (reservoir sampling) を提案している。<sup>(5-21)</sup>

## 5.11 内挿方式

### 5.11.1 輪郭内挿法

テレビ画像を伝送する場合に , 走査線を 1 本おきに伝送し , 残りの走査線の信号は受信側で内挿して再生するようにすれば , 伝送すべき情報は  $\frac{1}{2}$  になる。これは , 2 対 1 の飛越走査 (ライン・インターレース) をおこなっているテレビ信号に於ては , 第 1 フィールドのみを伝送し第 2 フィールドは伝送せず受信側で第 1 フィールドの信号から内挿して作製することを意味する。したがって , 適当な elastic delay を用いて時間軸の伸縮をすれば , アナログ伝送の場合にも伝送帯域を  $\frac{1}{2}$  に減少することができる。

もともと , この内挿法として単なる線形内挿をおこなったのでは , 縦方向の解像度が半分に減少してしまう。しかし眼は主に輪郭部分に注目するので , 輪郭を忠実に再現するような内挿ができれば , 単に走査線数を半分に減少した場合よりも画質を改善することができる。このような内挿法を Gabor 等は輪郭内挿法と名付け , その一方法を提案している。<sup>(5-40)</sup> なおこの

方式では被写体が動く場合でも1フレームに1回(1フィールド)の走査しかおこなわないが現在の標準方式のテレビに於ける飛越走査は、動きの再現性というよりはむしろフリッカー抑制のために役立っているので、動きの再現性の劣化はそれほどひどくはない。

なおGabor等は本概念を拡張して継続したフレーム間にも適用することによってさらに大幅な帯域圧縮の可能性を示しているが、この場合にはかなりの画質劣化を伴うものと思われる。

#### (a) Gabor-Hillの方式

1フレームの画像に対して、上から $n$ 番目の走査線の波形(輝度)を $x_n(t)$ と表わす。 $t$ は走査線上の位置を表わす座標である。第1フィールドで走査された走査線(奇数番目の走査線)の信号値は蓄積管のような蓄積装置に蓄積されているものとする。(蓄積管を考えるのは単に説明の都合上であって、決して本質的なことではない。)

まず線形内挿法について考えよう。(2 $\nu-1$ )番目と(2 $\nu+1$ )番目の走査線は同一速度 $v$ で進行する2つのスポットで読出され、伝送されなかった中間の走査線の輝度 $x_{2\nu}(t)$ は両者の輝度 $x_{2\nu-1}(t)$ ,  $x_{2\nu+1}(t)$ の算術平均

$$x_{2\nu}^* = \frac{x_{2\nu-1}(t) + x_{2\nu+1}(t)}{2} \quad (5.1.1.1)$$

で近似する。この方法は、画面中で徐々に陰影のついている部分や垂直の輪郭部に対してはあまり問題はないが、輪郭が斜になっている箇所では図5.9(a)に示すように輝度が階段状になって好ましくない。(図5.10(c)参照)

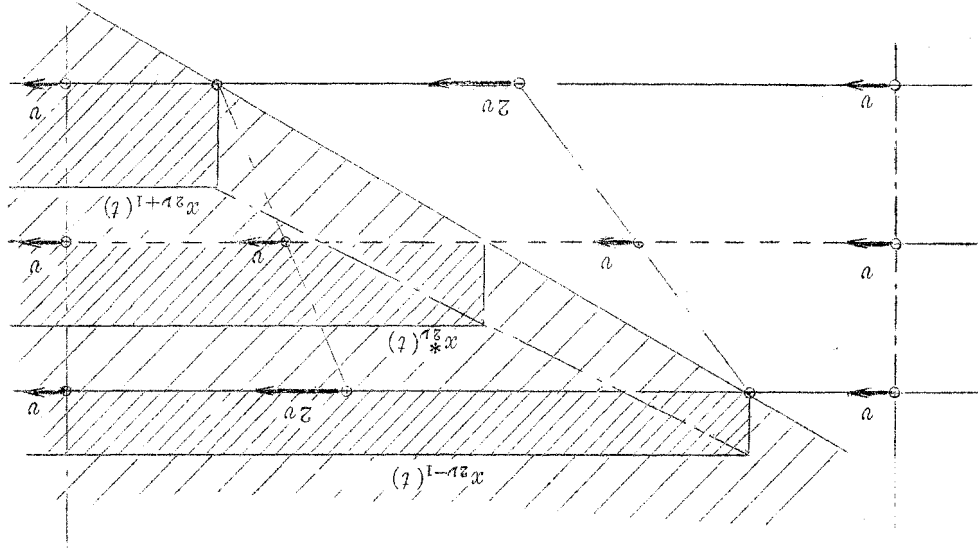
Gabor-Hillの輪郭内挿法<sup>(5-40)</sup>では、2つのスポットはそのいずれか一方が輪郭に到達するまでは等しい速度 $v$ で走査して線形内挿をおこなう。[図5.9(b)]一方のスポットが輪郭に到達すると、輪郭に到達した方のスポットは停止し、もう一方のスポットは2 $v$ の速度で走査し始める。2つのスポットの中間にあるスポット(内挿される走査線)は一定速度 $v$ で動き続ける。この状態は第二のスポットが輪郭に到達するまで続き、その後は遅れたスポットが2 $v$ の速度で追いついて、再び2つのスポットは同じ速度 $v$ で走査を始める。この場合内挿値は速度で重みを付けられた算術平均で与えられる。

$$x_{2\nu}^* \left( \frac{t_1 + t_2}{2} \right) = \frac{v_1 x_{2\nu-1}(t_1) + v_2 x_{2\nu+1}(t_2)}{v_1 + v_2} \quad (5.1.1.2)$$

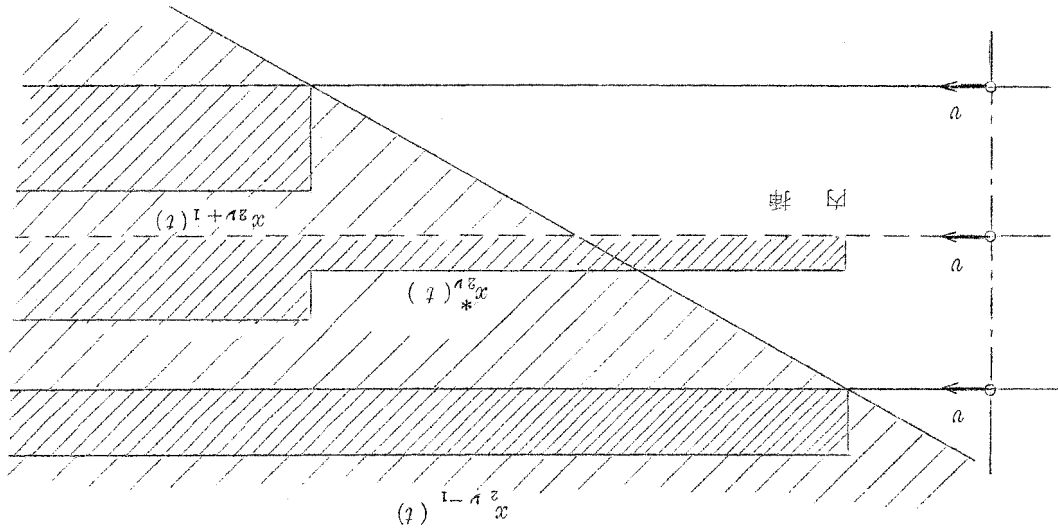
ここに $t_1, t_2$ 及び $v_1, v_2$ はそれぞれ(2 $\nu-1$ ), (2 $\nu+1$ )番目の走査線の読出スポットの位置及び速度を表わす。分母は $v_1 + v_2 = 2v$ であるから常に一定である。このことは、2つのスポットが同一速度で進む限り線形内挿と同じであるが、一方のスポットが停止した場合には2倍の速度で動いているもう一方のスポットの情報を内挿値とすることを意味する。

図 5.9 線形内挿と輪郭内挿

(b) Gabor-Hill の輪郭内挿法



(a) 線形内挿法



## (b) 福島 の 提 案

上記の Gabor-Hill の方式は、輪郭に於ける波形の立上りが急峻で輪郭の位置が正確に指定できる場合（被写体が幾何学図形のような場合）には満足に動作するであろうが、通常の被写体では波形の立上りはかなりゆるやかで輪郭の位置をはっきりと指定するのは一般に困難である。この点を考慮して、筆者は次のような方式を提案し、実験した。(5-41)(5-42)

内挿しようとする走査線上の各点について、その上下の走査線（伝送されてきた走査線）の波形を比較して、両者の波形の最も良く一致する方向（すなわちその点の近傍における輪郭の方向）を求めてその方向に対して線形内挿をおこなう。すなわち

$$x_{2\nu}^*(t) = \frac{1}{2} [x_{2\nu-1}\{t - s_{2\nu}(t)\} + x_{2\nu+1}\{t + s_{2\nu}(t)\}] \quad (5.11.3)$$

ここに  $s_{2\nu}(t)$  は内挿の“方向”を示す関数であって、奇数番目の走査線の情報のみから如何にしてこの  $s_{2\nu}(t)$  を導くかが問題である。 $s_{2\nu}(t)$  を求める方法は種々考えられるが、そのうちの幾つかについてシミュレーションをおこなったのでその結果を図 5.10 に示す。

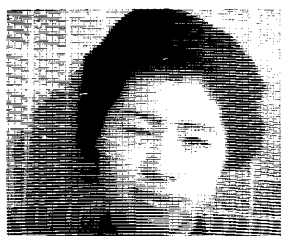
図の (a)~(f) は比較の基準としてあげたもので、(a) は原画、(b) は実際に伝送される情報（走査線を 1 本おきに除いた画像）を示す。(c) は線形内挿（上下走査線の算術平均）すなわち式 (5.11.1) の形式の内挿によって再生した画像で、頭髮と背景との境界部の斜の輪郭がギザギザになっている。(d) は 1 本上の走査線と同一波形で内挿したもので、斜の輪郭のギザギザは (c) よりも強調されている。なお (d) の形式の内挿を飛越走査のあるテレビでおこなうと、再生画は 1 フィールド毎に上下にジッターすることになり非常に見苦しい。(e) は図 5.10 の中の他の写真とは異なり、送信側で原画に対して垂直方向の低域濾波器的な操作を加えた後に走査線を 1 本おきに取除いて（すなわちサンプルして）伝送し、受信側では線形内挿によって再生したもので、(c)、(d) などに比して尖鋭度は落ちるがサンプリングによるモアレ (moiré) が生じていないので、すなおな感じの再生画になっている。

(f) は式 (5.11.3) の形式の内挿によって再生し得る画像の一つの限界を示すもので、真の信号値と内挿値との差

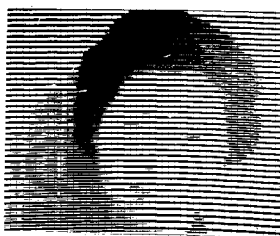
$$|x_{2\nu}(t) - x_{2\nu}^*(t)| = |x_{2\nu} - \frac{1}{2} [x_{2\nu-1}\{t - s_{2\nu}(t)\} + x_{2\nu+1}\{t + s_{2\nu}(t)\}]| \quad (5.11.4)$$

を最小にするように関数  $s_{2\nu}(t)$  を選んだ場合の再生画である。すなわち  $s_{2\nu}(t)$  の最適値が求まればこの程度の再生画は得られることを示している。

(g)~(i) では、“方向”  $s$  に対する上下の走査線の波形の一致度を示す関数  $S_{2\nu}(t; s)$  を定義して、各  $t$  に対して  $S_{2\nu}(t; s)$  を最小にする  $s$  の値を式 (5.11.3) の  $s_{2\nu}(t)$  として用いる。例えば (i) では、



(a)



(b)



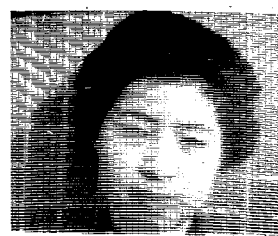
(c)



(d)



(e)



(f)

(a) 原 画

(b) 伝送される信号 (走査線を 1 本おきに除いた画像)  $x_{2\nu}^*(t) = 0$

(c) 線形内挿 (上下走査線の平均)  $x_{2\nu}^*(t) = \frac{x_{2\nu+1}(t) + x_{2\nu-1}(t)}{2}$

(d) 上の走査線のくり返し  $x_{2\nu}^*(t) = x_{2\nu-1}(t)$

(e) 垂直方向の L.P.F. を通してから走査線 1 本おきにサンプリング (線形内挿)

$$x'_n = \frac{x_{n-1} + 2x_n + x_{n+1}}{4} \quad (n: \text{奇数}) \text{ を伝送。} \quad x_{2\nu}^* = \frac{x'_{2\nu-1} + x'_{2\nu+1}}{2}$$

(f) 内挿の限界  $x_{2\nu}^*(t) = \frac{x_{2\nu-1}(t-s) + x_{2\nu+1}(t+s)}{2}$

$s$  は各  $t$  に対して  $S_{2\nu}(t:s) = |x_{2\nu}(t) - x_{2\nu}^*(t)|$  を最小にするように選ぶ。

図 5.10 輪郭内挿法のシミュレーション (その 1)



(g)



(h)



(i)

(g) 原波形比較

$$S_{2\nu}(t; s) = \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} |y_{2\nu}(\tau; s)| d\tau$$

$$y_{2\nu}(\tau; s) = x_{2\nu+1}(t+s) - x_{2\nu-1}(t-s)$$

(h) 微分波形比較

$$S_{2\nu}(t; s) = \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} \left| \frac{\partial}{\partial \tau} y_{2\nu}(\tau; s) \right| d\tau$$

(i) 直流分を合せてから原波形比較

$$S_{2\nu}(t; s) = \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} |y_{2\nu}(\tau; s) - \left\{ \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} y_{2\nu}(\tau'; s) d\tau' \right\}| d\tau$$



(j)  $\theta = 15^\circ$



(k)  $\theta = 20^\circ$

上下の走査線の傾斜が同一符号でその絶対値が $\theta$ を越す箇所を、左側から順次組にして、対応する輪郭とみなす。対応する輪郭の近傍に於ける上下の走査線の相関を最大にする $s$ をこの輪郭の付近の $s$ とする。その他の箇所では $s = 0$ とする。（※信号の振幅は 190 p-p）

図 5.10 輪郭内挿法のシミュレーション(その2)

$$S_{2\nu}(t; s) = \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} \left| y_{2\nu}(\tau; s) - \left\{ \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} y_{2\nu}(\tau'; s) d\tau' \right\} \right| d\tau \quad (5.11.5)$$

$$y_{2\nu}(t; s) = x_{2\nu+1}(t+s) - x_{2\nu-1}(t-s) \quad (5.11.6)$$

と選んでいる。これは、上下の走査線の波形を $s$ だけ左右にシフトして、直流分を一致させた上で重ね合せた場合の両者の差の面積を示している。

また(j), (k)は、上下の走査線の傾斜 $\frac{d}{dt} x_{2\nu+1}(t)$ と $\frac{d}{dt} x_{2\nu-1}(t)$ とが同一符号でその絶対値が閾値 $\theta$ を越す箇所を、左側から順次組にして対応する輪郭とみなす。対応する輪郭とみなされた区間の近傍に於ける上下走査線の相関 $\int x_{2\nu-1}(\tau-s) x_{2\nu+1}(\tau+s) d\tau$ を最大とする $s$ を、この

輪郭の付近の $s_{2v}(t)$ の値とする。それ以外の点に対しては $s_{2v}(t)=0$ とする。

実験結果(g)~(k)を見ると、頭髮の輪郭などは線形内挿よりもはるかに自然に再生されている。しかし輪郭内挿法で再生の最も困難なのは水平に近い輪郭であり、特に上下の走査線の波形の間に対応する輪郭を見出し難い眼の付近にまだ問題がある。輪郭の対応づけを誤ると画質は極度に劣化するので、確実な対応づけのできない箇所ではむしろ単なる線形内挿をおこなうことを考えるべきであろう。

この内挿法はまだ実験段階であり、実用化にはまだかなり問題がある。

### (c) NHK方式<sup>(5-43)</sup>

東京オリンピックの際のテレビ国際中継のために準備された方式で、実用装置も製作された。

輪郭の位置の内挿は次の原理による。図5.11において奇数番目の走査線A、Cより中間の走査線Bを再現する場合を考える。同図Bにおいて線形内挿信号(実線)と本来あるべき信号(点線)の差をなんらかの手段で作ればよい。ところでいま信号AとCの差の信号Dを微分すると信号Eを得る。この信号はBの補正すべき波形に似ているが、左側のパルス対は極性が逆で反転しなければならない。この反転は輪郭の方向によって決められるべきであって、次のようにしておこう。線形内挿信号の微分信号Fと信号Dの論理積をとると輪郭が右上りの時だけ“1”が現われる。これを反転信号GとしてEを反転すると補正信号Hが得られる。したがってこれを線形内挿値(Bの実線)に加えれば内挿信号Iが得られる。

本方式は水平に近い輪郭の再生は不可能であるが、斜の輪郭はかなり平滑化されるので、画面全体として解像度が向上したように感じられる。しかし運動の再現性、及び信号中の雑音を2度繰返すことによる心理的なS/N比の低下に問題があった。

### 5.11.2 二次元内挿法<sup>(5-44)</sup>

絵素信号を図5.12(a)の○印に示すように1絵素おきに(ドットインターレース的に)伝送し、×印の絵素は受信側で内挿してできるだけ原画に近い画像を再生しようとする方式で、筆者等の提案による。<sup>(5-44)</sup> 本方式では内挿点に対する情報は全く伝送せず、受信側では送られてきた絵素の値のみに基いて輝度曲面の形状(曲率)を推定して内挿値を定める。

画面(絵素の位置を示す二次元座標)に垂直に輝度座標を考えて、輝度を表わす曲面(輝度曲面)の形状がなるべく滑らかになるように内挿値を選ぶ。各絵素に、図5.12(a)に示すような記号を付ける。(この記号は絵素の輝度を表わす記号としても用いる。)

まず内挿すべき絵素 $a$ のまわりの4絵素 $b, c, d, e$ に対し、二本の対角線方向の平均値の差 $\left| \frac{b+d}{2} - \frac{c+e}{2} \right|$ の値が閾値(我々の実験では映像信号のp-p値の $1/27$ )以下の場



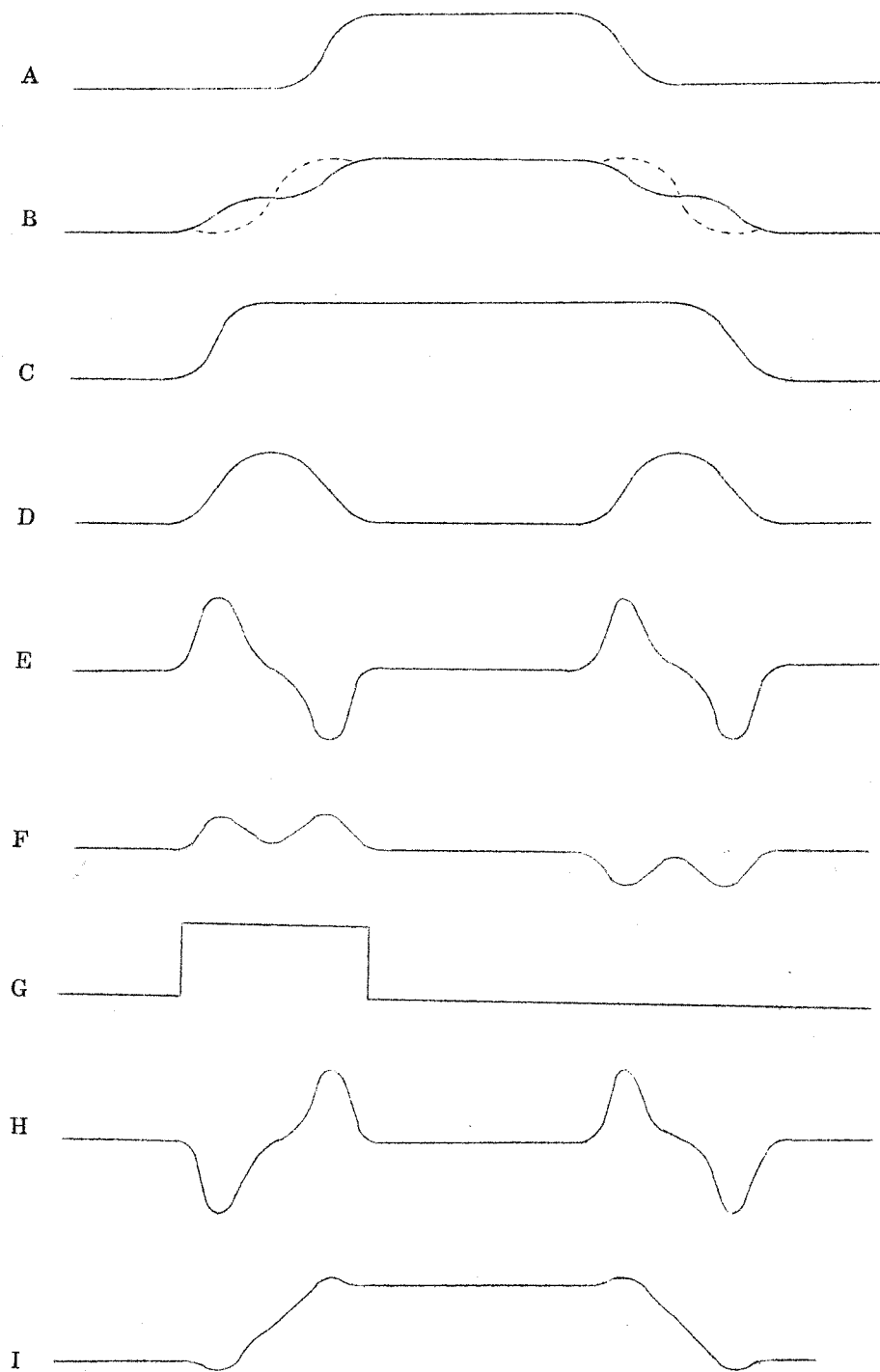


図 5.1.1 NHK方式の輪郭内挿法の原理

合には  $a$  点の近傍の輝度曲面は平坦な平面に近いとみなして，4 パルス  $b, c, d, e$  の平均で内挿する。(図 5.12 (b))

上記の条件の満たされない場合には曲面の横方向及び縦方向に沿う曲率を調べる。 $a$  点の 1 本上及び 1 本下の走査線に沿う二次差分

$$\Delta^2 x_{-1} = f - 2c + i \quad (5.11.7)$$

$$\Delta^2 x_{+1} = m - 2e + j \quad (5.11.8)$$

の符号が両者とも正のときは， $a$  点の近傍で曲面は  $x$  方向（横方向）に凹，両者とも負のときには  $x$  方向に凸であり，それ以外の場合には  $x$  方向の凹凸は不確定と定義する。同様に  $y$  方向（縦方向）の二次差分

$$\Delta^2 y_{-1} = k - 2d + h \quad (5.11.9)$$

$$\Delta^2 y_{+1} = l - 2b + g \quad (5.11.10)$$

の符号が両者とも正のときは  $y$  方向に凹，両者とも負のときには  $y$  方向に凸，それ以外の場合には不確定と定義する。この凹凸の状態に基いて以下のような内挿をおこなう。

i)  $x$  方向には凹又は凸であるが， $y$  方向には不確定の場合には，輝度曲面は図 5.12 (d) のような“カマボコ形”をしていると考えて  $c$  と  $e$  の平均で内挿する。

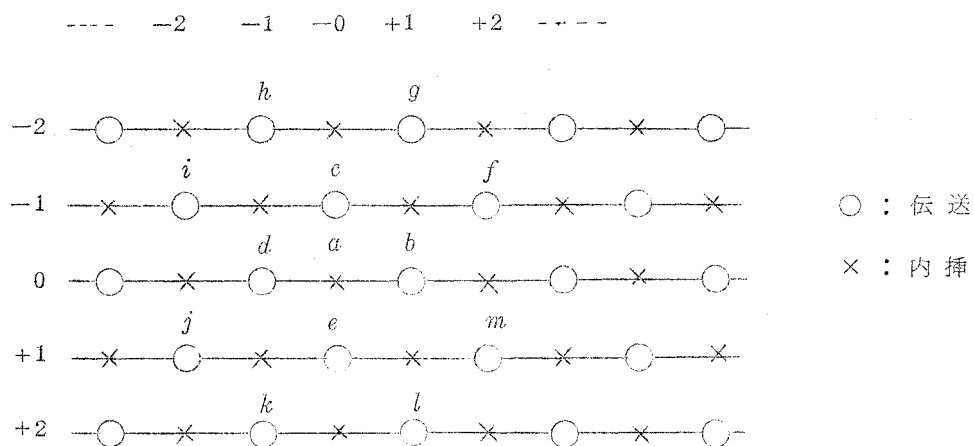
ii)  $y$  方向には凹または凸であるが， $x$  方向には不確定の場合には  $b$  と  $d$  の平均で内挿する。(図 5.12 (e))

iii)  $x$  方向に凹又は凸であり，かつ  $y$  方向にも凹又は凸の場合には， $x$  方向と  $y$  方向の曲率の大きさを比較して，曲率の大きい方を優先して上記 i) 又は ii) の操作をおこなう。

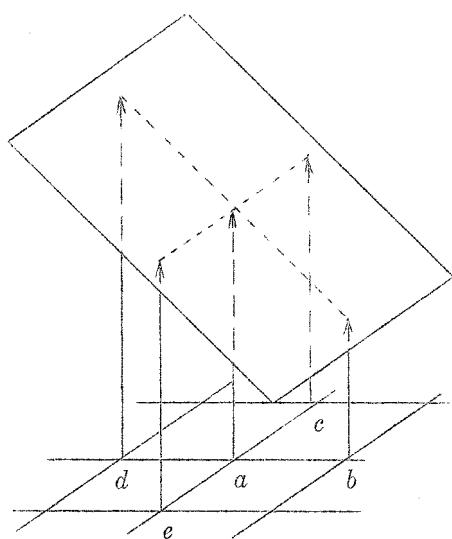
iv)  $x$  方向にも  $y$  方向にも凹凸が不確定の場合には，4 個のパルス  $b, c, d, e$  がその平均値  $\frac{b+c+d+e}{4}$  の上下のいずれにあるかを調べる。もし 3 個のパルスが平均値の上（又は下）にあって他の 1 個のみが下（又は上）の場合には，値の飛び離れた 1 個を除いて他の 3 個のパルスの平均で内挿する(図 5.12 (c))。平均値の上下に 2 個づつ別れた場合には曲面の形状の判断をあきらめて 4 個のパルスの平均値  $\frac{b+c+d+e}{4}$  で内挿する。

図 5.12 (d), (e) からわかるように，この方式では  $a$  点のまわりの 4 個のパルス  $b, c, d, e$  の値の組合せが全く同様であっても周囲のパルスの値に従って異った内挿値が選ばれるのであって，単なる線形内挿（常に 4 個のパルスの平均  $\frac{b+c+d+e}{4}$  で内挿する）に比して非常に優れた画質の再生画が得られる。

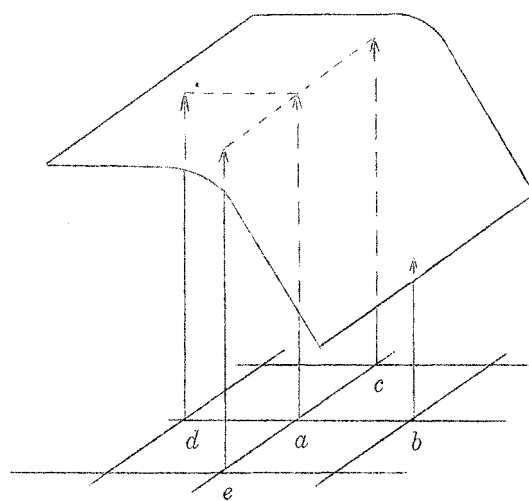
本方式の計算機シミュレーションの結果を図 5.13 に示す。線形内挿では画面の白線に黒い斑点が現われているが，本方式によって内挿するとこのような現象は防げる。原画との差異はほとんど認められないが，ただ鼻の孔の下と右目の目尻の下に偽の黒点が現われている。このような内挿の誤りを除くための改良がまだ必要ではあるが有望な方式であろう。



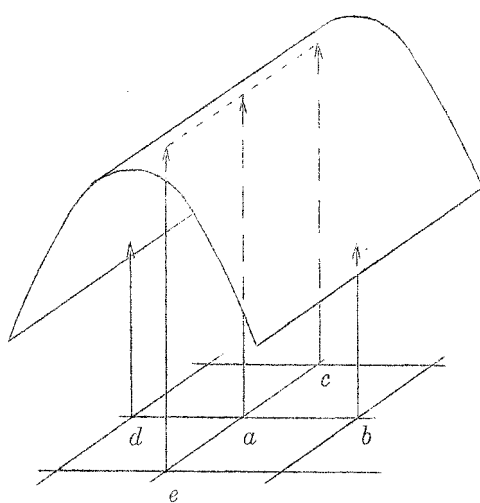
(a) 絵素の配列



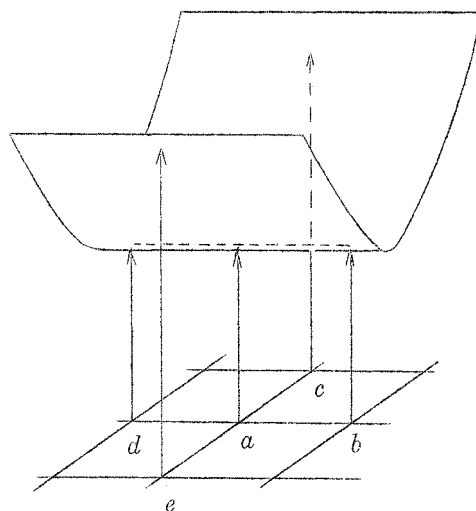
(b) 
$$a^* = \frac{b + c + d + e}{4}$$



(c) 
$$a^* = \frac{c + d + e}{3}$$



(d) 
$$a^* = \frac{c + e}{2}$$



(e) 
$$a^* = \frac{b + d}{2}$$

図 5.12 ドット・インターレースに対する内挿法

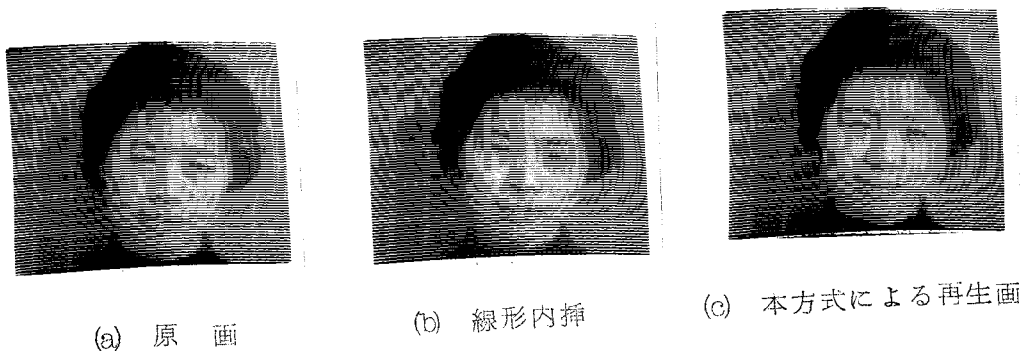


図 5.13 ドット・インターレースに対する内挿法の計算機シミュレーション

## 5.1.2 フレーム相関の利用

### 5.12.1 フレーム差信号の伝送

テレビ信号のフレーム相関の利用法の一つとして、フレーム差信号を伝送する方式が考えられる。この方式では受信側に1フレームの蓄積装置を備えておき、画面の中でフレーム差のある箇所のみを伝送して、受信側の蓄積画像を順次修正していく。伝送される情報は、画面の中でフレーム差のある箇所のフレーム差信号であっても、フレーム差のある箇所の原信号であってもよいが、輝度情報のみならず位置の情報（フレーム差のある位置を指定する情報）も伝送しなければならない。差信号を伝送する方式では特に、伝送路でノイズが入るとそのノイズが受信側で積分されていくので、誤りの起らない伝送路を用いる必要がある。

この方法で問題になるのは、どれだけ量のフレーム差があったら輝度情報を伝送するかという点である。この閾値を小さくしすぎるとほとんど全ての絵素の情報を伝送しなければならなくなって帯域圧縮にならず、逆に閾値を大きくしすぎると画質が劣化してしまう。はたして妥協点が存在するかどうかを実験してみる必要がある。

さらにこの方式では、被写体の動きのはげしい場面では伝送すべき情報量が極度に増大してしまうので、情報速度の平均化のために大容量の蓄積装置（buffer memory）を必要とすることも、実用化に当っては重大な問題である。

具体的な方式もこれまでに二、三提供されている。Schröter は、フレーム差のある箇所の原信号を伝送する方式に対して、2速度の可変速度走査を用いることを提案している（5-45）。

またCunningham は、画面の中でフレーム差の最大の絵素から順番に一定個数だけ選んでその絵素に対するフレーム差信号を伝送する方式を提案している（5-46）。この方式では1フレームの時間内に伝送する情報の量を制限しているので大容量の蓄積装置の問題は一応解決されるが、逆に動きのはげしい被写体に対してはフレーム差信号による画面の補正が動きに追いつけなくなって画質が劣化するのではないと思われる。Cunningham は場面（scene）が変わった時の画像の移り変りの状態を計算機シミュレーションによって実験し、数駒の写真を発

表しているが、古い画面が新しい画面に完全に切り切るまでに長時間を要し、その過渡状態の映像は非常にきたない。実際に動く映像に対する実験がおこなわれていないので断言はできないが、あまり良い画質の伝送はできないのではないかとと思われる。

フレーム相関の利用法としては、単にフレーム差をとるような方式ではなく、視覚特性に整合した方式の出現が望まれる。次に述べる現象は、フレーム相関の利用法に対する一つのヒントを与えるものと言えよう。

### 5. 12.2 動きと解像度との振替

フレーム間相関を利用した統計的帯域圧縮方式では、被写体の動きの激しい時や、場面(scene)切替等の瞬間にはフレーム間相関が減少して、伝送すべき情報量が極度に増大するので、伝送路に対する情報の伝送速度を平均化するためには龐大な容量の蓄積装置(buffer memory)を必要とする。しかしながら、以下に述べる現象は、この蓄積装置の容量の大幅な減少の可能性を示している。

視覚系は、“場面(scene)の変った直後のしばらくの期間は、新しい場面の画像の解像度を悪くしても見ていて気がつかない”という性質を持っている。<sup>(5-47)</sup> Seylerの実験によると例えば、普通のテレビ放送を受信している途中でこれを静止したテスト・スライドに切替え、同時に帯域幅を正常値(5Mc)の0.05に減少し、その後徐々に増加して240 msecの後に正常な帯域にもどしても、50%の人が解像度の低下に気がつかなかった。新しい画面に動きのある場合には、解像度の低下は更に目につき難くなる。

この性質はフレーム相関を利用した統計的符号化をおこなう場合に非常に都合がよく、場面切替によってフレーム相関の最も小さくなる瞬間には、解像度を低下させることによって情報伝送速度の増大を防ぐことができる。

一方、被写体が動く場合(カメラの移動によって被写体が相対的に移動する場合も含む)には、撮像管の蓄積効果(現在の撮像管はほぼ1フレームの期間にわたる蓄積効果を持つ)が低域濾波器の作用をするので、移動する被写体の解像度は低下している。信号のこのような性質を利用した符号化をおこなえば、被写体が動く場合にも、伝送すべき情報量はそれほど大きくはないであろう。

上記のような原理による帯域圧縮方式の実現は将来の問題であるが、フレーム間相関を利用する帯域圧縮の一つの可能性を暗示するものとして注目に値する。

### 5.13 その他の方式

本章では視覚の特性を利用した圧縮方式について論じたが，この中には単に情報量を減少するのみで，情報の伝送速度が一定になっていないものも少なくない。このような方式では，更に統計的符号化を併用することによって情報の伝送速度を平均化して，伝送路に整合した符号化をおこなってから伝送する必要がある。また，それ以外の方式に於ても，統計的符号化を併用することによって更に伝送能率を上げることのできる場合もある。しかし本章では統計的符号化に関しては，テレビジョン独特の方法によるもの以外は記述を省略した。

また本章で述べた各種の方式を組合せた複合方式も考えることができる。

なお，カラー・テレビや立体テレビに対する帯域圧縮方式については省略する。

### 5.14 本章のとりまとめ

- (1) 視覚の性質を利用した各種の帯域圧縮方式を分類・整理することによって，帯域圧縮の研究の現状を明らかにした。
- (2) 帯域圧縮に利用できる視覚の性質について考察した。
- (3) 視覚系の輝度感覚特性と映像信号電圧の関係を検討して，第一近似としては両者は直線関係にあるとみなし得ることを示した。

## 第6章 補間符号方式の原理 (6-1)(6-2)

### 6.1 概 要

補間符号方式は、前章で論じた各方式と同様に、視覚系の特性を利用した帯域圧縮の方式であって、本方式によって伝送されてきた信号波形は送信側の入力波形とは必ずしも同一ではないが、視覚によって映像信号を観測した場合にはその差異をほとんど認め得ないようにすることができる。

この方式は、入力信号を絵素毎にサンプルして得られるパルス列の一伝送法である。パルス列の中から主パルスとして粗い周期でパルスを選び出して、この主パルスは忠実に伝送する。相隣る主パルスの間には含まれるパルス(補間パルス)に対しては、前後の主パルスの値を利用した符号化をおこなってその近似値を伝送する。この符号化は一種の量子化操作であるが、量子化レベルを前後の主パルスの値に応じて変化させて、前後の主パルスのレベル差が大きいときには粗い量子化に相当する操作をおこない、主パルスのレベル差が小さくなるにつれて細かい量子化に相当する操作をおこなう。

本方式はデジタル伝送に適した方式であって、伝送路容量は 2.7 ビット/絵素 あればよく、通常の P.C.M. (6 ビット/絵素 必要) の半分以下である。

本章ではまず 6.2 で補間符号方式の原理を説明し、実用回路の具体例(系統図)を示す。続いて 6.3 では、本方式に於ける信号処理法の特徴を視覚系の特性と関連づけて考察する。

なお本章では補間符号方式の原理を述べるだけに止めて、本方式に関する実験結果及び詳細な検討は第 8 章以下にゆずる。

### 6.2 補間符号方式の原理

まず、映像信号入力を絵素ごとに(周期的に)\* サンプルして、振幅変調されたパルス列を取出す。本方式はこのパルス列の伝送方法に関するもので、送信側の入力信号と受信側の再生信号の波形とは必ずしも同一ではないが、視覚によって映像を観測した場合にはその差異をほ

---

\* サンプリング定理によればサンプリング周期はナイキスト間隔 [ $\frac{1}{2} \times (\text{最高周波数})$ ] に選べばよい。しかし実際の回路では理想的なサンプリングや内挿が不可能なので、これより多少短い間隔でサンプルする必要がある。

とんど認め得ないようにすることができる。

この入力のパルス列(時系列)を  $\{x_m\}$  と表わす。つまり  $x_m$  は  $m$  番目の絵素の信号レベル(輝度に対応する)を表わす。

パルス列  $\{x_m\}$  から4絵素周期にパルス  $\{x_{4\mu}\}$  ( $\mu$ は整数)を選び、これを**主パルス**と名付ける。本方式ではこの主パルスの値は忠実に伝送する。

主パルス以外のパルスは**補間パルス**と名付ける。補間パルスはつぎに示すような符号化をおこなつて、補間パルス1個につき3値信号1個( $\log_2 3 = 1.6$ ビットの情報)のみを伝送する。受信側ではこの符号と主パルスの値とに基づいて補間パルスの値の近似値を再現する。

### 6.2.1 符号化の方法

相隣り合った1組の主パルス  $x_0, x_4$  (一般には  $x_{4\mu}, x_{4\mu+4}$ ) と、その間にはさまれる補間パルス  $x_1, x_2, x_3$  について考える。(図6.1)

送信側では、まず最初に中央の補間パルス  $x_2$  に対して3レベル量子化をおこなう。すなわち、 $x_2$  がつぎの3個のレベル

$$\frac{x_0 + x_4}{2} + m_A(u_2), \frac{x_0 + x_4}{2}, \frac{x_0 + x_4}{2} - m_A(u_2) \quad (6.2.1)$$

のうちどれに最も近いかを判定して、最も近い値に量子化する。ここに  $u_2$  は両側の主パルスのレベル差

$$u_2 = x_4 - x_0 \quad (6.2.2)$$

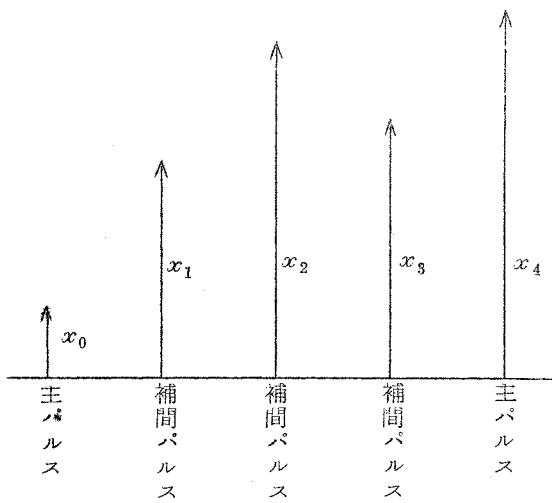
を表わし、 $m_A(u_2)$  はあらかじめ定められた  $u_2$  の関数でmix level と呼ばれる。この関数の形に関しては第9章で実験結果に基いて詳しく論ずるので、ここでは単に、 $u_2$  が増加するにつれてmix level も増大するということのみを記しておく。したがって、 $x_2$  の量子化レベルを  $x_2^*$  と記すと、 $x_2^*$  はつぎのように表わすことができる。<sup>\*</sup>

$$x_2^* = \begin{cases} \frac{x_0 + x_4}{2} + m_A(u_2) & \left( x_2 \geq \frac{x_0 + x_4}{2} + \frac{m_A(u_2)}{2} \text{ のとき} \right) \\ \frac{x_0 + x_4}{2} & \left( \frac{x_0 + x_4}{2} - \frac{m_A(u_2)}{2} < x_2 < \frac{x_0 + x_4}{2} + \frac{m_A(u_2)}{2} \text{ のとき} \right) \\ \frac{x_0 + x_4}{2} - m_A(u_2) & \left( x_2 \leq \frac{x_0 + x_4}{2} - \frac{m_A(u_2)}{2} \text{ のとき} \right) \end{cases} \quad (6.2.3)$$

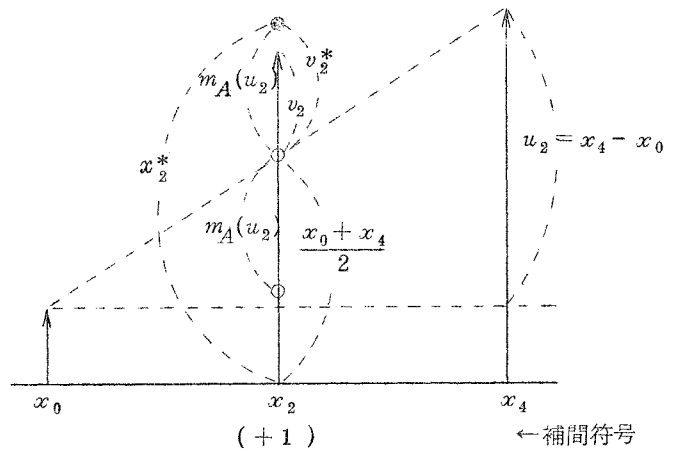
---

\*  $x_2$  の量子化における slice level ( $x_2^*$ の各値に量子化される  $x_2$  の範囲)は、与えられた  $m_A(u_2)$  に対して量子化誤差の絶対値(したがって誤差電力)を最小にするように選ばれている。

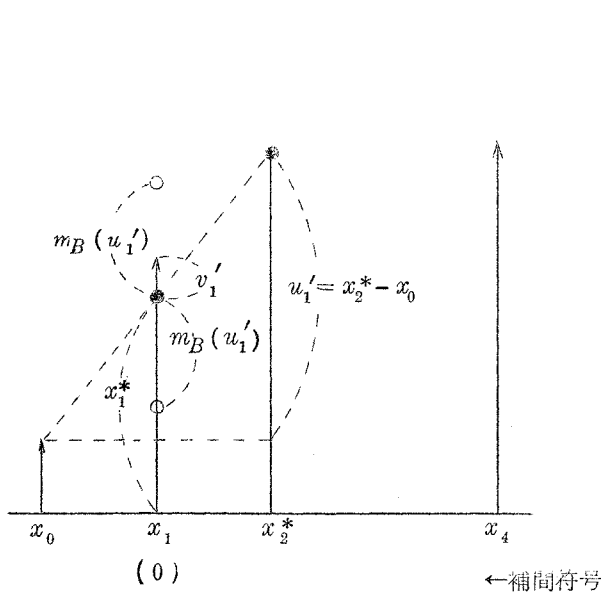




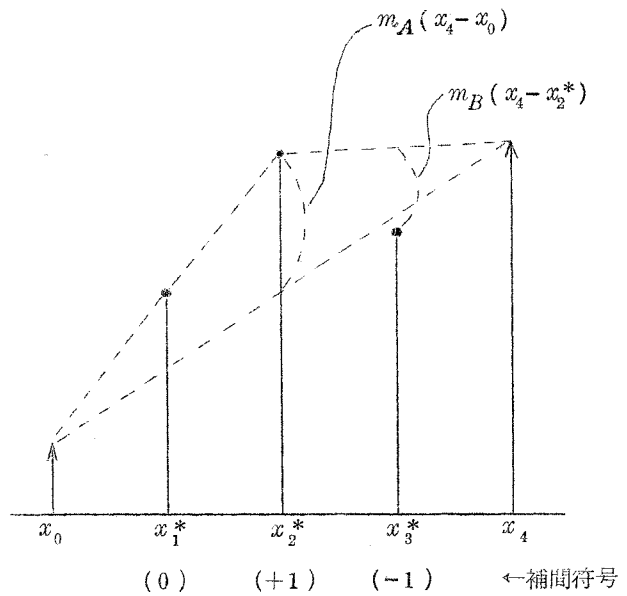
(a) 入力信号



(b) 補間パルス  $x_2$  の量子化



(c) 補間パルス  $x_1$  の量子化



(d) 受信側に於ける再生信号

図 6.1 補間符号方式の原理図

このことは，また次のように解釈することもできる。いま，補間パルスのレベル  $x_2$  と，前後の主パルスのレベルの平均値  $(x_0 + x_4)/2$  との差を  $v_2$  と記す。すなわち

$$v_2 = x_2 - \frac{x_0 + x_4}{2} \quad (6.2.4)$$

上述の  $x_2$  に対する量子化操作を  $v_2$  に対する量子化操作とみなせば，これは  $v_2$  を  $+m_A(u_2)$ ,  $0$ ,  $-m_A(u_2)$  の3レベルに量子化することに相当する。したがって， $v_2$  の量子化レベルを  $v_2^*$  と記せば，

$$v_2^* = \begin{cases} +m_A(u_2) & (v_2 \geq \frac{m_A(u_2)}{2} \text{ のとき}) \\ 0 & (|v_2| < \frac{m_A(u_2)}{2} \text{ のとき}) \\ -m_A(u_2) & (v_2 \leq -\frac{m_A(u_2)}{2} \text{ のとき}) \end{cases} \quad (6.2.5)$$

と表わすことができる。もちろん

$$x_2^* = \frac{x_0 + x_4}{2} + v_2^* \quad (6.2.6)$$

である。

以上のようにして  $x_2$  の量子化レベル  $x_2^*$  が定まると，次に  $x_1$  の量子化をおこなう。この場合には， $x_0$  と  $x_2^*$  とを主パルスと考えて  $x_2$  の場合と同様の操作をおこなう。（ここで，主パルスとして原信号  $x_2$  ではなく，量子化された信号  $x_2^*$  を選んだことに注意されたい。）すなわち，主パルスのレベル差

$$u_1' = x_2^* - x_0 \quad (6.2.7)$$

の関数  $m_B(u_1')$  を用いて， $x_1$  を次の3レベル

$$\frac{x_0 + x_2^*}{2} + m_B(u_1'), \frac{x_0 + x_2^*}{2}, \frac{x_0 + x_2^*}{2} - m_B(u_1') \quad (6.2.8)$$

のうち最も近い値に量子化する。

$x_3$  に対しても同様の量子化をおこなう。ただしこのときは， $x_2^*$  と  $x_4$  とを主パルスと考える。mix level を計算する関数はやはり  $m_B(u)$  を用いる。

なお，mix level を計算する関数  $m_A(u)$ ,  $m_B(u)$  の形については第9章で詳しく論ずるが，結果だけを記せば， $m_A(u)$ ,  $m_B(u)$  は量子化ノイズ電力を最小にするように定めるのがよく，実験によると一次関数で近似して，

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{|u|}{4} \\ m_B(u) &= \frac{1}{6 \cdot 4} + \frac{|u|}{4} \end{aligned} \right\} \left( \begin{array}{l} \text{映像信号振幅 (p-p値)} \\ \text{を 1 に規準化} \end{array} \right) \quad (6.2.9)$$

と選べば、充分満足すべき再生画が得られることが確かめられている。

## 6.2.2 伝送路容量

送信側で上記のような量子化をした後に受信側に対して伝送される情報は次のものである：主パルスに対してはその信号値，補間パルスに対しては 3 レベル量子化にあたって 3 個のうちいずれのレベルを選んだかという情報（補間符号）。これだけの情報を受ければ，受信側では補間パルスのレベル  $x_1^*$ ， $x_2^*$ ， $x_3^*$  を再現することができる。

すなわち，受信側では  $x_0$  と  $x_4$  の値から  $u_2$  が求まり，mix level  $m_A(u_2)$  が計算できる。したがって  $x_2$  が 3 レベルのうちいずれに量子化されたかという情報（補間符号，3 値信号）を受ければ， $x_2^*$  の値を再現することができる。 $x_2^*$  が求まれば，こんどは  $x_0$  と  $x_2^*$  とを主パルスと考えると  $x_1^*$  を求めることができる。 $x_3^*$  も同様にして求められる。

これらの情報の伝送に際しては，4 個のパルス  $x_1^*$ ， $x_2^*$ ， $x_3^*$ ， $x_4$  に対する情報を組にして，4 絵素の時間間隔に相当する時間をかけて平均化した情報速度で伝送する。 $x_0$  の値は，すでに 1 周期前に ( $x_4$  として) 伝送されているのでこれを用いることができる。（すなわち 1 個の主パルスは，最初に後側の主パルスとして，次には前側の主パルスとして 2 回使用されることになる。）

ゆえに，本方式によって伝送しなければならない情報量は，主パルスに対しては 6 ビット / (主パルス)\*，補間パルスに対しては  $\log_2 3 = 1.6$  ビット / (補間パルス) であるから，1 絵素平均では

$$(6 + 1.6 \times 3) / 4 = 2.7 \text{ ビット / 絵素}$$

となり，普通の P.C.M. と比較すると伝送路容量（帯域幅）は約  $2.7 / 6 = 0.45$  に圧縮できる。

この情報をディジタル回線を通して伝送する場合に，もし伝送路が 3 値符号による伝送路であれば，補間符号 1 個をちょうど伝送路の 3 値符号 1 個に対応させることができる。主パルスに対しては 4 ternary digit ( $3^4 = 81$  レベル) の量子化をおこなうことにすればよい。このときには，伝送路容量は 4 絵素に対して  $4 + 3 = 7$  ternary digit，したがって 1 絵素当りに換算すると  $7 / 4 = 1.75$  ternary digit / 絵素 ( $\div 2.8$  ビット / 絵素) となる。

一方 2 値符号による伝送路を用いる場合には，3 個の補間符号（相隣る主パルスには含まれる 3 個の補間パルスに対する補間符号）を組にして 5 ビットの符号を与えることにすればよい。（ $2^5 = 32 > 27 = 3^3$  であるから）主パルスに対しては 6 ビット必要であるから，伝送路容

---

\* 主パルスの値を忠実に伝送するためには，P.C.M. の場合と同様に 6 ビットに量子化すれば十分である。この点については，後述の如く，実験的にも確認してある。

量は4絵素に対して $6+5=11$ ビット,したがって1絵素当りに換算すると $11/4=2.75$ ビット/絵素となり,補間符号(3値信号)を2値符号による伝送路を通して伝送することによる損失はほとんど生じない。

### 6.2.3 実用回路

上記のような原理による補間符号方式を実際のテレビ信号に適用する場合には,例えば図6.2~6.5のブロック図に示すような信号処理をおこなえばよい。もっともこれは単に一例であって,信号処理の具体的回路としては種々のものが考えられるが,ここでは,信号処理をすべてデジタル的におこなう方法を示し, $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4$ を時間的に並列に並べ替えてから演算をおこなっている。

図6.2, 6.4はそれぞれ送信側,受信側の系統図である。送信側に於ける $x_2$ の符号化回路と,受信側における $x_2^*$ の再生回路の構成をそれぞれ図6.3, 6.5に示す。 $x_1, x_3$ に対する符号化回路と再生回路も $x_2$ と同様である。

## 6.3 視覚系の特性と補間符号方式

補間符号方式は,前章で述べた各方式と同じように,視覚系の特性を利用した帯域圧縮方式であって,本方式によって伝送されてきた信号波形は送信側の波形とは必ずしも同一ではないが,視覚によって映像信号を観測した場合にはその差異をほとんど認め得ないようにすることができる。本節では,補間符号方式における信号処理法の特徴を,視覚系の特性と関連づけて考察する。

前章(5.8, 5.9)でも述べたように視覚系は,画面内に於ける輝度の不連続な変化に対しては敏感であるが,この不連続の量(不連続線の両側の輝度差の大きさ)に対しては鈍感であって,輝度差の大きさに誤差があってもその誤差が不連続の箇所の近傍に限られているならばあまり目につかない。そして,この輝度差の検知限は,輝度変化の激しい箇所では大きく,輝度変化のゆるやかな箇所では小さくなっている。補間符号方式では視覚系のこのような性質を,次のような形で利用していると解釈することができる。

本方式では主パルスを4絵素毎に伝送することによって画面の輝度の大域的な値,すなわち低周波成分に相当する情報を正確に伝送し,輝度の微細な変化は補間パルスによって再生している。この操作は,主パルス間の内挿曲線を $3^3=27$ 通り用意しておき,原信号に最も近い内挿曲線に相当する符号を選んで伝送することに相当する。主パルスのレベル差の大きい箇所は一般に波形変化のはげしい部分に相当するので,ここではmix levelを大きく選んで入力波形の変動に対する追従性をよくしている。一方主パルスのレベル差の小さい箇所は一般に波形変化のゆるやかな部分に相当し,レベル変化に対する視覚系の検知限(閾値)は小さくなって

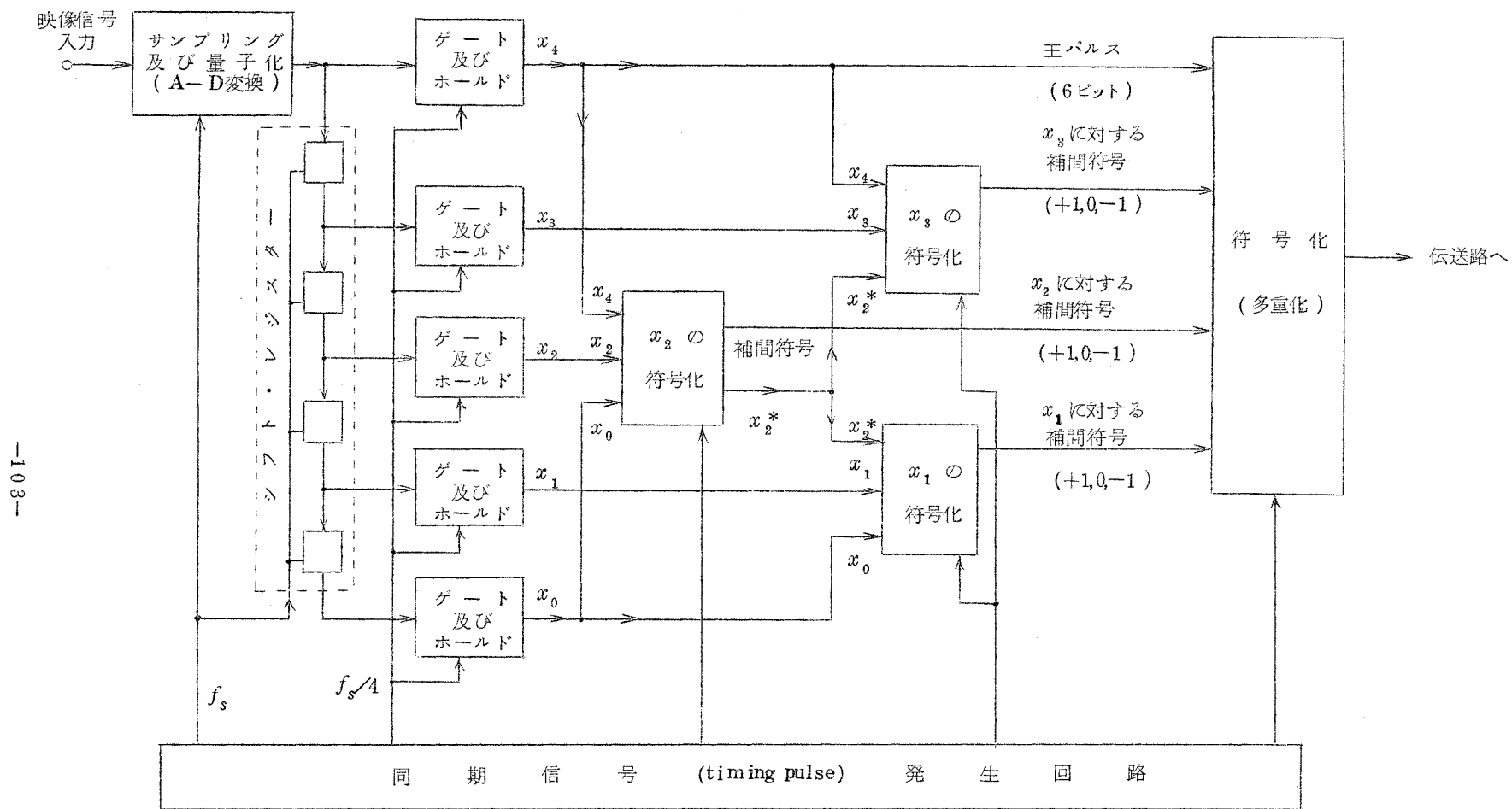


図 6 2 補間符号方式の送信側系統図

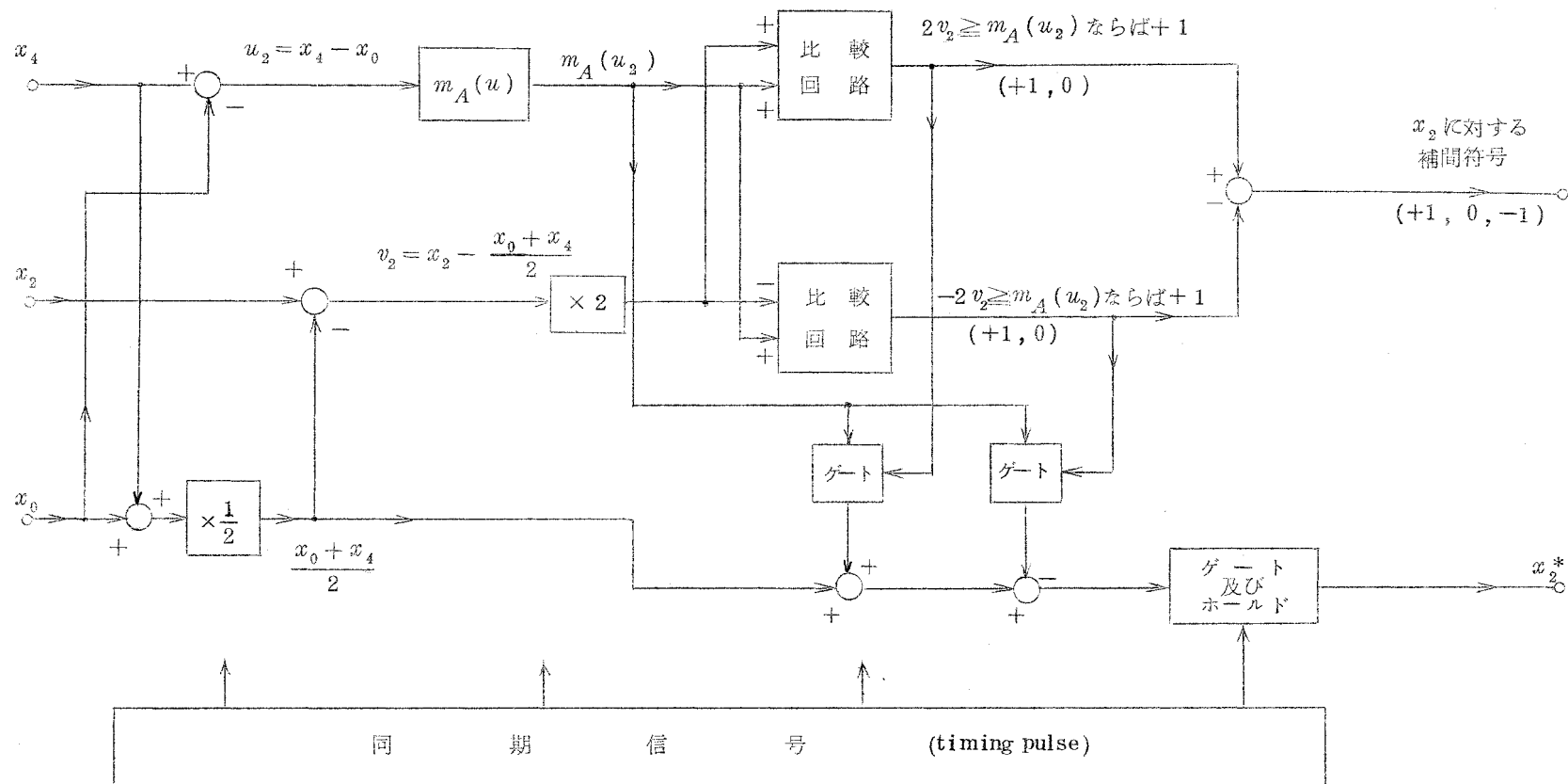


図 6.3  $x_2$  の符号化回路 (送信側)

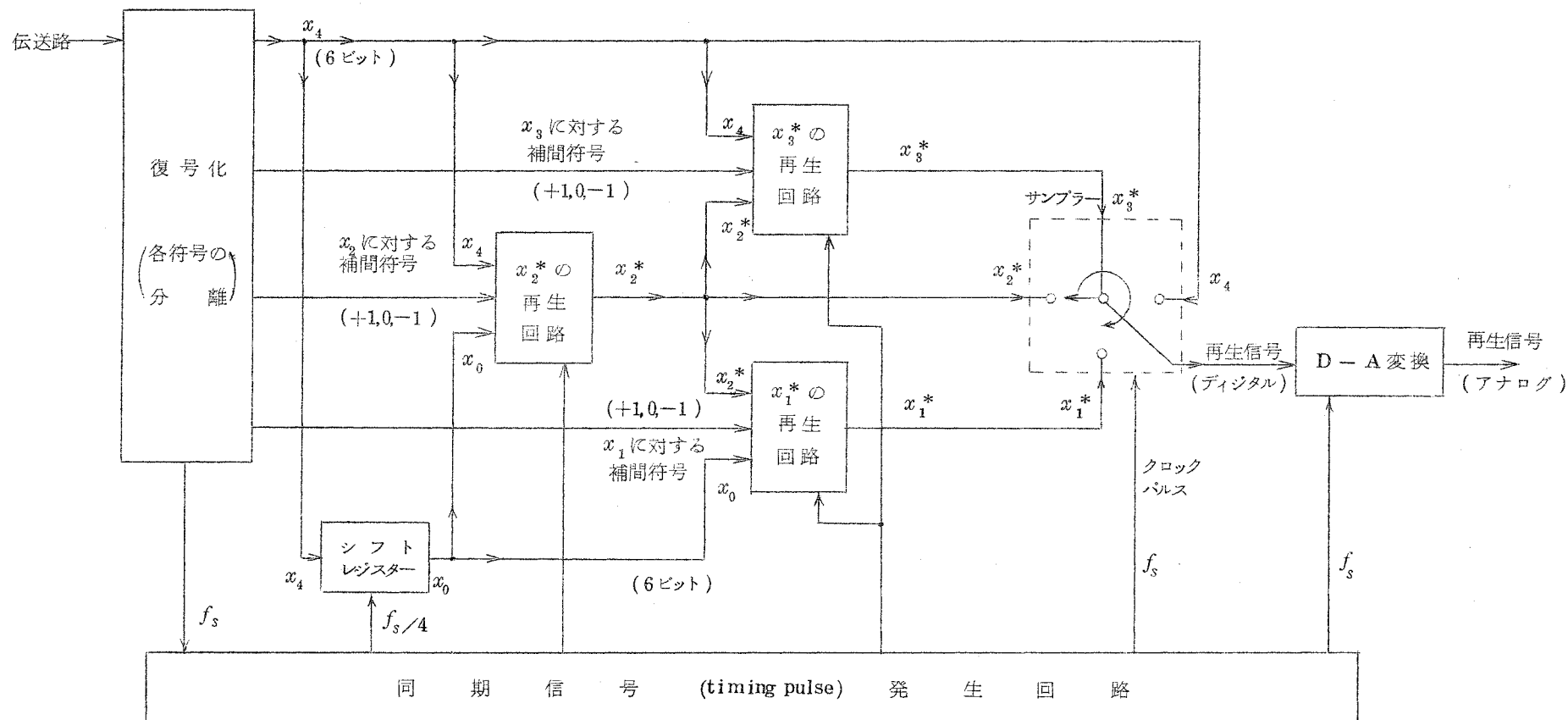


図 6 4 補間符号方式の受信側系統図

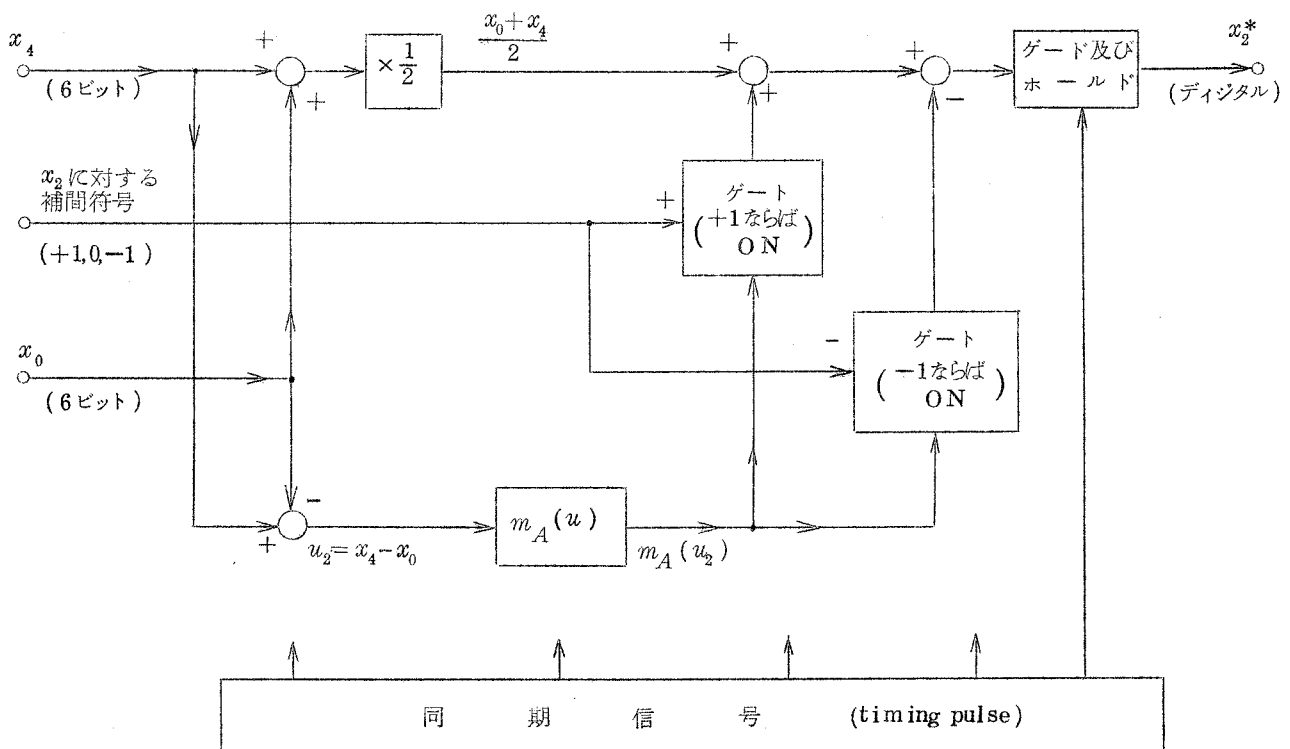


図 6.5  $x_2^*$  の再生回路 (受信側)

いるので、mix level を小さく選んで波形の微細な変動をも再現できるようにしている。主パルスを 4 絵素毎に伝送しているので、量子化操作（内挿曲線の選択）によって仮に大きな波形歪が発生しても、この歪の影響が主パルスの位置を越えて 4 絵素以上の広範囲に広がることはない。また、入力信号に含まれているノイズのために、静止した被写体に対して、補間パルスが走査線毎またはフレーム毎に異ったレベルに量子化されることもあると考えられるが、視覚に対してノイズが目立ちやすい輝度変化のゆるやかな箇所では、mix level が小さいのでノイズが量子化されて生ずる不規則なレベル変化の振幅も小さくなっていて、入力信号に含まれるノイズの影響を受けにくくなっている。なお、ノイズの影響については第 11 章で実験結果に基づいて詳細に検討する。

主パルスによって伝送される情報は、信号の低周波成分に相当するものであるが、この情報は濾波器による周波数分割ではなく時間軸上の操作（サンプリング）によって取出されたものである。このように時間軸上の操作によって“低周波成分”を取出しているので、周波数分割による場合のように濾波器の遮断特性による損失（5.8 で述べたように、周波数分割による場合には、濾波器の遮断特性を急峻にすると波形にリングングが発生し、リングングが発生しないように濾波器の遮断特性をなだらかにすると帯域幅の圧縮率が低下してしまう）がないので能率が良い。



#### 6.4 本章のとりまとめ

- (1) 補間符号方式を提案し，その原理を説明した。
- (2) 補間符号方式はデジタル伝送に適した方式であって，伝送路容量は1絵素当り2.7ビットあればよく，通常のP.C.M.の半分以下で伝送できる。
- (3) 補間符号方式を実際のテレビ信号の伝送に用いる場合の実用回路の一例を示した。
- (4) 補間符号方式の信号処理法と視覚系の特性との関係を論じ，補間符号方式が視覚系の特性にかなりよく整合した方式であることを示した。

## 第7章 画像シミュレーション装置 (7-1),(7-2),(7-3)

### 7.1 概 要

補間符号方式に対する次章以下の実験は，電子計算機を用いたシミュレーションによっておこなったものである。本章ではまず7.2で計算機シミュレーションの利害得失を論じ，7.3～7.8では実験に使用したシミュレーション装置について論ずる。7.9では補間符号方式のシミュレーションのための計算機の命令プログラムについて述べる。

シミュレーション装置とは，画像情報を電子計算機に読込ませたり，電子計算機で処理した結果を再び画像にもどしたりするための電子計算機の入出力装置である。計算機への情報の入出力には磁気テープまたは紙テープのいずれでも使用し得るように設計されている。この装置の中でも特にバッファメモリー部には新しい方式を取り入れているので，この部分について特に詳細に論ずる。

計算機シミュレーションであるから，一旦シミュレーション装置を完成してしまえば，あとは計算機の命令プログラムを作るだけで，補間符号方式に限らず他の方式に対するシミュレーションも自由におこなえる。本章で論ずる装置も，一般の画像シミュレーションや画像処理方式の実験を目的として開発したものである。

### 7.2 電子計算機シミュレーションの利点と欠点

テレビ信号に対する各種の信号処理方式の研究，特に帯域圧縮の研究においては，視覚の性質を考慮して，これを巧に利用する必要がある。したがって，各種の信号処理をおこなった信号は，最終的には映像として，視覚によって評価されなければならない。しかし，テレビ信号は数Mcにおよぶ周波数成分をもつために，実際に装置を作って実験しようとする時，装置の組立や調整に要する時間，費用，労力などの点から，あるいは現在の技術水準の点から困難に直面し，原理的には可能であっても，ただ理論の提案だけに終ることも多かった。

ところが，電子計算機（デジタル形）によるシミュレーションをおこなえば，ある伝送方式が与えられると，その伝送方式がテレビ信号に与える影響を電子計算機的作用で置きかえることによって，あらゆる方式を，実際に装置を組立てないでも自由に研究することができる。この場合必要なことは単に電子計算機に与える命令プログラムを作ることだけであり，種々の

アイデアを直ちに実験することができる。計算機はどんな複雑な操作でも正確に遂行するため、従来のように実験の不備か方式そのものの欠点かと迷うようなこともほとんどなく、また各種の方式を同一条件で比較検討ができる。さらに信号の処理をおこなうと同時に、その信号のもつ各種の統計量の測定をおこなうこともできる。

しかし一方、現在の計算機の演算速度や記憶容量では、実時間でシミュレーションをおこなうことはとても不可能であり、処理し得るデータの量にも限度がある。したがって、最小限のデータであらゆる条件の検討をおこなわなければならないので、問題点を見落すことが無いように、実験計画並びに実験結果の検討は十分慎重におこなわなければならない。

電子計算機シミュレーションは、上記のような利点と欠点をよく認識して使用すれば、各種の伝送方式や信号処理の研究にとって非常に有力な実験手段である。

### 7.3 シミュレーション装置の概要

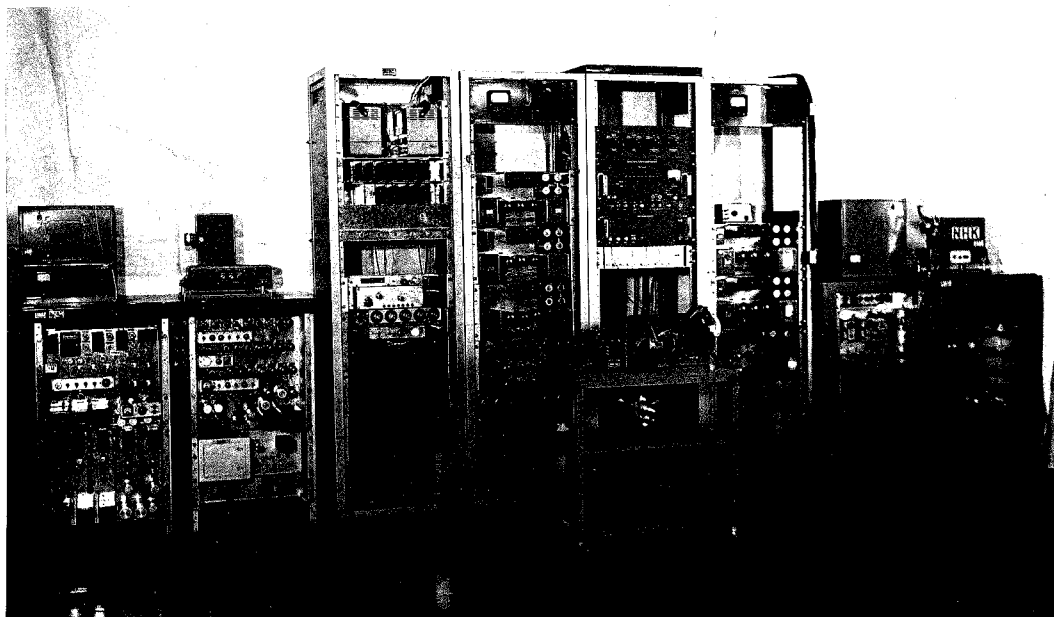
画像信号に対して電子計算機シミュレーションをおこなう場合には、信号源である画像情報を電子計算機に読込ませたり、電子計算機で処理した情報を再び画像にしたりするための入出力装置（画像シミュレーション装置）を必要とする。以下、この目的のために開発した装置について論ずる。図7.1はこの装置の全系統の写真である。

現在の計算機の演算速度では、実時間でのテレビ信号のシミュレーションは不可能である。したがって最終出力信号は低速度走査の録画装置によってフィルムに録画して、写真にしてから観測するようにしている。

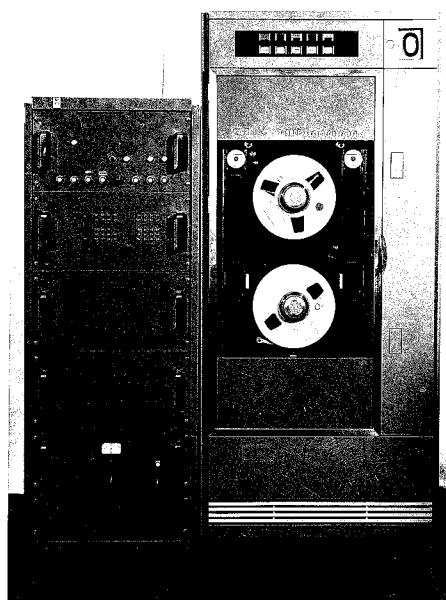
一般に計算機への情報の入出力には磁気テープまたは紙テープによっておこなわれているので、画像情報をまず磁気テープまたは紙テープに入れなければならない。我々の開発したシミュレーション装置では、磁気テープと紙テープのいずれでも使用可能なように設計されていて、小さい画面のシミュレーションには主に紙テープを、大きい画面のシミュレーションには主に磁気テープを使用している。

ところで、画像信号発生装置(F. S. S.)やフィルム録画装置にとっては信号は一定速度で連続的に流れている必要があるのに対し、計算機入出力用の磁気テープでは非連続的に情報を出し入れせねばならず、また紙テープでは穿孔速度が非常に遅く信号源との間に速度変換を必要とする。これらの各装置間の情報速度の整合のためにバッファメモリーを開発して使用している。このバッファメモリーは後述のように無定位式という新しい方式を採用している。

ところで計算機シミュレーションをおこなう場合には、計算機の演算時間の関係上、無制限に多量のデータを扱うことはできない。そこでパラメーターの最適値を探すような場合、すなわち多種多様の条件の比較をするために何回も実験をおこなわなければならないような場合には、



(a) 全系統（バッファメモリーとテープレコーダーを除く）



(b) バッファメモリーとテープレコーダー

図 7.1 画像シミュレーション装置の全景

処理する画面のサイズを小さくしてなるべく多くの条件でのシミュレーションをおこなった方がよい。一方、ある程度最適条件の見当がついたならば、その条件がはたして満足し得るかどうかを確認するために、できるだけ標準方式のテレビ画面と同じ条件で評価をおこなうことが望まれる。このような要求を満足するために、シミュレーション装置は、大、中、小の3種のサイズの画像をスイッチ切替によって選べるように設計されている。このうち、大画面の絵素

数は、ちょうど標準方式のテレビ画面1フレーム分に等しい。一方小画面の絵素数は、標準方式のテレビ(1フレーム)の約 $\frac{1}{25}$ に相当し、大きさとして必ずしも満足すべきものとは言い難いが、信号処理方式が再生画に与える影響はかなりはっきり認めることができる。

なお、本シミュレーション装置は、実験の進行と並行して改良を重ねてきているので、現在は初期の状態とはかなり異っている。したがって、次章以下で論ずるシミュレーション実験に於ても、初期におこなった実験の装置は、必ずしも本章で述べる状態と同じではなかったことを附記しておく。<sup>\*</sup>

電子計算機は、当初は電々公社通研のM1-Bを借用したが、その後はNHK技研に設置されたFACOM-231及びNHK本部に設置されたIBM-7044を使用した。命令プログラムは、M1-Bに対しては機械語で、231に対してはALGOLで、7044に対してはFORTRAN-IVを主としてCOBOLとMAPとを混用して書いた。

〔注〕 画像シミュレーション装置は、BellやM.I.T.でも製作されている。(7-5),(7-6)

#### 7.4 磁気テープを用いた場合の全系統の動作

シミュレーション装置の全系統図を図7.2に、各部の主な規格を表7.1に示す。以下、装置の動作を説明する。

まず16mmフィルム上の画像を低速度走査F.S.S.(flying spot scanner)で撮像して電気信号に変換する。この映像信号はA-D変換器(analog-to-digital converter)に加えられるのであるが、その前に低域濾波器によって、サンプリング周波数に比して高い周波数成分を除かれる。一般に信号の周波数帯域幅が $W$ Hzに制限されている場合には、 $2W$ サンプル/秒以上の繰返し速度のサンプリングによってこの信号の性質を完全に表わすことができる。この点だけから考えると、低域濾波器はサンプリング周波数の $\frac{1}{2}$ の理想濾波器にするのが最も経済的であると考えられる。しかし理想濾波器はその過渡応答にリングングを生ずるために、画質を劣化させるおそれがある。このため本装置では、インパルス応答がサイン自乗波になるような低域濾波器を用いた。この特性は図7.3に示す通りで、カットオフ周波数(6dB低下)はサンプリング周波数の $\frac{1}{2}$ である。

低域濾波器を通った映像信号はA-D変換器によって2進9ビットのデジタル信号に変換される。このデジタル信号を磁気テープに書込むのであるが、A-D変換器の出力をそのまま記録したのでは計算機に読み込むことができない。すなわち電子計算機の入出力用の磁気テープ上にはデータは連続的には書込まれておらず、小さなブロックに分割して記録されてい

---

\* 装置の初期の状態に関しては文献<sup>(7-4),(6-1)</sup>で述べられている。

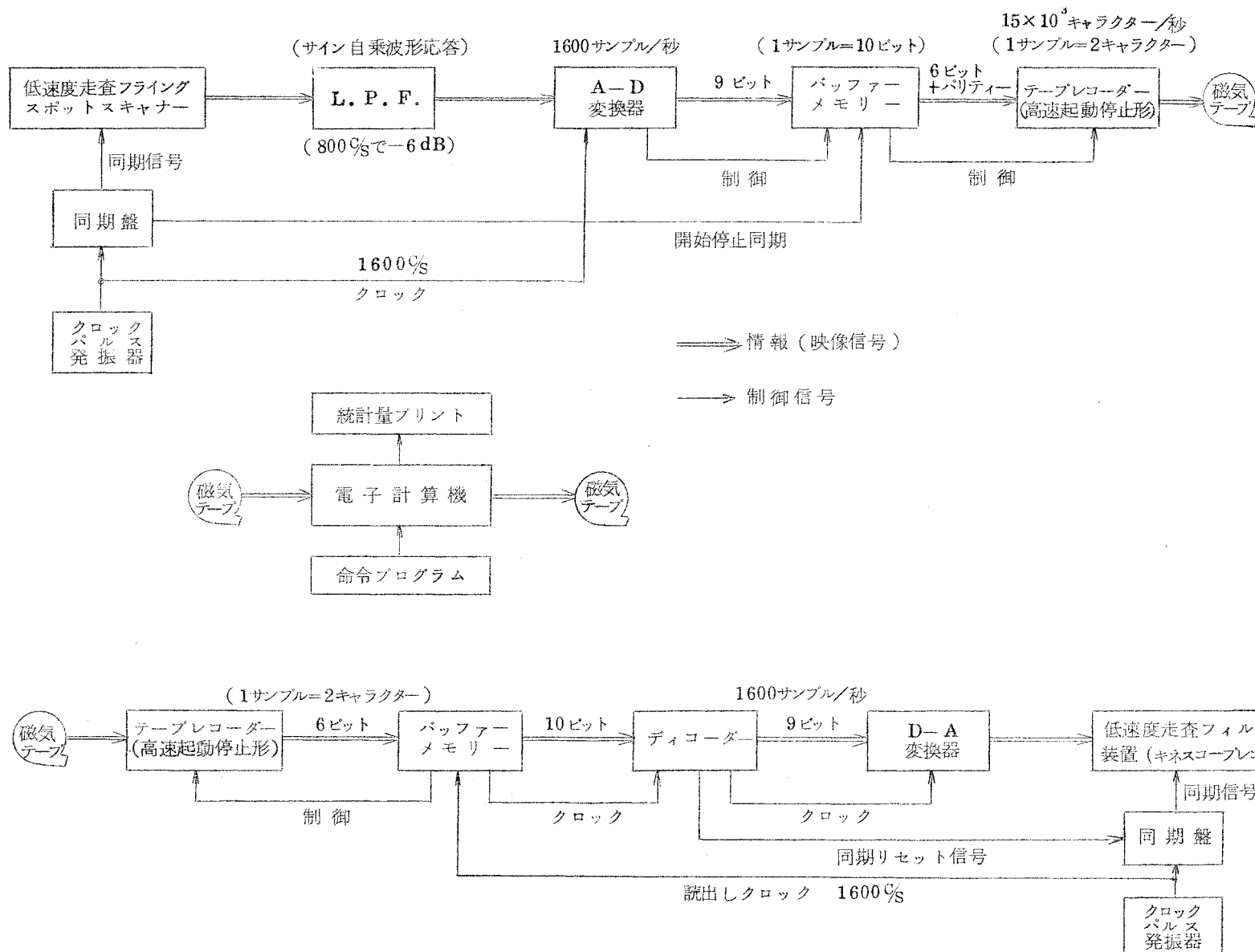


図 7 2 磁気テープを使用したシミュレーション装置の全系統

表 7.1 画像シミュレーション装置各部の規格 (その1)

(a) 低速度走査テレビ装置 (F.S.S.とフィルム録画装置)

走査方式 スイッチ切替によって下記の3種を選択できる。

飛越走査 な し

| 画面サイズ             | 小         | 中           | 大           |        |
|-------------------|-----------|-------------|-------------|--------|
| 水平絵素数 (ブランキングを含む) | 1 2 4     | 3 6 8       | 4 7 2       | 個      |
| 走査線数 (ブランキングを含む)  | 8 9       | 2 6 9       | 4 8 8       | 本      |
| 有効絵素数 (横×縦)       | 1 1 6×8 5 | 3 5 2×2 6 3 | 4 5 6×4 8 3 | 個/フレーム |
| サンプリング速度          | 2 0 0     | 1, 6 0 0    | 1, 6 0 0    | サンプル/秒 |
| 水平走査周期            | 0. 6 2    | 0. 2 3      | 0. 3 0      | 秒/走査線  |
| フレーム周期 (垂直走査周期)   | 5 5       | 6 2         | 1 4 4       | 秒/フレーム |

(b) A - D , D - A 変換器

変換精度 9 ビット

変換速度 A → D 約  $2 \times 10^3$  サンプル/秒 以下任意

D → A 約  $20 \times 10^3$  サンプル/秒 以下任意

コードの形式 並列 純2進

A - D 変換器形式 逐次比較 (直列) 形, サンプリングホールド有

D - A 変換器形式 アナログ電圧は, 次のサンプルが変換されるまで零次ホールドされる。

(c) バッファメモリー

形 式 無定位式 (1マトリックス方式)

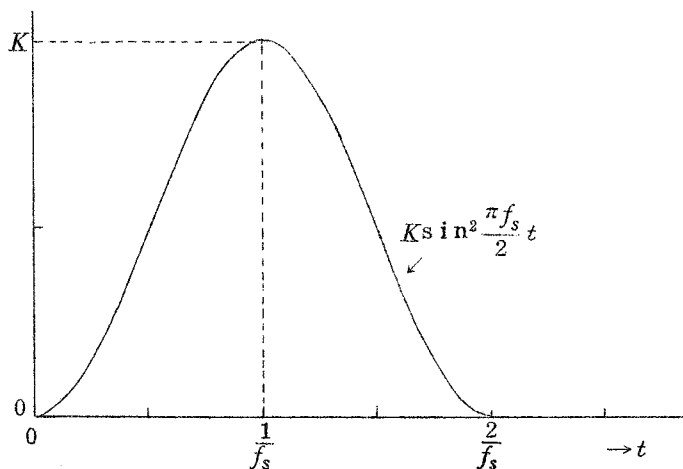
コアーマトリックスの容量 5 1 2 語, 10ビット/語 (1語=1サンプル)

レコードの大きさとサンプリング速度との関係

| レコードの大きさ                 | サンプリング速度                      |
|--------------------------|-------------------------------|
| 5 1 2 字 (2 5 6 サンプル)     | 0 ~ $4. 6 \times 10^3$ サンプル/秒 |
| 1 0 2 4 字 (5 1 2 サンプル)   | 0 ~ 5. 6 "                    |
| 2 0 4 8 字 (1 0 2 4 サンプル) | 4. 0 ~ 6. 5 "                 |
| 4 0 9 6 字 (2 0 4 8 サンプル) | 5. 9 ~ 6. 9 "                 |

表 7.1 画像シミュレーション装置各部の規格 (その 2)

|               |   |
|---------------|---|
| (d) テープレコーダー  |   |
| トラック数         | 7 トラック (内 1 トラックはパリティチェックビット用)                      |
| 記録方式          | NRZI (non-return to zero)                           |
| テープ走査         | 7.5 インチ/秒   |
| 記録密度          | 200 ビット/インチ   |
| 情報速度          | $1.5 \times 10^3$ 字/秒 ( $= 7.5 \times 10^3$ サンプル/秒) |
| 書き込みモード       | IBM 方式, binary mode                                 |
| 1 サンプルの大きさ    | 2 字/サンプル, 10 ビット/サンプル                               |
| テープ起動時間       | 5 msec (定速度の 90% に達するまで)                            |
| テープ停止時間       | 4 msec  |
| (e) フォトリリーダー  |   |
| テープ幅          | 8 単位  |
| 読取速度          | 200 字/秒   |
| (f) 紙テープパンチャー |   |
| テープ幅          | 8 単位  |
| さん孔速度         | 25 字/秒 (free running の場合)                           |

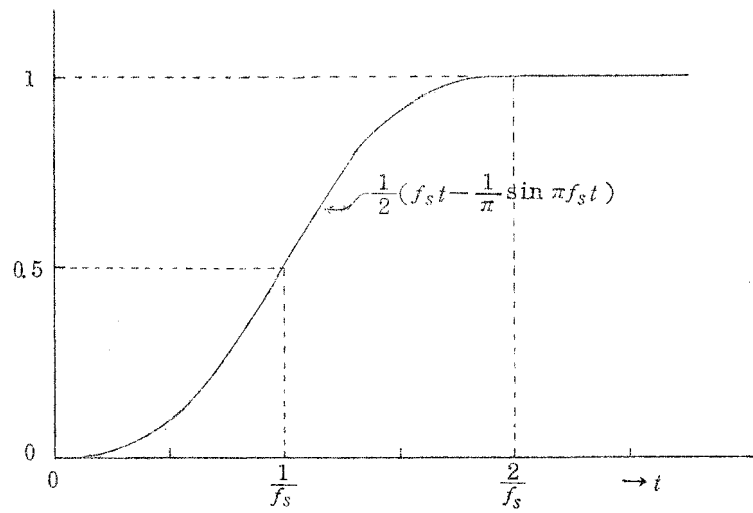


$f_s$ : サンプリング周波数

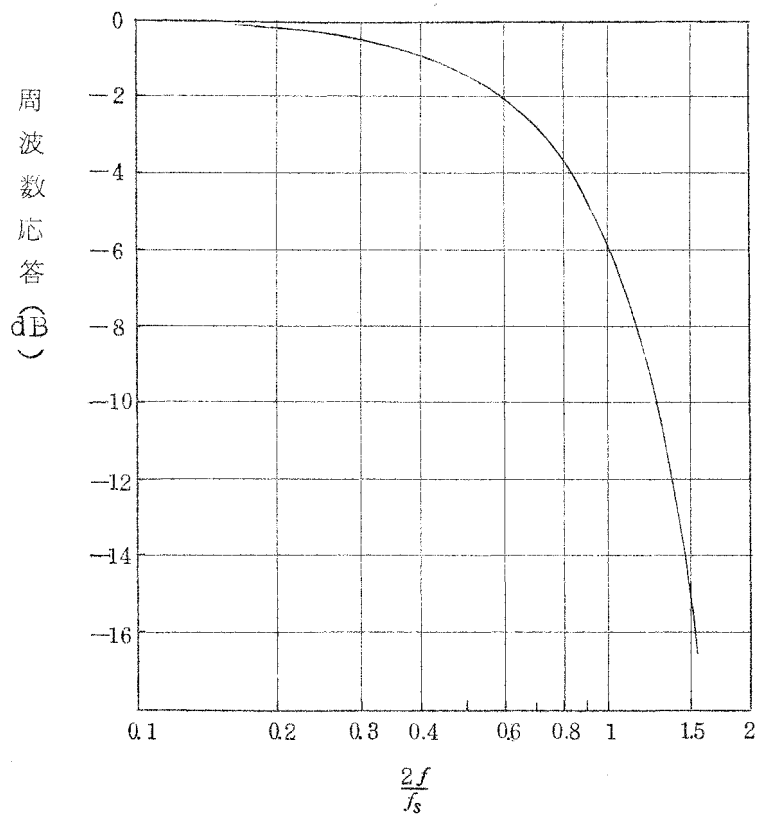
(a) インパルス応答

図 7.3 低域濾波器の特性 (その 1)





(b) インディシャル応答



(c) 周波数応答

図 7.3 低域濾波器の特性 (その 2)

る。このブロックをレコードと呼ぶ。計算機はレコードを1個ずつ読込んで演算をおこない、この間磁気テープは停止している。この停止或いは起動のときの過渡状態を逃げるために、レコード間には一定長さだけデータのないギャップ (I.R.G.= inter record gap) が設けてある。ところがA-D変換器からの情報は連続的に流れてくるので、両者の間に情報速度整合用のバッファメモリを設けて、情報を間歇的な流れに変換して磁気テープに書込んでいく。このようにして書込まれた磁気テープは計算機入出力用としての規格を満足しているので、そのまま計算機附属のテープハンドラーにかけて計算機に読込ませることができる。

計算機で演算された信号は再び磁気テープに書込まれる。磁気テープ上にはやはりブロック状に情報が書込まれているので、バッファメモリによって計算機入力の場合とは逆の操作をおこなって連続的な情報の流れに変換される。バッファメモリからの読出しは、録画装置からの読出しクロック (水晶発振器によって制御される) に同期しておこなわれるようになっている。

バッファメモリによって連続的な流れに変換されたデジタル信号はD-A変換器によってアナログ信号に変換される。D-A変換器の出力波形は零次ホールドされて、次のサンプルの出力が現われるまで前の値を保持するようになっている。したがって、この映像信号は特に低域濾波器を通すことなく直接フィルム録画装置に加えられる。

録画装置の同期信号を映像信号に合わせるために、計算機からの出力にはその最初の部分に同期合せ用信号が記録されている。ディコーダーはこの同期合せ用のコードを検出して録画装置に同期盤のリセット信号を送出して両者の同期を合せている。録画装置の同期盤とバッファメモリからの情報の読出しとは同一の発振器からのクロックパルスで制御されているので、一旦同期が合ってしまえばそれ以後は同期がはずれることはない。なお後述のようにバッファメモリは1サンプル当り10ビットとして設計されているが、A-D変換器は9ビットなので残った1ビットをこの同期合せ用の情報のために使用している。

以下7.5～7.7で個々の装置の動作について論ずる。なお紙テープを用いる場合については7.8で論ずる。

## 7.5 低速度走査テレビ装置

F.S.S. 及びフィルム録画装置の走査方式と走査速度は、スイッチによって切替可能であって、表7.1(a)に示した3種のサイズの画像を選ぶことができる。大画面の絵素数は標準方式のテレビ画面1フレームに相当する。中画面の絵素数はちょうど1巻の紙テープにさん孔できるように選ばれている。小画面の場合には1巻の紙テープに9フレーム分をさん孔することができる。

大画面に対しては常に磁気テープを使用し、小画面に対しては紙テープを用いる。中画面は磁気テープと紙テープのいずれで処理することも可能である。

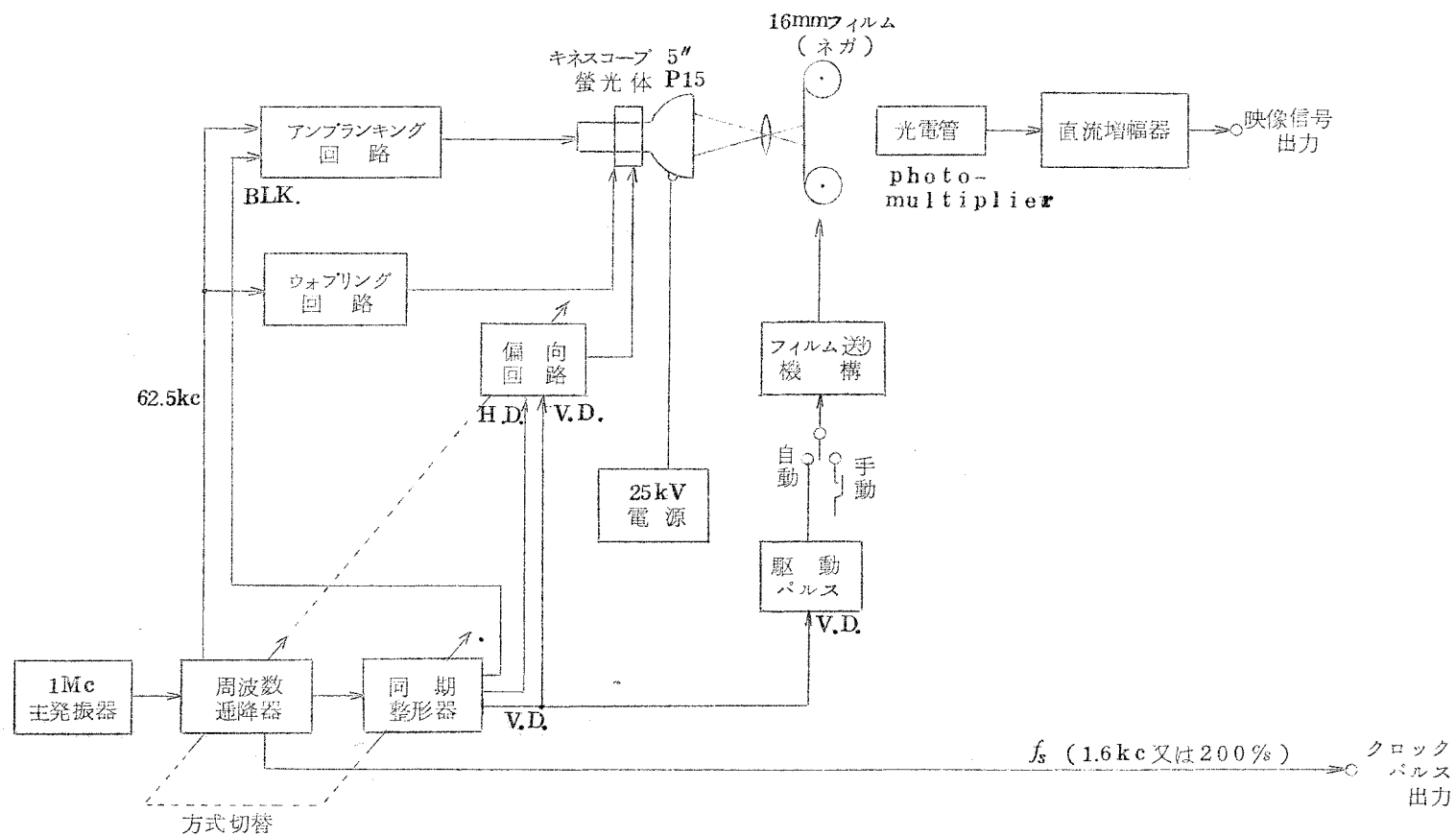
サンプリング速度は、磁気テープを使用する場合には1600%に選んでいる。サンプリング速度を速くすればそれだけ1フィールドの走査に要する時間を短縮できるのであるが、A-D変換器の速度の制限のために現在のところこれ以上速くすることができない。紙テープを用いる小画面の場合には後述のように、フォトリダーの速度に合わせて200%にしてある。なお中画面の場合にはフォトリダーの速度に合せると、テレビ装置の走査速度が極度に遅くなって操作が困難になるので、紙テープを使用するときにはフォトリダーで読取った情報は一旦バッファメモリを通して磁気テープに書き込み、それを再びバッファメモリを通して高速度(1600%)で読出して録画装置に加えるようにしている。したがってサンプリング速度は、大画面と中画面に対しては1600%、小画面に対しては200%に選ばれている。

F.S.S. 及びフィルム録画装置の走査速度は非常に遅く、特に大画面に対しては1フィールドの走査に2分以上もかかるので、映像増幅器及び偏向回路のドリフト等による直流分の変動には特に注意して製作されている。例えば録画装置の映像増幅器では信号を一旦AM変調してから増幅するようにしており、また垂直偏向増幅器にはフィードバックをかけて直流分の変動を防いでいる。

また、走査速度が遅いので、キネスコープの蛍光体が電子ビームで焼けるのを防ぐために、ビームを周期的に(62.5 kc)断続してduty cycleの小さいパルス状の電流を流している。このためキネスコープのグリッド電圧をかなり高い範囲まで使用することができて、カットオフ付近の特性の曲りの影響を逃げることもできた。

F.S.S. 及びフィルム録画装置のブロック図を図7.4、図7.5に示す。

なお当初は、F.S.S. でネガフィルムを撮像して映像信号としてネガ信号を取出し、録画装置のキネスコープにネガ像を出して直接ポジスライドを撮影する方式をとっていた。しかしこの場合には、録画された写真の走査線の間隙が白くなって実際のテレビ画面とは多少異った印象を与える。そこで現在はF.S.S. でポジフィルムを撮像して、映像信号としてポジ信号を取り出し、録画装置のキネスコープにポジ像を出すようにしている。なお次章以下の実験は、小画面はネガ方式で、中画面及び大画面はポジ方式によってシミュレーションをおこなったものである。



国 7 4 低速度走査 F.S.S. ブロック図

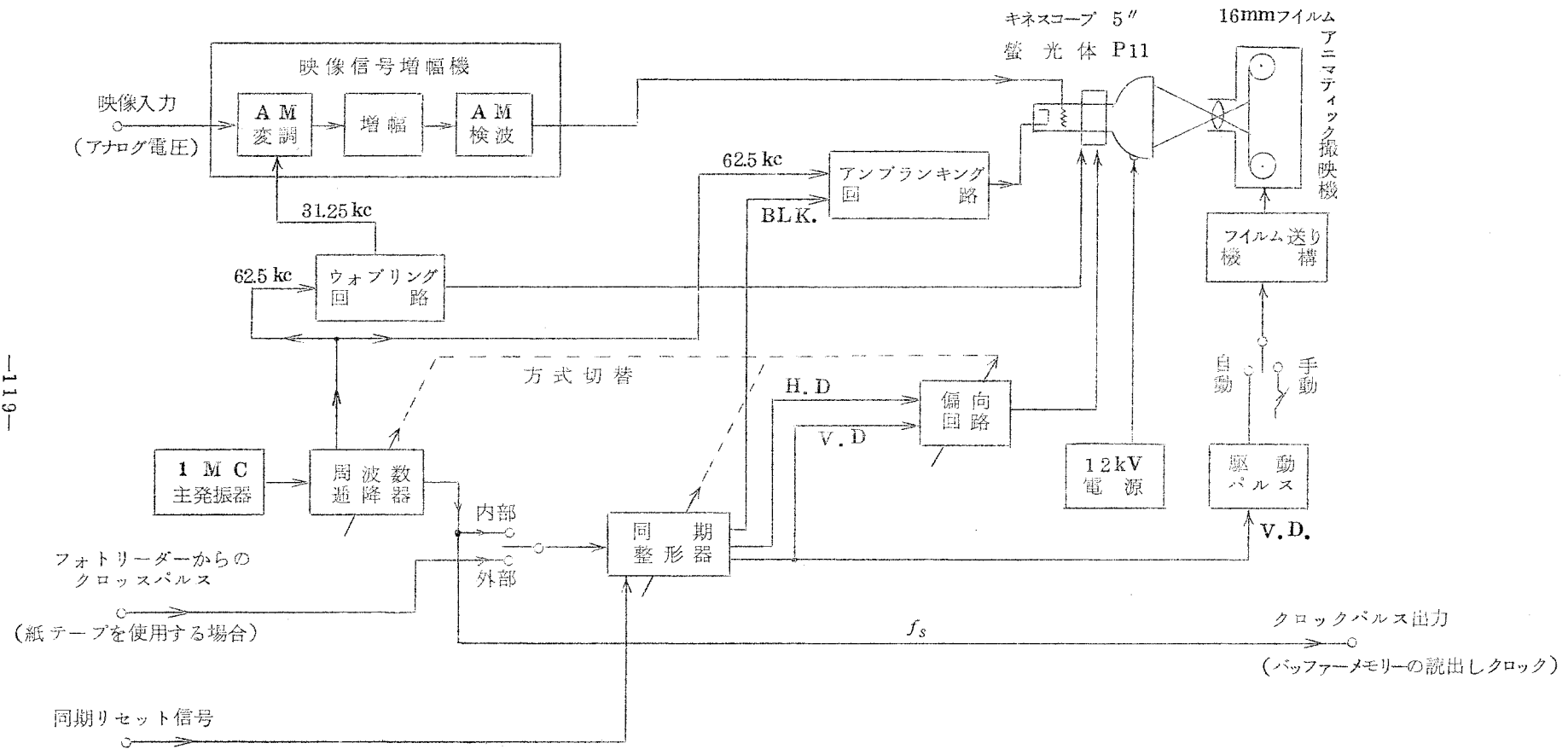


図 7.5 低速度走査フィルム録画装置 ブロック図

## 7.6 A-D, D-A変換器

A-D, D-A変換器はスイッチ切替によってA-DまたはD-A変換動作をおこなうように設計されている。

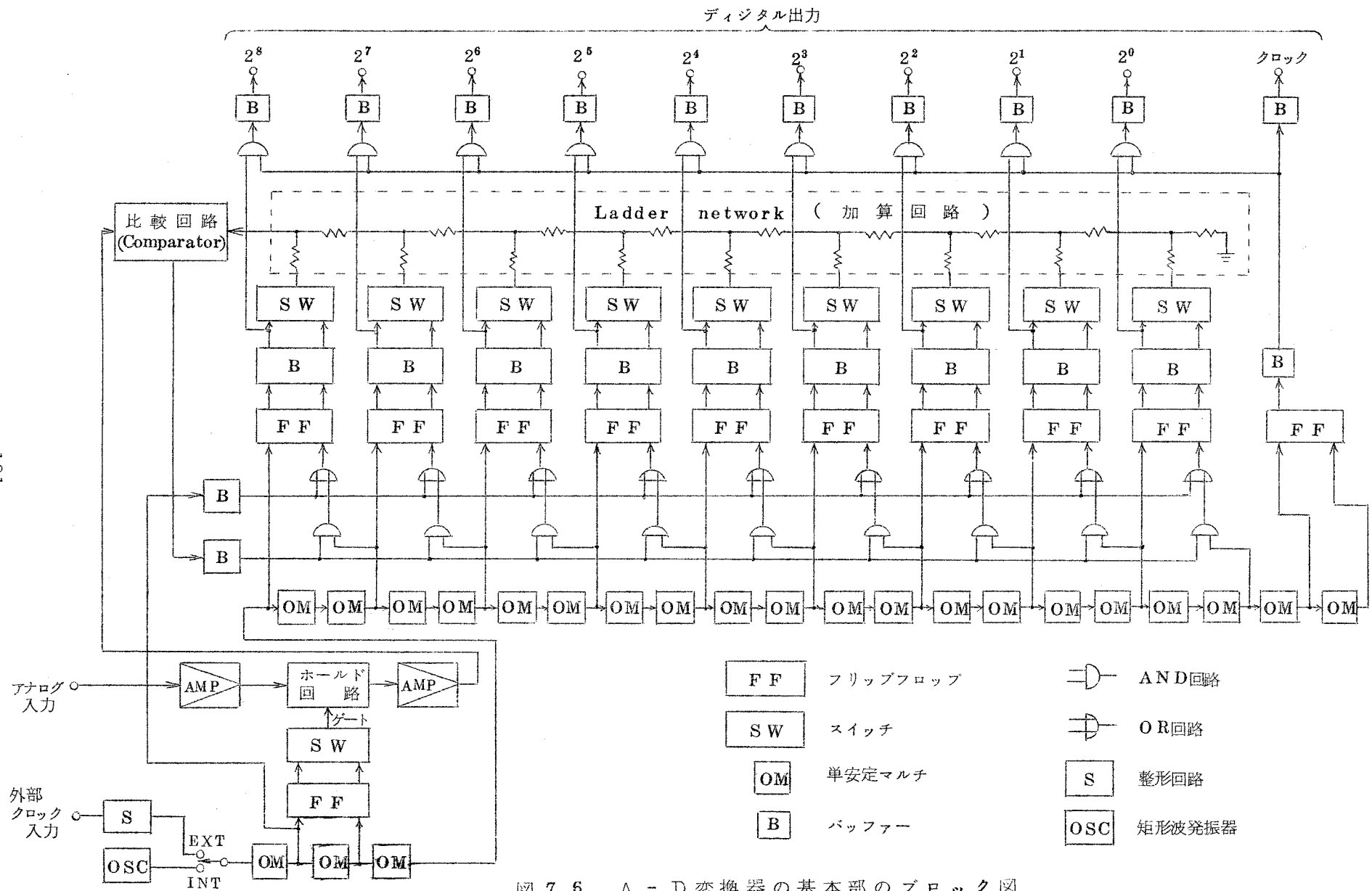
A-D変換器は逐次比較（直列）形である。入力部にサンプリングホールド回路を持っているので、変換動作中に入力電圧が変化してもその影響は受けず、サンプルした瞬間の入力電圧に対する変換出力を出す。A-D変換器の基本回路構成は図7.6のブロック図の如くである。

変換出力は純2進並列9ビットである。アナログ入力は直流増幅器の利得切替によって0～6Vのレンジと0～0.6Vのレンジを選べる。最高変換速度は $2 \times 10^3$ サンプル/秒である。速度が遅いのはホールド回路の動作にかなり時間がかかるためで、ホールド回路を除けば120 $\mu$ secの繰返しが可能である。

D-A変換器は純2進並列9ビットのデジタル信号を0～6Vのアナログ信号に変換する。アナログ信号の波形は、零次ホールドされる形式とした。すなわち1個のサンプルの出力は次のサンプルの出力が現われるまでその値を保持する。したがって出力波形は特にフィルターを通さずそのまま録画装置に加えることができる。〔注〕

D-A変換器の基本回路構成は図7.7のブロック図の如くである。録画装置のレベル調整を容易にするために、プッシュボタンを押すと、アナログ出力の最高電圧（デジタル入力の全ビットが1の状態）及び最低電圧（デジタル入力の全ビットが0の状態）が出力端子に出るようにしてある。なおD-A変換器の最高動作速度は $20 \times 10^3$ サンプル/秒である。

〔注〕 D-A変換器の出力波形のもう一つの形式として、振幅変調された矩形波（duty cycle は100%未満）にする方式も考えられる。このときはD-A変換器の出力を直接録画装置に加えると、図5.4の写真のように各サンプルの間の間隙が縦縞となって現われて、これがかなり目ざわりとなる。（図5.4は当初この後者の形式のD-A変換器を使用していたときに得られたものである。）この縦縞を消すためにはD-A変換器の出力側に低域濾波器を挿入しなければならないが、デジタル入力の速度むら（紙テープを用いるときには紙テープ上のさん孔のピッチむらや、フォトリダーのワウやフラッターによってかなりの速度変動が生ずる）が濾波器出力では振幅歪に変換されるという欠点もあるので、我々の装置では出力波形を零次ホールドする形式を採用した。



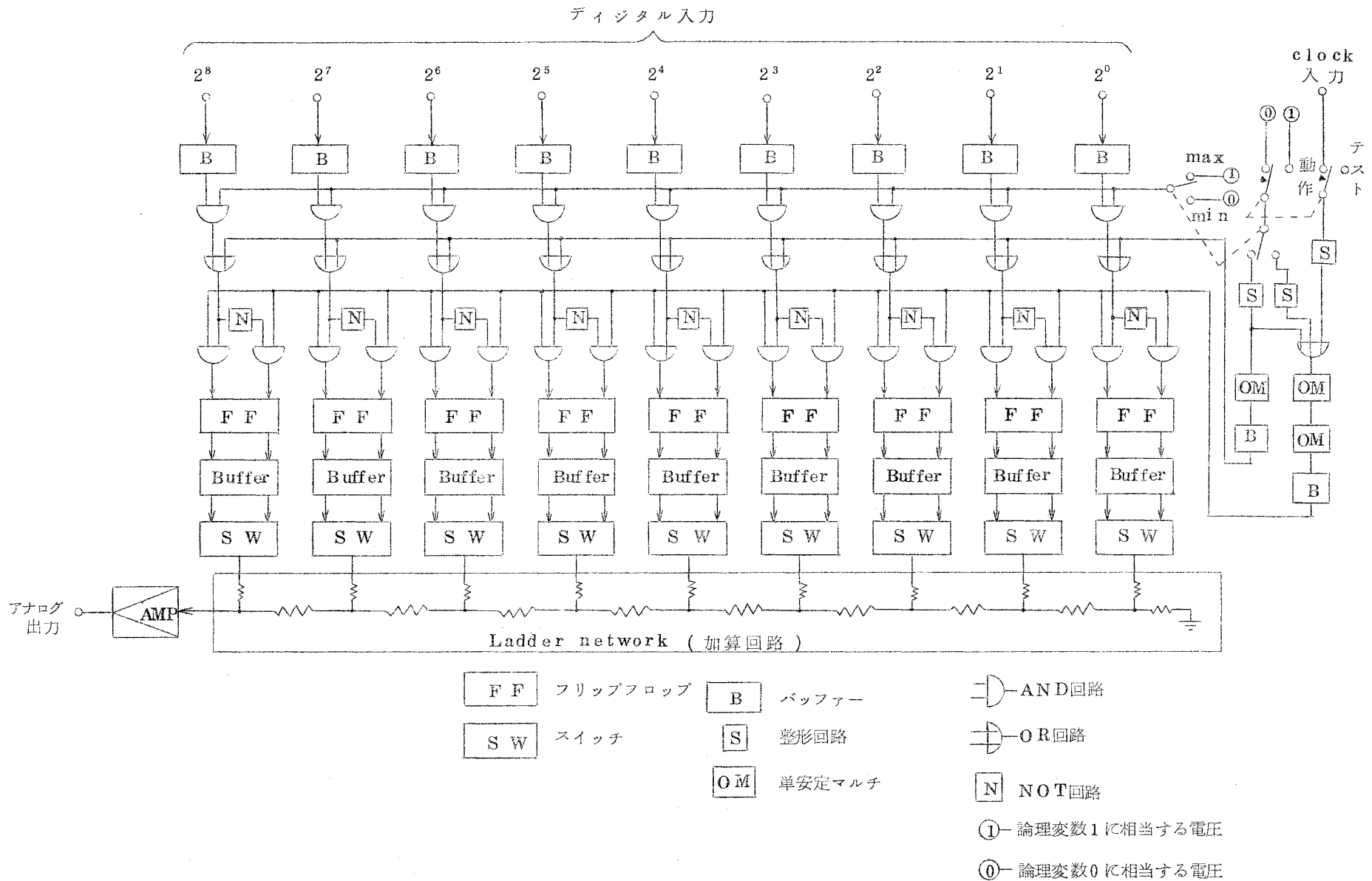


図 7.7 D-A 変換器の基本部のブロック図



## 7.7 バッファメモリー

### 7.7.1 バッファメモリーの形式

前述のように一般に計算機入出力用の磁気テープには、データは連続的には書込まれておらず、計算機の記憶容量に見合ったブロック状のレコードに分けて書込まれている。一方F.S.S.やフィルム録画装置にとってはデータは一定速度で連続的に流れている必要がある。さらにまた計算機用磁気テープ装置は画像信号を直接記録再生する目的には速度むらが大きすぎるのでこれも防ぐ必要がある。これらの問題を解決するために時間調整用のバッファメモリーを、テープレコーダーとA-DまたはD-A変換器の間に挿入している。

バッファメモリーの主要部は、コアマトリックスとその制御回路から成立っている。磁気テープに書込む場合（A-D変換時）と磁気テープを読取る場合（D-A変換時）とは、同一装置をスイッチによって切替えて使用するようにしている。まず最初に、磁気テープに書込む場合の動作を説明する。

コアマトリックスの形式としては“2マトリックス形”〔注〕も考えられるが、コアマトリックスの容量を節約するために我々は無定位形（1マトリックス形）を採用している。

〔注〕 “2マトリックス形” — 磁気テープ上のレコードの大きさに等しい容量の2個のコアマトリックスA及びBを用意する。A-D変換器から送られてくる情報はまずマトリックスAに書込む。Aの内容がいっぱいになると書込みはマトリックスBに移る。それと同時にテープレコーダーを起動してAの内容をテープに1レコードとして書込む。1レコードの書込みが終わったらテープの走行は一時停止させておく。Bへの書込みとAからの読出しとは並行しておこなわれるが、コアへの書込み速度は読出し速度よりも遅いからBへの書込みが終了する以前にAからの読出しは終了している。コアBの内容がいっぱいになると、書込みはAに移り、同時にBの内容を読出してテープに書込む。このように“2マトリックス形”は2個のマトリックスを読出しまたは書込み用として交互に切替えて使用する方式であって、機構は簡単であるが、コアマトリックスの容量は2レコード分必要なので費用は高くなる。

無定位形（1マトリックス形）では、1個のコアマトリックスに対して書込みと読出しとをオーバーラップしておこなう。すなわちコアにA-D変換器からのデータを書込んでいき、内容がいっぱいになる直前にテープレコーダーを起動して、コアの内容の読出しを開始してテープに書込んでいく。この間にもコアへの書込みは続けられている。書込み速度よりも読出し速度の方が速いので、読出し番地は書込み番地に次第に追いついていく、書込みと読出しの速度およびテープ上の1レコードの大きさの関係を適当に選んでおけば、読出し番地が書込み番地に追いつく以前に1レコード分の情報の送出が終了するようにできる。テープへの1レコードの書込みが終わるとテープの走行を一時停止して、コアにデータが再びいっぱいになるまで待機する。換言すれば無定位式とは、1個のコアマトリックスにデータを書込みながら同時に読出しをおこない、書込み番地と読出し番地を“追いかっこ”させて、読出

しが書込みを超越したり，読出し前に二重書込みをおこなったりしないように磁気テープの起動停止を制御する方式である。したがって制御回路は複雑になるが，コアマトリックスの容量よりも大きいレコードを取扱うこともできるので，費用は2バッファ方式よりも安くできる。

なおテープレコーダーは計算機の入出力に使用するものと同じ形式のもので，極めて速い起動停止動作（スタートの場合定速の90%に達するまで5 msec，ストップ時間4 msec）を繰り返すことが可能である。磁気テープへの書込形式は，IBMとの互換性を持たせるために，IBM方式のbinary modeによって書込みをおこなっている。トラック数は7トラックでそのうちの1トラックはパリティチェック（奇数パリティ）に使用されるので，情報書込みに使用できるのは1字（キャラクター）当り6ビットである。そこで1サンプルをテープ上の2字に分割して，図7.8のような形式で記録することにした。6番目のトラックには，そのキャラクターが上位（S， $2^8$ ，……， $2^5$ のビット）か下位（ $2^4$ ，……， $2^0$ のビット）かを表示するために交互に1または0を書込んでいる。したがって1サンプル当り10ビット（S， $2^8$ ，……， $2^0$ ）の情報を記録することができる。しかしA-D変換器の出力は9ビットであるために，1ビット余るので，Sビットは前述のように同期合せ用の情報の記録に使用している。（特に必要ならば，Sビットは2進情報用として使用して10ビットの2進情報を記録することもできる。例えば音声信号を記録するときには，Sビットを符号ビットとして使用する。）なお1レコードの終りにはIBMの規格に合せて縦方向のパリティチェック用のキャラクター（L.R.C.C.=longitudinal redundancy check character）が書込まれる。

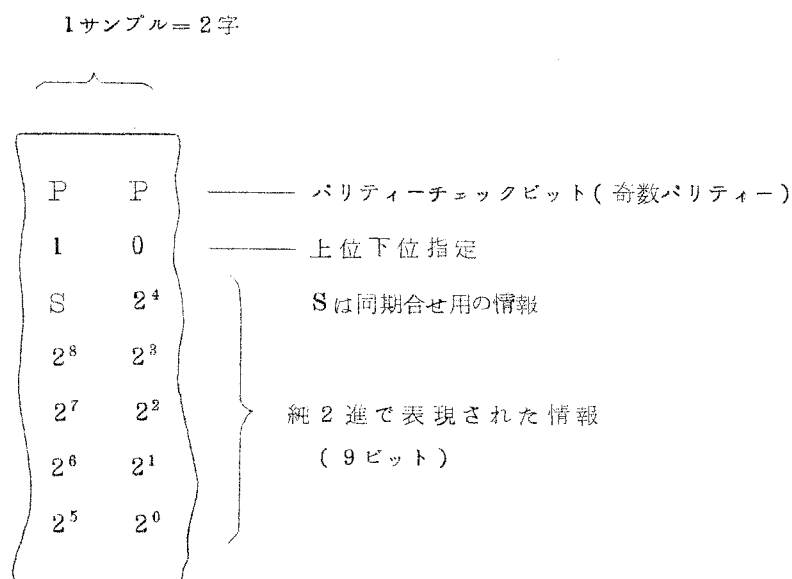


図 7.8 磁気テープの記録形式

### 7.7.2 バッファメモリーの動作

#### (a) テープに書込む場合

磁気テープに情報を書込む場合の動作を、図 7.9 及び図 7.10 によって説明する。図 7.10 は、磁気テープ上のレコードの大きさをコアマトリックスの容量の 2 倍に選んだ場合の動作状態を示すタイムチャートである。

コアマトリックスの容量は 512 語で、1 語は 10 ビットである。コアへの書込みと読出しの番地はそれぞれ独立のカウンターによって指定される。この 2 個のカウンターは書込みまたは読出しを 1 語おこなう毎にそれぞれ 1 番地づつ番地を進めていく。書込みと読出しとは並行しておこなわれており、書込み信号は A-D 変換器から一定速度で送り込まれ、一方磁気テープへの送出信号は  $7.5 \times 10^3$  語/秒 (テープ速度 75 インチ/秒、記録密度 200 ビット/インチであるから  $15 \times 10^3$  字/秒。一方 1 語は 2 字であるからコアからの読出しは  $7.5 \times 10^3$  語/秒となる) の速度で送出されなければならない。したがって同一瞬間に書込みと読出しを同時におこなわなければならないことも起るが、1 個のコアマトリックスに対して両者を同じ瞬間におこなうことはできないので、両者のタイミングが一致したときには、読出しを優先して、書込みは読出しサイクルが終る迄一時待たせるようにしている。

残数判定回路は可逆カウンターを設えており、コアマトリックスに一語書込む毎に 1 を加え、1 語読出す毎に 1 を引くことによって、現在コアマトリックスに残っているデータが何語あるかを指示している。この可逆カウンターの計数値が、あらかじめ定められた値 (パッチングによって任意の値に設定できる) よりも多くなると、テープレコーダーを起動して、1 レコード分のデータをコアから読出してテープに書込む。図 7.9 の  $FF_3$  はテープレコーダーの起動・停止を制御し、 $FF_4$  はテープヘッダーを送出するゲートを制御するフリップフロップである。テープを起動してからデータを送出するまでに時間遅れを持たせているのは、テープ上の I.R.G. の長さを規定値 (3/4 インチ) に合わせるためである。

テープレコーダーへ送出されたキャラクター数はキャラクター数カウンターによって計数され、これがちょうど 1 レコード分 (字数 512, 1024, 2048, 4096 のいずれか 1 つに設定できる) に達すると  $FF_4$  をリセットしてテープへのデータの送出を停止する。その後約 0.27 msec の後に  $FF_3$  をリセットしてテープを停止する。なお、テープレコーダーはこの  $FF_3$  のリセットを検出してテープに縦方向のパリティチェックキャラクターを書込む。

このように読出しの間にも書込みは一定速度で継続しているので、書込みのクロック周期と読出しのクロック周期の比が適当であれば、コアマトリックスの容量よりも大きいレコードを扱うこともできる。コアマトリックスの容量の 2 倍の大きさのレコードをテープに書込む場合について、最低並びに最高のサンプリング速度 (コアへの書込みクロック周波数) による動作の時間関係を図 7.11 に示す。書込み信号の速度の下限は図 7.11(a) のような時間関係

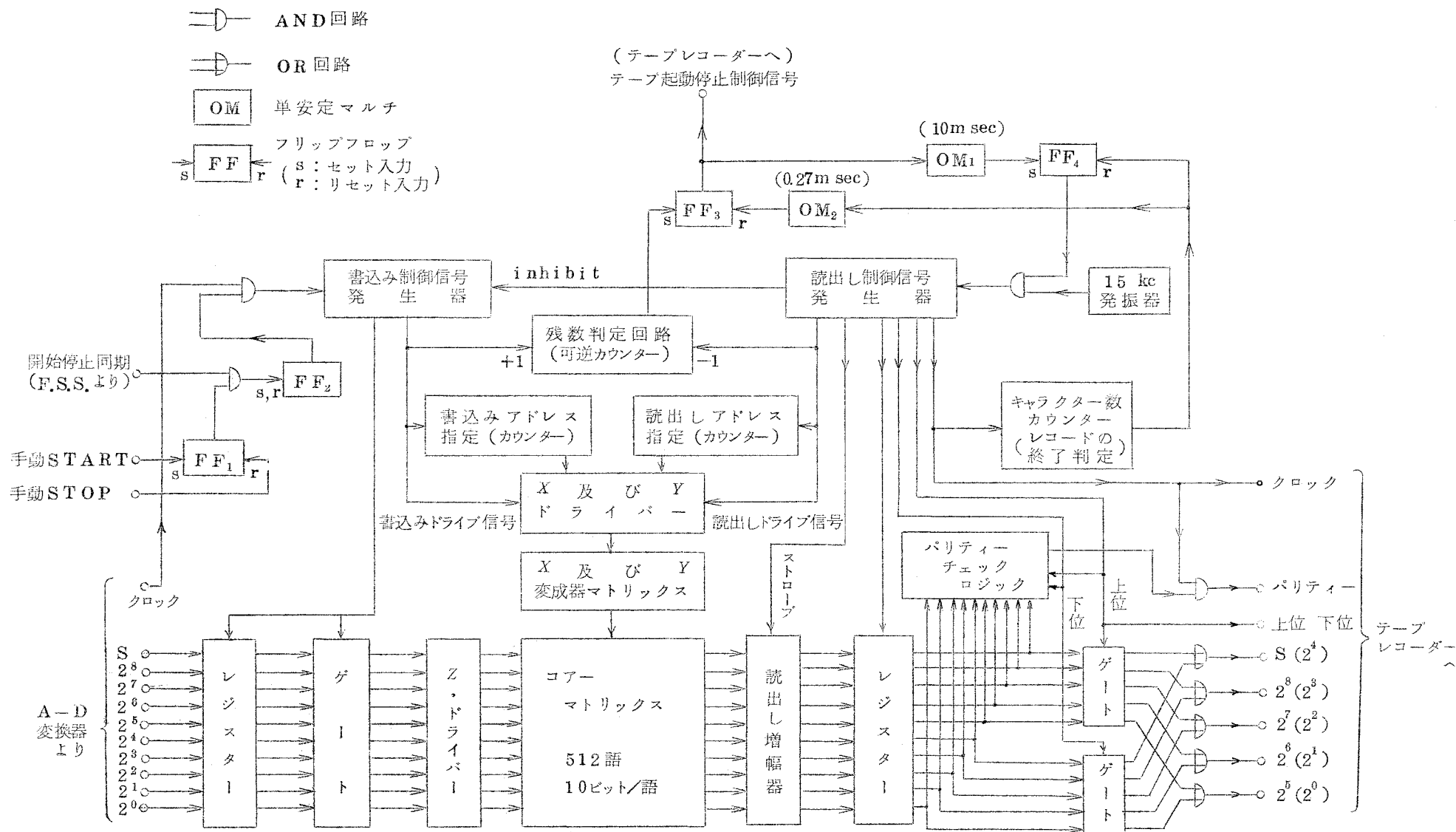
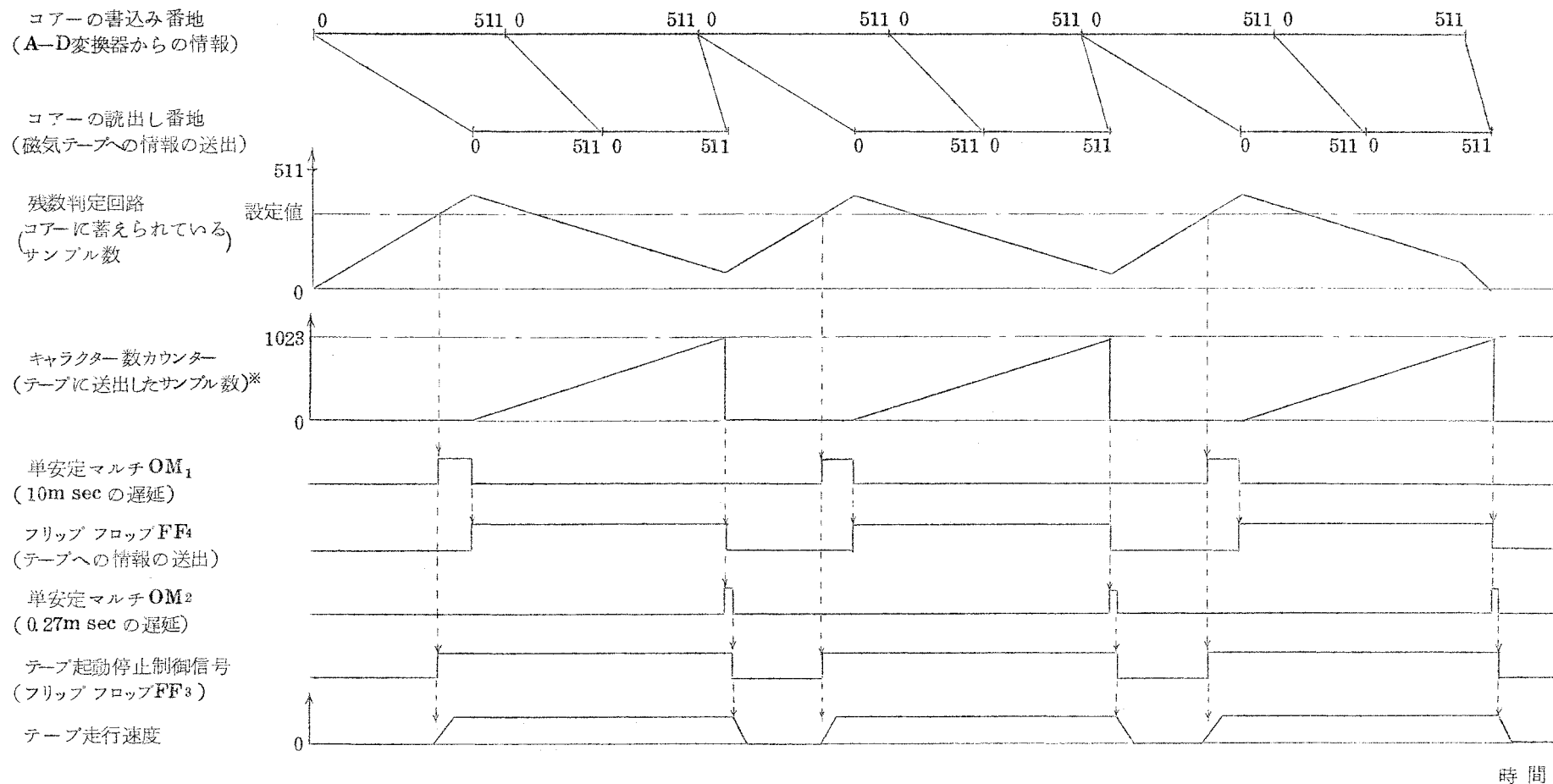


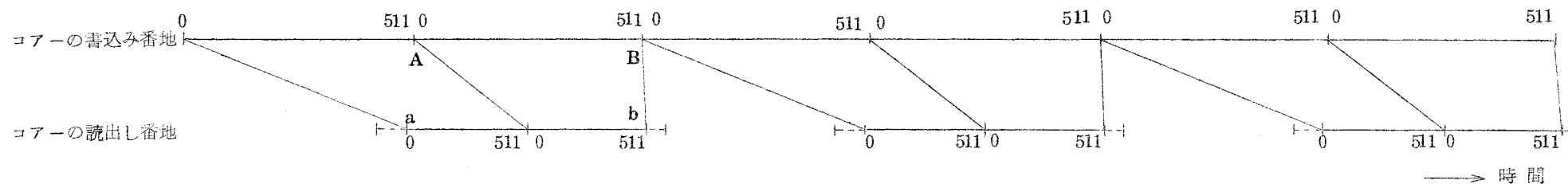
図 7.9 バッファメモリのブロック図 — テープに記録する場合



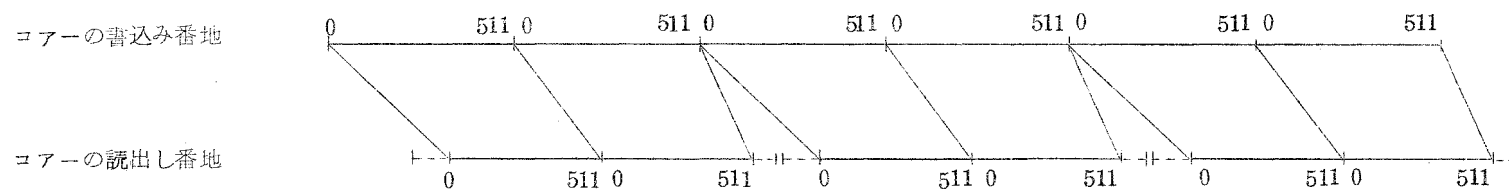
(磁気テープ上のレコードの大きさ) = 1024 サンプル = 2048 字  
 (コアマトリックスの容量) = 512 サンプル } の場合  
 ※ キャラクター数カウンタは実際にはテープへ送出した字数 (2 字 = 1 サンプル) を計数している。

図 7.10 バッファメモリの動作状態

—コアマトリックスの容量の 2 倍の大きさのレコードをテープに記録する場合—



(a) 最低速度によるサンプリングをおこなった場合



(b) 最高速度によるサンプリングをおこなった場合

……はテープの走行している時間（起動停止時のトランジェント）を示す。

（テープ上のレコードの大きさ）＝（コアマトリックスの容量）× 2 の場合

図 7.11. バッファメモリへ送り込まれる情報速度の上限と下限 — テープに記録する場合

のときに得られる。すなわち，図のA点とa点の時刻を比較したとき，a点の方がA点よりも前になければならない。この条件が満たされていないとコアマトリックスの同一番地に二重書込みをおこなってしまう。同様に，B点がb点よりも遅れると，まだ書込んでいない番地を読出してしまうことになる。したがってA点とB点とが，a点とb点との間にくるような時間関係を保たなければならない。一方書込み速度の上限は，磁気テープの起動ならびに停止に要する時間及びI.R.G.の長さによって左右される。すなわち，テープの走行が完全に停止する以前にテープを再び起動するようなことがあると，I.R.G.の長さを規定値に保つことができなくなってしまう。

表7.1(c)に示したサンプリング速度の許容範囲は，上記のような考え方によって余裕をみて計算した値であって，実際にこの範囲内で安定に動作することは実験的にも確かめられている。なお書込み信号は必ずしも一定周期で送り込まれる必要はなく，ある範囲内であれば不均一な速度であっても差支えない。

バッファメモリの動作を開始する場合には，手動STARTボタンを押して $FR_1$ をセットし，その後に開始停止同期信号を入れて $FR_2$ をセットする必要がある。これは，映像信号をテープに書込むときに1フィールドの最初部分から書始めるための回路で，例えば開始停止同期信号として垂直同期信号を加えておけば，ちょうど1フィールド分の情報のみをテープに書込むことができる。

#### (b) テープを読取る場合

磁気テープを読取る場合の動作はちょうど上記の逆である。テープに書込む場合と異なる箇所を中心として図7.12のブロック図によって動作を説明する。

磁気テープから送られてくる並列6ビットの信号は2字ずつ組にして1サンプル(=1語)すなわち10ビットの並列符号に並べ換えられる。キャラクター数カウンタでは，テープレコーダーから送り込まれた字数をカウントして，これがちょうど1レコード分に達すると入力側のゲートを閉じて，縦方向のパリティチェックキャラクターがコアに読込まれるのを防いでいる。それと同時にテープの走行を停止させる。読出しが進んでコアの内容があらかじめ定められた値よりも少なくなると，残数判定回路がこれを検出して，テープを起動して次の1レコードをテープから読出す。

コアマトリックスからの読出しは，外部(録画装置)から送られてくる読出しクロックに完全に同期しておこなわれる。したがってテープレコーダーのテープ走行速度にむらがあってもテープから不均一な速度で情報が送り込まれてきても，このバッファメモリを通すことによって速度むらを完全に取り除くことができる。また逆に，不均一な速度で情報を取り出したときには，そのような時間間隔で読出しクロックを送り込めば，それに同期して情報が読出

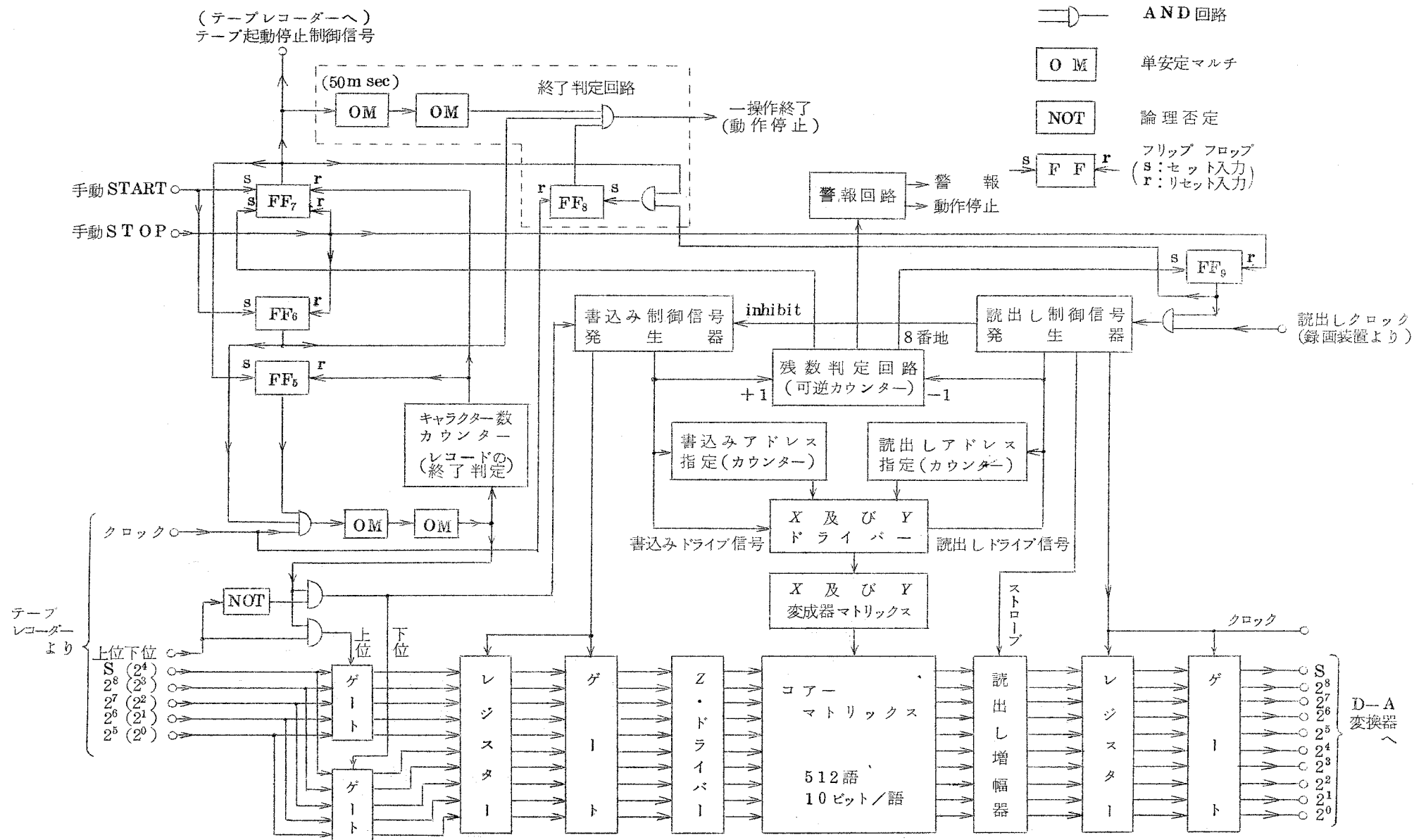


図 7.12 バッファメモリのブロック図 —— テープを読取る場合



されてくる。なお読出し指令と書込み指令とが同じ瞬間に一致したときには、前と同様に読出しを優先して、書込みは読出し操作が終るまで一時待たせるようにしている。

なお、テープから一番最初のレコードを書込む以前にコアーの読出しを開始してしまわないように、FF<sub>0</sub>の出力によって読出しクロックの入力ゲートを閉じている。このFF<sub>0</sub>は、最初のレコードの読込みを開始して残数判定回路が8番地に達したときに、すなわちコアーの内容が8語を越した瞬間にセットされて、コアーからの読出しが開始される。

テープを起動してから50 msec経過してもテープレコーダーから出力(クロック)が送られてこない場合には、テープに記録されたデータがなくなったものと判断してバッファメモリーの動作を停止する。これをおこなうのが終了判定回路である。なおテープ上の1番最初のレコードを読む場合には、クロックが現われるまでにたとえ50 msec以上経過しても動作終了とはみなさないようになっている。

動作中にコアーマトリックスに記憶された残数が零になった場合、またはコアーマトリックスの容量を越えた場合には、誤動作警報ランプを点灯して動作を停止する。

このようにバッファメモリーは、A-D変換された情報を計算機入力用磁気テープに書込んだり、計算機出力磁気テープを読取ってD-A変換器に適した形式に変換するのみならず、情報速度変換器としても使用することができる。特に情報の書込み速度や読出し速度は必ずしも均一でなくてもよく、読出しまたは書込みクロックに従って自由な速度でおこなうことができる。したがって、例えば可変速度のテープレコーダーを用いて速度変換をする場合のようにテープレコーダーの速度むらに変換された情報の速度むらとなって現われるような心配もない。また、情報の速度むらを取除く目的のためにこのバッファメモリーを使用することもできる。

## 7.8 紙テープを用いたシミュレーション

前述のように、小さい画面のシミュレーションには、計算機への情報の入出力に紙テープを用いている。この場合のシミュレーション装置の全系統を図7.13に示す。

紙テープを使用する場合には1サンプルに対して8ビットを割当て、8単位の紙テープに純2進形式でさん孔している。パリティチェックビットは付けずに、8ビット全部を使用して1サンプルの情報を1キャラクターにさん孔する。

装置全体の動作速度は、フォトリダーの読取り速度(200字/秒)に合せて200サンプル/秒

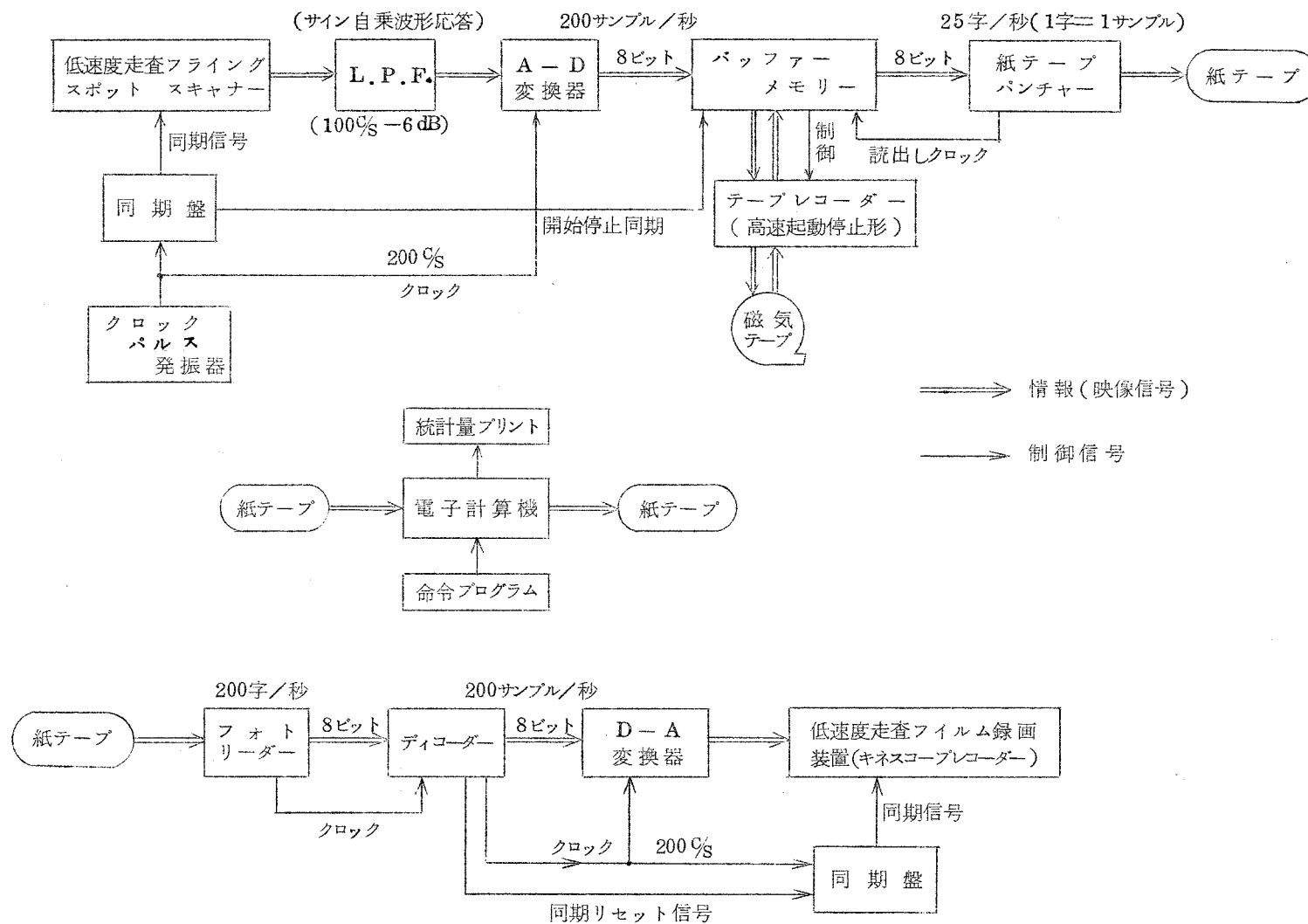


図 713 紙テープを使用したシミュレーション装置の全系統

としている。<sup>※</sup>したがって $124 \times 89$  絵素の小画面に対して、水平走査の周期が0.62秒、1フレームを走査するのに55秒を要する。録画装置の同期は、磁気テープを用いる場合とは異なって、フォトリダーから送られて来るクロックパルスをもとにして、これをカウントして作っている。

録画装置の同期をフォトリダーで読み取った映像信号に合わせるために、紙テープの最初の部分に同期合せ用コードがさん孔してある。ディコーダーはこのコードを検出して録画装置に同期盤にリセット信号を送出して、両者の同期を合せている。なお同期合せ用のコードは全ビットが1のコード(all mark)で、ディコーダーはテープを読み始めてから一番最初に現われたこのコードを同期合せ用の情報とみなすようになっている。したがってそれ以後(例えば映像信号の途中にこのコードが現われても、誤ってそれで同期盤をリセットしてしまうようなおそれはない。なお上述のように同期はフォトリダーからのクロックパルスをカウントして作られているので、一旦同期が合ってしまえば、それ以後は同期がはずれることはない。

紙テープをさん孔する場合には、A-D変換器の出力を一旦バッファメモリーを通して磁気テープに書き込んでおき、これをパンチャーの速度に合わせて低速度で読出してテープをさん孔する。パンチャーの最高動作速度は25字/秒である。パンチャーをできるだけ高速度で動作させるために、パンチャーはfree running させておいて、パンチャーから送り出されるクロックパルスに合わせてバッファメモリーから情報を読出してパンチャーに送り込んでいる。

## 7.9 計算機のプログラム

前記のシミュレーション装置を用いれば、あとは電子計算機のプログラムを書くのみで、各種の信号処理方式のシミュレーションをおこなうことができる。ここでは補間符号方式のシミュレーション用のプログラムの一例を示す。

本論文の研究に使用した電子計算機は、当初は電々公社通研のM1-Bであったが、その後はNHK技研に設置されたFACOM-231及びNHK本部に設置されたIBM-7044を使用した。命令プログラムはM1-Bに対しては機械語で、FACOM-231に対してはALGOLで書いた。7044に対しては主要部はFORTRAN-IVで書いたが、入出力関係の命令でFORTRANでは書けない部分にはCOBOLとMAPを混用した。

計算機の入出力には、M1-B及びFACOM-231に対しては紙テープを使用し、IBM-

---

※ 但し紙テープで中サイズの画像(表7.1(a))を処理するときには、7.5でも述べたように、テレビ装置の走査速度が極度に遅くなるのを防ぐために、フォトリダーで読取った情報を一旦バッファメモリーを通して磁気テープに書込み、それを再びバッファメモリーを通して高速度で読出してフィルム録画装置に加えている。

7044に対しては磁気テープを使用した。<sup>\*</sup>

一例としてFACOM-231による補間符号方式のシミュレーション用のプログラムを表72に、そのフローチャートを図714に示す。これは、入出力に紙テープを用いて、中サイズの画面に対してシミュレーションをおこなうためのプログラムである。通例はシミュレーションと同時に種々の統計量の測定をおこなっているが、記述を省略して、シミュレーションに直接関係のある箇所のみを示した。また通例は1回の演算でパラメーター等の条件を変更しながら数フレーム分のシミュレーションをおこなうのであるが、ここには1フレーム分のみを示した。

以下図714のフローチャートに従って計算機の動作を説明する。(以下の番号はフローチャートの各欄の左上に付した番号に対応する。)

- ① コンソールタイプにプログラムのタイトルをプリントする。
- ② 1フレームの画像の有効走査線数L, L走査線中の総素数N, 垂直ブランキングの本数VBLK, 及びスクラッチ用に使用する磁気テープハンドラーの機番MT値を指定する。
- ③ 入力データー(原画の信号)を紙テープから読込んで一旦磁気テープに書込む。この演算はprocedure WriteMTでおこなう。

なお、この演算に現われるReadbinary(x)という組込みの(built-in) procedureは、8単位の紙テープの1キャラクターを、テープの下側の孔から順に $2^0, 2^1, \dots, 2^7$ を表わす純2進コードと解釈して解説し、対応する整数値をxにassignする。またPUTARRAY(MT, a)という組込みのprocedureは、array aの内容を機番MTの磁気テープに書込むことを意味する。

入力データーテープは、このままシミュレーション装置にかけて画像にもどすことのできる形式でさん孔されている。したがって計算機で読取るときには、まず最初の同期リセット信号(all mark, したがってReadbinary命令で読むと255という整数値が読込まれる)を探し、次に垂直ブランキングに相当するだけ空読みしてから、有効絵素に相当する情報のみを磁気テープに書込んでいく。

計算機の中での演算は、演算速度の節約のために整数形式でおこなっているのので、演算中に切捨誤差が生じないように入力データーを16倍した状態で演算をしている。

紙テープの読込みが終ると紙テープの最後の部分にさん孔されている20キャラクターの内容をコンソールタイプに打出す。ここで打出されるデーターは1フレームの最後の絵素10個と垂直ブランキングの最初の部分10個である。したがってもしフォトリダーで読み誤りが

---

<sup>\*</sup> M1-Bの入出力は6単位の紙テープなので図78に類似の形式でテープ上の2キャラクターに1サンプルを記録していた。したがってシミュレーション装置も、このコードを解説するための回路を設けていた。しかし現在には使用していないのでこの説明は省略する。

表 7.2 補間符号方式シミュレーション用プログラムの一例

Simulation of Multi-Mode Interpolation by Fukushima

```

begin
  integer L,N,a0,x0,x1,x2,x3,x4,n,l,MT,VBLK;
  integer array a(1:368);
  procedure writeMT;
    begin integer x,l,n;
  A: Readbinary(x);
    if x≠255 then go to A;
    for n:=1 step 1 until (N*VBLK-1) do Readbinary(x);
    a0:=16*x;
    for l:=1 step 1 until L do
      begin
        for n:=1 step 1 until N do
          begin
            Readbinary(x);
            a(n):=16*x;
          end;
        PUTARRAY(MT,a);
      end;
    REWIND(MT);
    CRLF: Printstring('Last Data'); CRLF;
    for n:=N-9 step 1 until N do Printinteger(a(n)÷16);
    CRLF;
    for n:=1 step 1 until 10 do
      begin
        Readbinary(x);
        Printinteger(x);
      end;
    CRLF: CRLF;
  end of WriteMT;
  procedure Output(x);
    value x; integer x;
    begin
      x:=(x+8)÷16;
      if x<1 then x:=1;
      if x<254 then x:=254;
      Punchbinary(x);
    end of Output;
  procedure Synch;
    begin integer n;
    for n:=1 step 1 until N do Punchbinary(0);
    for n:=1 step 1 until N do Punchbinary(1);
    Punchbinary(255);
    for n:=1 step 1 until (VBLK*N-2) do Punchbinary(1);
  end of Synch;
  procedure EOF FEED;
    begin integer n;

```

```

    for n:=1 step 1 until VBLK*N do Punchbinary(1);
    for n:=1 step 1 until 2*N do Punchbinary(0);
end of EOF FEED;
integer procedure mmi(x2,x0,x4,mix);
value x2,x0,x4; integer x2,x0,x4;
integer procedure mix;
begin integer v2,w,m;
    m:=mix(x4-x0);
    w:=(x0+x4)÷2;
    v2:=2*(x2-w);
    mmi := if v2≥m then w+m else (if v2≤-m then w-m else w);
end of mmi;
integer procedure mA(u);
value u; integer u;
mA:=(iabs(u)÷4)+96;
integer procedure mB(u);
value u; integer u;
mB:=(iabs(u)÷4)+48;
START:
CRLF; Printstring('Simulation of M.M.I. by Fukushima'); CRLF;
L:=263;
N:=368;
MT:=4;
VBLK:=6;
WriteMT;
PFEED: Punchstring('M.M.I. without interlace by Fukushima');
Synch;
x0:=a0;
Output(x0);
for l:=1 step 1 until L do
    begin
        GETARRAY(MT,a);
        for n:=0 step 4 until N-4 do
            begin
                x4:=a[n+4];
                x2:=mmi(a[n+2],x0,x4,mA);
                x1:=mmi(a[n+1],x0,x2,mB);
                x3:=mmi(a[n+3],x2,x4,mB);
                Output(x1);
                Output(x2);
                Output(x3);
                Output(x4);
                x0:=x4;
            end;
        end;
    REWIND(MT);
    EOF FEED;
    Printstring('End'); CRLF;
end;

```

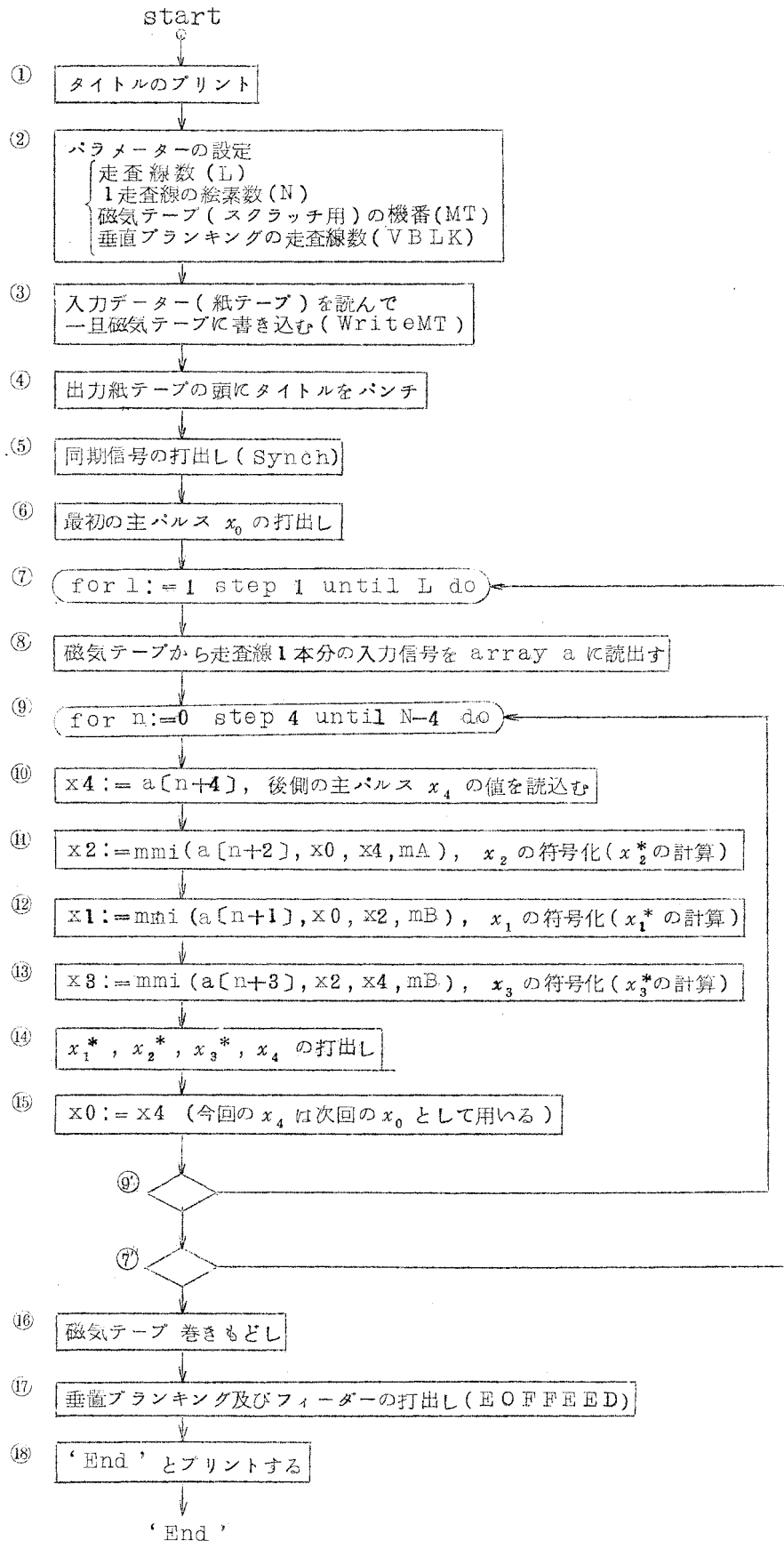


図 7.14 補間符号方式シミュレーション用プログラムのフローチャート

発生して紙テープの送り孔の数が狂ったような場合には、プリントされたこのデータを見ることによって誤りを発見できる。

④ 出力紙テープの頭にプログラムのタイトルをさん孔する。

⑤ 同期信号の打出しをおこなう。これは同期リセット信号(all mark)と垂直ブランキングを含む。なお紙テープのフィーダーとして使用するためのむだデータの打出しが最初の部分に付けてある。このprocedureの中で使用しているPunchbinary(x)という組込みのprocedureは、ちょうどReadbinaryの逆の操作をおこなってxを2進数に変換して紙テープ1キャラクターにさん孔する。

⑥ 一番最初の主パルス $x_0$ を打出す。なおこの最初の主パルスの値は磁気テープには書込んでいない。

⑦⑦ 1走査線分の演算をL回くり返すことを指定する。

⑧ 磁気テープから走査線1本分の入力信号をarray aに読出す。

⑨⑨ 2個の主パルスにはさまれた1組のパルスに対する補間符号化を、1走査線分の信号に対しておこなうためのくり返しの指定をする。なお1走査線中の絵素の数Nは4の倍数(N=368)である。

⑩ 後の主パルス $x_4$ に入力信号値をassignする。

⑪ 補間パルス $x_2$ の符号化をおこなう。受信側に於ける $x_2$ の再生値(復号値) $x_2^*$ をプログラムではx2という変数で表わしている。この演算はinteger procedure mmiでおこなっている。このprocedureのフローチャートを図7.15に示す。このprocedureは補間パルス $x_1$ 、 $x_3$ の符号化の演算(⑫、⑬)にも用いる。

⑫ 補間パルス $x_1$ の符号化をおこなう。

⑬ 補間パルス $x_3$ の符号化をおこなう。

⑭ 補間パルス $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ の受信側に於ける再生値 $x_1^*$ 、 $x_2^*$ 、 $x_3^*$ (x1, x2, x3)及び主パルス $x_4$ の打出しをおこなう。

ここで使用するprocedure Outputでは、計算機の中で使用されていた変数値を $1/16$ してさん孔する。(⑧参照) ここでさん孔すべき値が1以下または254以上になった場合にはそれぞれ1または254というレベルをさん孔するようにしている。

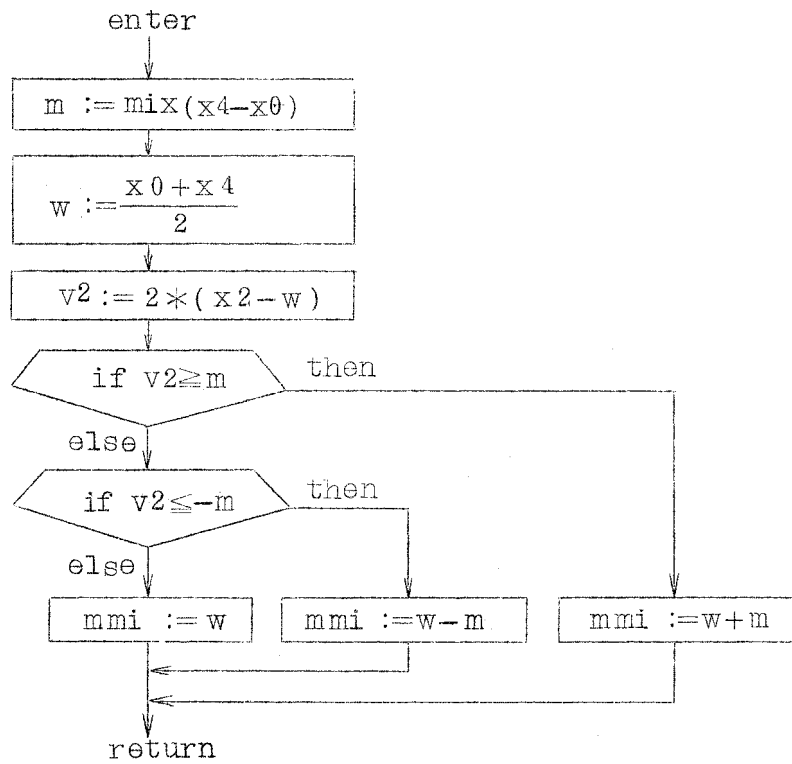
⑮ 後の主パルス $x_4$ を、次のグループでは前の主パルスとして使用するために、 $x_4$ の値を $x_0$ にassignする。

⑯ 入力データを書込んである磁気テープ(スクラッチ用)を巻もどす。

⑰ 垂直ブランキング及びフィーダー(データが終了してもすぐに紙テープが切れないようにするためのリーダーとして使用する)を打出す。

⑱ コンソールタイプに'End'とプリントして、オペレーターに演算が終了したことを知らせる。





例えば 補間パルス  $x_2$  ( $x_2$ ) の符号化した値 ( $x_2^*$ ) を  $x_2$  に assign するためには  
 $x_2 := mmi(x_2, x_0, x_4, mix)$   
 と記す。mix は mix level を与える関数 ( $m_A$  又は  $m_B$ ) である。

図 7.15 補間パルスの受信側に於ける再生値  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $x_3^*$  を  
 計算する procedure (mmi) のフローチャート

## 7.10 本章のとりまとめ

- (1) 計算機シミュレーションの利点と欠点とを検討し、帯域圧縮の研究に対する有力な実験手段であることを示した。
- (2) 画像シミュレーション装置を完成し、これによって補間符号方式をはじめその他一般の画像処理方式の計算機シミュレーションを可能にした。このシミュレーション装置は計算機の入出力に磁気テープ及び紙テープの両者を使用し得る。
- (3) シミュレーション装置の一部として開発したバッファーマモリーは「無定位式」という新しい方式を採用して経済的に設計されている。またバッファーマモリーはシミュレーション装置とは独立に使用することも可能で、情報速度変換装置として広い応用範囲を持っている。
- (4) 補間符号方式のシミュレーションのための計算機のプログラムの一例を示した。

## 第8章 シミュレーションに使用した画像の性質 (6-1)(6-2)

### 8.1 概 要

次章以下では、補間符号方式の計算機によるシミュレーション実験の結果について論ずるが、この実験に用いた映像信号（原画）の統計的性質を知っておくことは、実験結果を検討する場合に有利である。

本章では、シミュレーション実験に於て最も頻繁に使用した画像の統計的性質について論ずる。この画像は小サイズのもので、被写体は女性の顔である。本章のデーターは計算機を用いて統計をとったものである。

8.2では、走査や量子化に関する規格をまとめて示しておく。8.3ではレベル分布の測定結果について、8.4では二次元自己相関関数の測定結果について述べる。8.5では、自己相関関数の測定結果を用いて、原画の線形冗長度を計算する。8.6で述べる $u-v$ 分布は、補間符号方式に於ける mix level の最適値を推定するとき有力な資料となるものであって、このデーターは次章で利用する。

なお本章で示したデーターはすべて、1フレームの有効絵素に対して測定したものであって、ブランキング信号は含まれていない。

### 8.2 映像信号の規格

本章で論ずる統計は、次章以下のシミュレーション実験に於て最も頻繁に使用した画像に対するものである。被写体は女性の顔で、背景には縦横に白線（壁のタイルのつぎ目）が写っている（図9.1写真①参照）。画面サイズは表7.1の小画面で、有効絵素数は1フレーム当り116（横）×85（縦）である。したがって走査線数は標準方式の画面（ブランキングを含めて525本）の $\frac{1}{6} \sim \frac{1}{8}$ である。シミュレーションの結果を評価するときには、画面の大きさが標準方式の約 $\frac{1}{6}$ （面積で $\frac{1}{25}$ ）であることを念頭に置かなければならない。標準方式のテレビ画面の観測距離は画面高さの4倍が適当といわれているので、このシミュレーション結果の写真の適視距離は画面高さのほぼ20倍（60cm）である。

信号レベルは、1サンプル（絵素）当り8ビットに量子化されているので、再生画面を視覚に

よって観測する場合には量子化効果は認められず<sup>\*</sup>、アナログ信号と同等に扱うことができる。

信号レベルの値は、本論文のシミュレーション実験に関する記述に於ては多くの場合、8ビット量子化の最小ビットを単位として表現している。しかし、次節で述べるように、入力信号のレベル分布は8ビットの全範囲(0から $255=2^8-1$ まで)には分布しておらず、振幅(ブランキング信号を除くp-p値)はほぼ190である。したがって8ビット量子化による最小ビットの大きさはp-p値のほぼ $\frac{1}{190}$ に相当している。

### 8.3 レベル分布

原画のレベル分布を図8.1に示す。この映像信号は信号源としてネガフィルムを用いているので、輝度が明るいほど信号レベルは小さくなっている。

この分布によって信号のp-p値 $A$ はほぼ

$$A = 190 \quad (8.3.1)$$

であることがわかる。

### 8.4 自己相関関数

原画の $n$ 番目の走査線上の $m$ 番目のサンプル(絵素)の信号レベルを $x_{m,n}$  ( $1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N$ )とすると、平均値 $d$ 、および二次元自己相関関数 $r_{\mu,\nu}$ は次式によって測定できる。

$$d = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N x_{m,n} \quad (8.4.1)$$

$$\begin{aligned} r_{0,0} &= \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (x_{m,n} - d)^2 \\ &= \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N x_{m,n}^2 - d^2 \end{aligned} \quad (8.4.2)$$

$$r_{\mu,\nu} = r_{0,0} - \frac{1}{2(M-|\mu|)(N-|\nu|)} \sum_m \sum_n (x_{m+\mu, n+\nu} - x_{m,n})^2 \quad (8.4.3)$$

ただし、式(8.4.3)の総和記号は

---

\* 2.3.1で述べたように、6ビット以上に細かく量子化すれば、量子化による画質劣化は認められない。

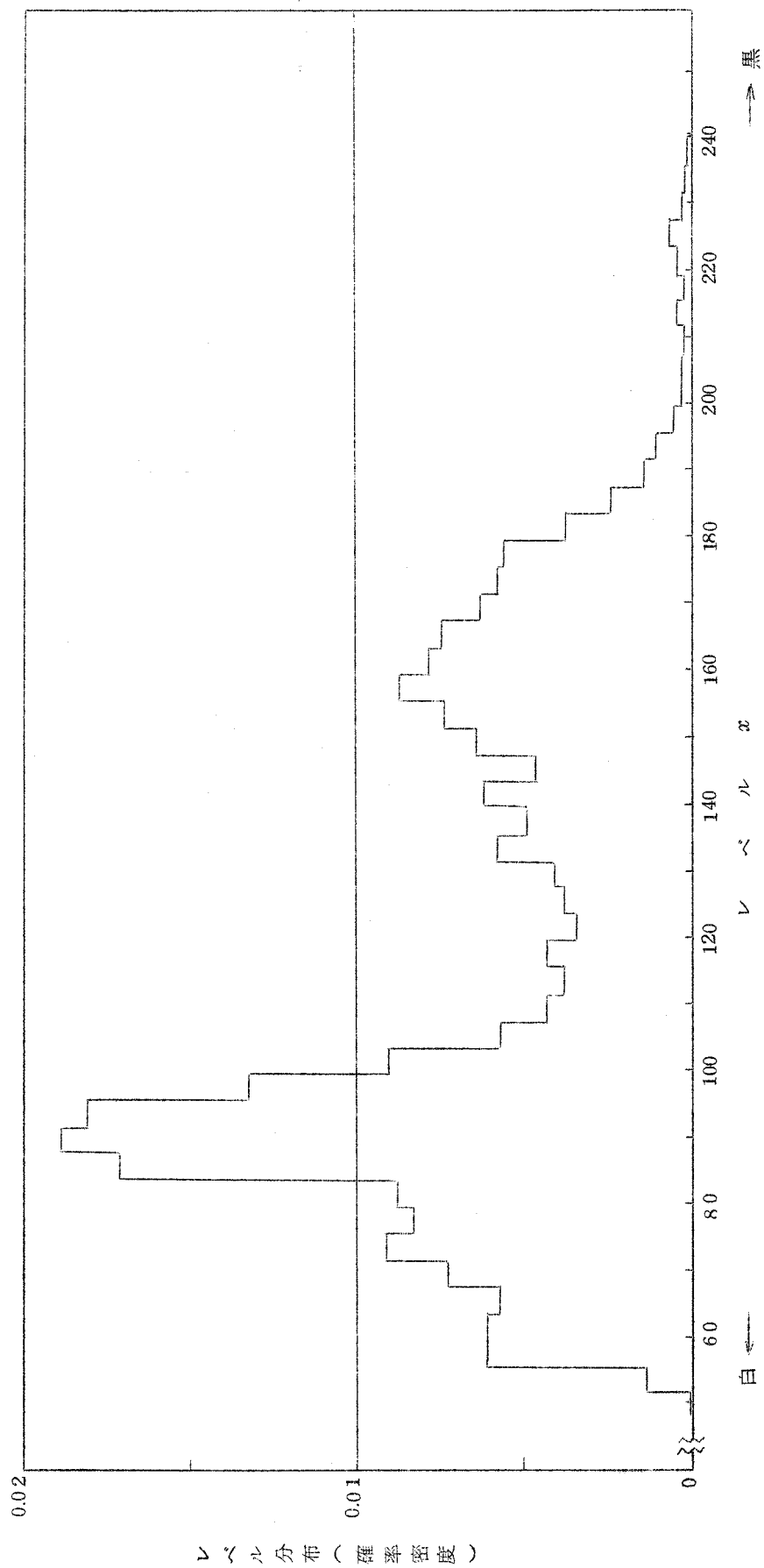


図 8.1 入力信号のレベル分布 (ブランキングは除く)

$$\left. \begin{aligned} \max \{1, 1-\mu\} \leq m \leq \min \{M, M-\mu\} \\ \max \{1, 1-\nu\} \leq n \leq \min \{N, N-\nu\} \end{aligned} \right\} \quad (8.4.4)$$

を満足する  $m, n$  についての総和を意味する。

まず、式 (8.4.3) で自己相関関数が計算できることを示しておく。一般に、二次元弱定常確率過程  $x_{m,n}$  に対して、 $E$  を期待値を求める演算とすると、次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} & E \{ (x_{m+\mu, n+\nu} - x_{m,n})^2 \} \\ &= E \{ [ (x_{m+\mu, n+\nu} - d) - (x_{m,n} - d) ]^2 \} \\ &= E \{ (x_{m+\mu, n+\nu} - d)^2 \} + E \{ (x_{m,n} - d)^2 \} \\ &\quad - 2 E \{ (x_{m+\mu, n+\nu} - d) (x_{m,n} - d) \} \end{aligned} \quad (8.4.5)$$

ところで、

$$d = E \{ x_{m,n} \} \quad (8.4.6)$$

$$r_{0,0} = E \{ (x_{m,n} - d)^2 \} = E \{ (x_{m+\mu, n+\nu} - d)^2 \} \quad (8.4.7)$$

$$r_{\mu,\nu} = E \{ (x_{m+\mu, n+\nu} - d) (x_{m,n} - d) \} \quad (8.4.8)$$

であるから、これらの関係を式 (8.4.5) に代入して、式を変形すると、

$$r_{\mu,\nu} = r_{0,0} - \frac{1}{2} E \{ (x_{m+\mu, n+\nu} - x_{m,n})^2 \} \quad (8.4.9)$$

を得る。上式で  $E$  は期待値を表わすが、測定データーによってこの値を推定するために、 $m, n$  に関する平均操作によって置きかえると式 (8.4.3) を得る。

なお、データーの数が有限個 (すなわち  $MN$  個) であるので、自己相関関数の測定に当っては端の部分 (画面の周辺部) のデーターの処理法が問題となり、この処理法の違いによって式 (8.4.3) 以外の種々の計算式が考えられるが、特にこの式を選んだのは次のような理由による。

- i) テレビ信号では、音声信号などと違って、平均値 (直流分) は絶対的な意味を持つものではない。したがって  $x_{m,n}$  の値の測定に当って電圧の原点を移動しても (すなわち  $x_{m,n}$  の代りに例えば  $x_{m,n} + d'$  を代入しても)、最終結果は影響を受けないような計算式を用いることが望ましい。\*

---

\* 仮に、 $r_{\mu,\nu}$  の測定式として

$$\begin{aligned} r_{\mu,\nu} &= \frac{1}{(M-|\mu|)(N-|\nu|)} \sum_m \sum_n x_{m+\mu, n+\nu} x_{m,n} - d^2 \\ d &= \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N x_{m,n} \end{aligned}$$

のような式を採用したとすると、 $r_{\mu,\nu}$  の計算値は  $x_{m,n}$  の原点の移動の影響を受ける。

ii) ここでは  $\mu, \nu$  のあまり大きな値に対する測定はおこなわないので、規準化された自己相関関数  $r_{\mu, \nu} / r_{0,0}$  は 1 に近い値である。したがって、自己相関関数の測定に於ては  $1 - (r_{\mu, \nu} / r_{0,0})$  の変化が問題となる。式 (8.4.3) はちょうど  $(r_{0,0} - r_{\mu, \nu})$  そのものを直接推定する形式になっているので、誤差の影響を受けにくい。

iii) 計算機のプログラミングが簡単である。

仮に  $r_{\mu, \nu}$  の測定式として

$$r_{\mu, \nu} = \frac{1}{(M - |\mu|)(N - |\nu|)} \sum_m \sum_n (x_{m+\mu, n+\nu} - d)(x_{m, n} - d)$$

を用いた場合を考えてみる。このままの形で総和をとると、計算機の桁数の制限のために  $d$  の直の下桁の切捨て誤差が生ずる。また、 $d$  の値の測定が終了した後でなければこの式の計算にかかれませんが、計算機の記憶容量の制限のために 1 フレームのデーターを同時に読込むことはできないので、測定を 2 回に別けておこなわなければならない。また一方、この式を変形して

$$r_{\mu, \nu} = \frac{1}{(M - |\mu|)(N - |\nu|)} \left\{ \sum_m \sum_n x_{m+\mu, n+\nu} x_{m, n} - d \sum_m \sum_n x_{m+\mu, n+\nu} - d \sum_m \sum_n x_{m, n} \right\} + d^2$$

の形で計算をおこなうことにすると、一組の  $(\mu, \nu)$  に対して 3 種の総和を計算しなければならなくなり、計算機のプログラムは式 (8.4.3) よりも複雑になる。

原画に対する測定結果は

$$d = 115.8 \quad (8.4.10)$$

$$r_{0,0} = 1536 = 39.20^2 \quad (8.4.11)$$

であり、規準化された自己相関関数  $r_{\mu, \nu} / r_{0,0}$  の値は表 8.1 に示す。

表 8.1 原画の自己相関関数  $r_{\mu, \nu} / r_{0,0}$

| $\nu \backslash \mu$ | -3     | -2     | -1     | 0      | 1      | 2      | 3      | 4      |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0                    |        |        |        | 1      | 0.9770 | 0.9337 | 0.8872 | 0.8383 |
| 1                    | 0.8646 | 0.9060 | 0.9408 | 0.9559 | 0.9387 | 0.9038 | 0.8629 |        |
| 2                    | 0.8333 | 0.8666 | 0.8923 | 0.9016 | 0.8853 | 0.8560 | 0.8210 |        |

## 8.5 冗長度

自己相関関数の測定結果を用いて原画の線形冗長度を計算する。線形冗長度とは、第 4 章で論じたように、線形予測回路による予測符号化によって除き得る冗長度であって、信号の統計的性質のみに基づいた帯域圧縮（視覚心理を利用せず、受信側では送信側と同一波形の信号を再生する方式の帯域圧縮）の一つの理論的限界を示すものである。

ここでは、冗長度を推定するメジャーとなる 2 つの量  $R_0$  と  $R_p$  の値を、二次元と一次元の線形予測に対して計算する。これらの量は第 4 章で定義したものである。

式 (4.2.4) で定義される  $R_0$ ，すなわち

$$R_0 = \frac{1}{2} \log_2 \frac{A^2}{2\pi e E \{ (x_{m,n} - x_{m,n}^*)^2 \}} \quad (\text{ビット/絵素}) \quad (8.5.1)$$

は、最適線形予測の誤差  $(x_{m,n} - x_{m,n}^*)$  のレベル分布が正規分布に従う場合には厳密な意味で線形冗長度を示すが、その他の場合には冗長度の一つの下限を示す量となる。なおここに  $x_{m,n}^*$  は  $x_{m,n}$  の予測値を、 $A$  は原信号  $x_{m,n}$  の振幅 (p-p 値) を表わす。

一方、式 (4.2.5) で定義される  $R_p$ ，すなわち

$$R_p = \frac{1}{2} \log_2 \frac{E \{ (x_{m,n} - d)^2 \}}{E \{ (x_{m,n} - x_{m,n}^*)^2 \}} \quad (\text{ビット/絵素})^* \quad (8.5.2)$$

は線形予測による電力の減少率を示すもので、原信号及び予測誤差信号のレベル分布がいずれも正規分布の場合には線形冗長度のうちで予測可能な部分を表わすことになる。(4.2 参照、なお 4.3 で計算しているのはこの  $R_p$  である。)

本章では  $R_0$  と  $R_p$  を区別する名称は用いず、両者とも単に線形冗長度と呼ぶことにして、特に区別する必要のあるときには記号  $R_0$  と  $R_p$  とを記す。

#### (a) 二次元冗長度

線形予測として、 $x_{m,n}$  を  $x_{m-1,n}, x_{m-2,n}, x_{m-1,n-1}, x_{m,n-1}, x_{m+1,n-1}, x_{m,n-2}$  に基づいて予測する最適線形予測を考える。(図 8.2(a)) その予測誤差電力  $\varepsilon_{II} = E \{ (x_{m,n} - x_{m,n}^*)^2 \}$  を、自己相関関数  $r_{\mu,\nu}/r_{0,0}$  の測定値 (表 8.1) を用いて式 (4.3.48) によって計算すると、

$$\frac{\varepsilon_{II}}{r_{0,0}} = 0.01920 \quad (8.5.3)$$

となる。予測に利用する信号の範囲を更に拡げて完全な二次元最適線形予測〔第 3 章参照〕をおこなっても、予測誤差電力  $E \{ (x_{m,n} - x_{m,n}^*)^2 \}$  はこれ以上ほとんど減少しないことが、4.3.3 の計算結果から推定される。

したがってこの  $\varepsilon_{II}$  は、二次元最適線形予測の誤差 (飛越走査をおこなわない場合) の精度の高い近似値を示していると考えることができる。

したがって、この値を式 (8.5.2) に代入して二次元線形冗長度  $R_p$  を求めると、

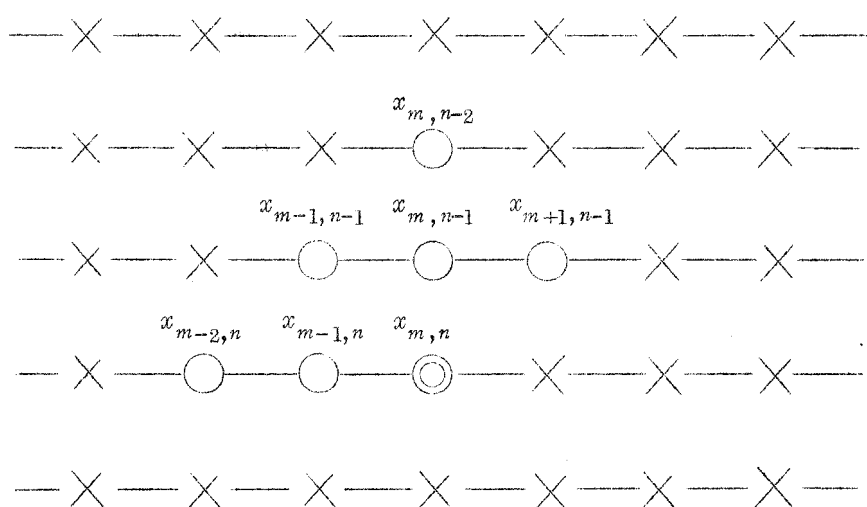
$$R_{pII} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{r_{0,0}}{\varepsilon_{II}} = 2.9 \quad \text{ビット/絵素} \quad (8.5.4)$$

となる。一方  $R_0 - R_p$  の値を測定データー〔式 (8.3.1) と式 (8.4.11)〕から計算すると

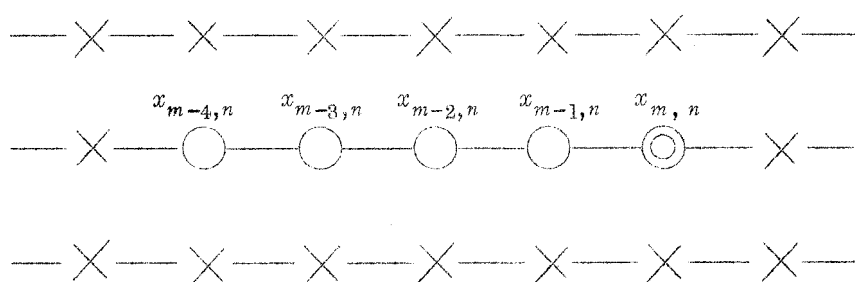
---

\* 第 4 章では  $x_{m,n}$  の平均値は 0 と仮定して論じたが、本章では  $E \{ x_{m,n} \} = d$  の場合について論じているので、式 (8.5.2) 等では直流分の補正をしてある。





(a) 6 個の絵素による二次元予測



(b) 4 個の絵素による一次元予測

図 8.2 一次元及び二次元予測の有限個の絵素による近似

$$R_{0\text{II}} - R_{p\text{II}} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{A^2}{2\pi e r_{0,0}} = 0.2 \quad \text{ビット/絵素} \quad (8.5.5)$$

したがってまた，二次元の  $R_0$  は

$$R_{0\text{II}} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{A^2}{2\pi e \epsilon_{\text{II}}} = 3.1 \quad \text{ビット/絵素} \quad (8.5.6)$$

である。

#### (b) 一次元冗長度

同様に， $x_{m-1,n}$ ， $x_{m-2,n}$ ， $x_{m-3,n}$ ， $x_{m-4,n}$  による  $x_{m,n}$  の最適線形予測〔図 8.2.(b)〕の誤差  $\epsilon_I = E\{(x_{m,n} - x_{m,n}^*)^2\}$  を求めると

$$\frac{\epsilon_I}{r_{0,0}} = 0.03479 \quad (8.5.7)$$

である。これを一次元最適線形予測の誤差とみなして一次元線形冗長度  $R_p$  と  $R_0$  を計算すると、

$$R_{pI} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{r_{0,0}}{\varepsilon_I} = 2.4 \quad \text{ビット/絵素} \quad (8.58)$$

$$R_{0I} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{A^2}{2\pi e \varepsilon_I} = 2.7 \quad \text{ビット/絵素} \quad (8.59)$$

を得る。

## 8.6 $u-v$ 分布

入力信号レベルを  $x_m$  ( $m$ : 整数) としたとき、次式で定義される変数の組

$$\left. \begin{aligned} w_m &= x_{m+2} - x_{m-2} \\ v_m &= x_m - \frac{x_{m-2} + x_{m+2}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (8.61)$$

および

$$\left. \begin{aligned} w'_m &= x_{m+1} - x_{m-1} \\ v'_m &= x_m - \frac{x_{m-1} + x_{m+1}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (8.62)$$

の頻度分布を調べる。

このデーターは、次章で述べるように、補間符号方式の mix level の最適値を決定するとき利用される。

$u$  (以下サフィックス  $m$  は省略する)\* は、補間符号方式に於て相隣り合った主パルスのレベル差に相当し、 $v$  は中央の補間パルスのレベルから前後の主パルスの平均レベルを引いた差に対応する。[図 6.2.(b) 参照] 一方  $w'$ ,  $v'$  は主パルス間隔を 2 絵素周期にした場合の  $u$ ,  $v$  に対応する。

この  $(u, v)$  の二次元分布 (頻度分布) に対して、 $|u|$  の値をパラメーターにして  $v$  の標準偏差  $\sigma_A(|u|)$  を測定した結果を図 8.3 に示す。なおこの図は  $|u|$  のレベル分布 (頻度分布)  $f_A(|u|)$  もあわせて記入してある。なおこの測定はブランクを除外全絵素 (1 フレーム) に対しておこなったものである。

\* 本章で用いる記号  $u$ ,  $v$  又は  $u'$ ,  $v'$  は、式 (8.6.1) ~ (8.6.2) で定義される変数を意味し、そのサフィックス  $m$  の記載を省略したものであって、第 3 章及び第 4 章で用いた周波数を表わす変数  $u$ ,  $v$  とは無関係である。

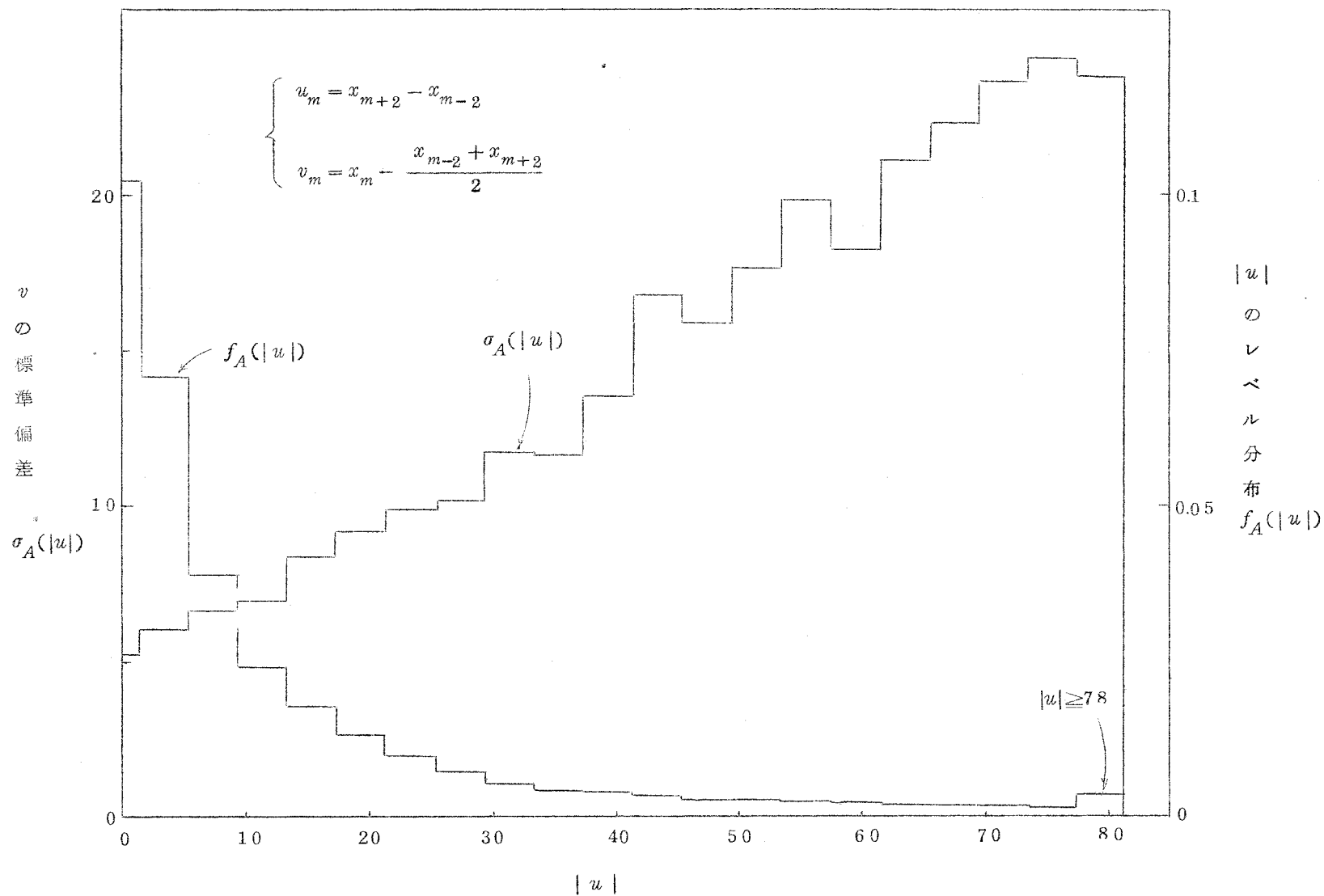


図 8.3  $|u|$  をパラメーターとして  $v$  の標準偏差  $\sigma_A(|u|)$  と,  $|u|$  のレベル分布 (確率密度)  $f_A(|u|)$

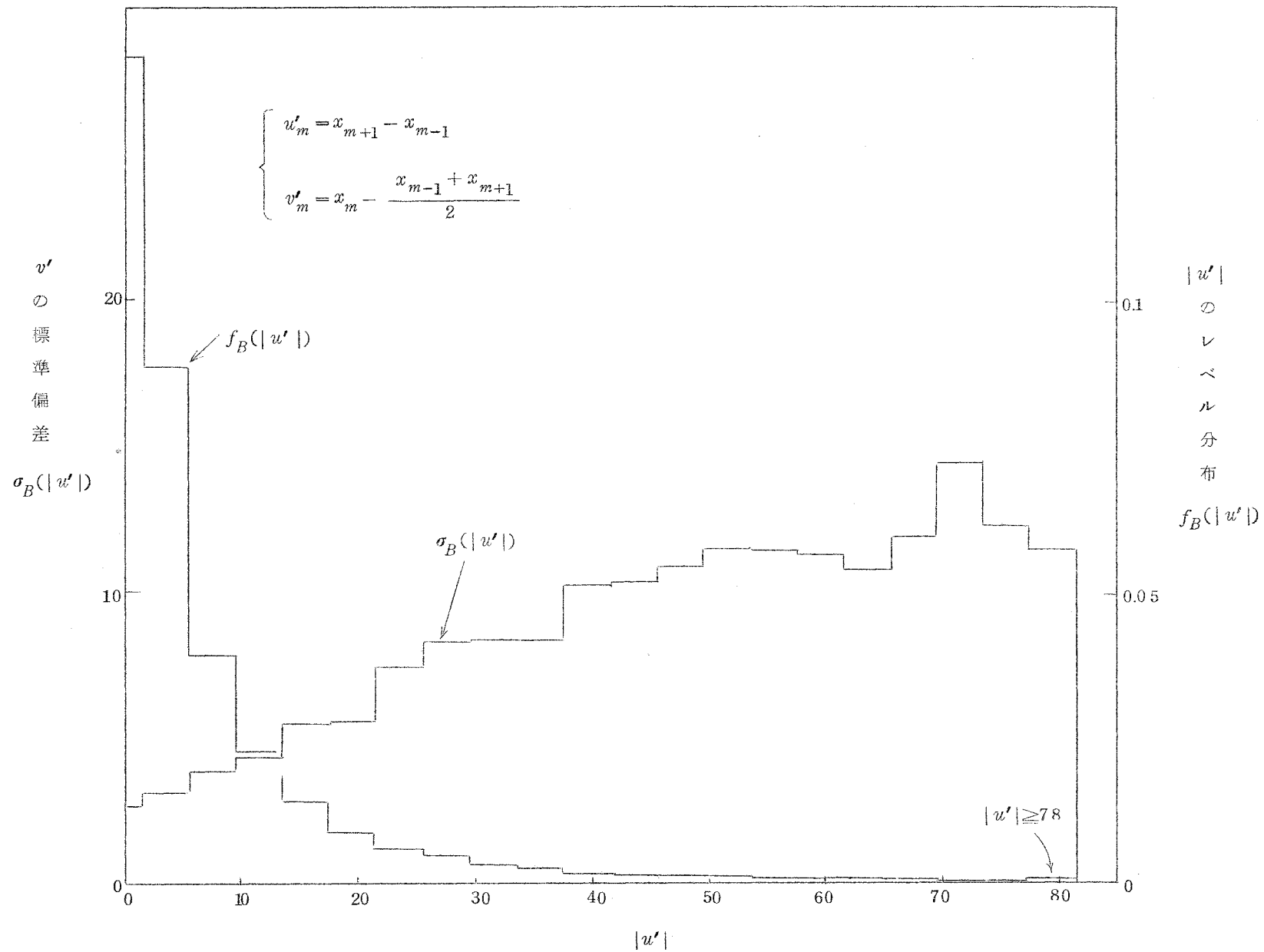


図 8 4  $|u'|$  パラメーターにして  $v'$  の標準偏差  $\sigma_B(|u'|)$  と,  $|u'|$  のレベル分布 (確率密度)  $f_B(|u'|)$

同様に、 $|u'|$  の値をパラメータにして  $v'$  の標準偏差  $\sigma_B(|u'|)$  を測定した結果、および  $|u'|$  のレベル分布  $f_B(|u'|)$  を図 8.4 に示す。

これらのグラフに見られるように、 $v$  の分布と  $u$  の値の間には強い相関関係が存在する。

また、 $v$  の標準偏差 ( $v$  の周辺分布の標準偏差、すなわち  $u$  の値に無関係に測定した  $v$  の標準偏差)  $\sigma_A$  は\*

$$\sigma_A = 9.05 \quad (8.63)$$

であり、 $v'$  の標準偏差  $\sigma_B$  は

$$\sigma_B = 4.48 \quad (8.64)$$

であった。

## 8.7 本章のとりまとめ

- (1) シミュレーション実験の入力信号として最も頻繁に用いた小サイズの画像 (女性の顔) の統計量を測定した。その結果、以下の (3)~(6) の点が明らかになった。
- (2) 映像信号の規格並びに観測条件を示した。
- (3) 信号のレベル分布を測定した。
- (4) 二次元自己相関関数を測定した。例えば、横方向に相隣り合った絵素間の相関は 0.977 である。
- (5) 二次元自己相関関数の測定結果を用いて、二次元線形冗長度と一次元線形冗長度を計算した。その値は、それぞれ  $R_{0II} = 3.1$  ビット/絵素、 $R_{0I} = 2.7$  ビット/絵素 である。
- (6)  $u-v$  分布及び  $u'-v'$  分布 [式 (8.6.1) 及び (8.6.2) で定義される量] を測定し、 $v$  (又は  $v'$ ) の標準偏差と  $|u|$  (又は  $|u'|$ ) の間には強い相関のあることを見出した。

---

\*  $\sigma_A$  は次式で定義される量である。

$$\sigma_A^2 = \int_0^\infty f_A(|u|) \sigma_A^2(|u|) d|u|$$

## 第9章 Mix Level と画質<sup>(6-1), (6-2)</sup>

### 9.1 概 要

補間符号方式の受信側での再生画の画質は、mix level の選び方によって大幅に変化する。本章では mix level と画質の関係をシミュレーションによって得られた写真に基づいて論じ、最適の mix level を与える関数を求める過程を系統的に示す。

なお、本章の実験結果の写真を図 9.1 に、またこれらの写真に対するデーターを表 9.1 に、

表 9.1 補間符号方式の統計量

| Mix Level                       |                                 | 量子化ノイズ<br>$\sqrt{\varepsilon}$ (1絵素平均) | 情 報 量<br>(ビット/絵素) | 写 真<br>番 号 |
|---------------------------------|---------------------------------|--|-------------------|------------|
| $m_A(u)$                        | $m_B(u)$                        |  |                   |            |
| 9                               | 5                               | 4.56                                   | 2.7               | ④          |
| 10                              | 10                              | 4.01                                   | 〃                 |            |
| 11                              | 5                               | 4.31                                   | 〃                 |            |
| 11                              | 8                               | 4.00                                   | 〃                 |            |
| 15                              | 8                               | 3.71                                   | 〃                 | ⑤          |
| 15                              | 15                              | 3.67                                   | 〃                 |            |
| 20                              | 10                              | 3.52                                   | 〃                 | ⑥          |
| 25                              | 13                              | 3.59                                   | 〃                 |            |
| $ u /2$                         | $ u /2$                         | 4.03                                   | 〃                 | ⑦          |
| $\max\{\frac{ u }{2}, 5\}$      | $\max\{\frac{ u }{2}, 3\}$      | 3.48                                   | 〃                 | ⑧          |
| $\max\{\frac{ u }{2}, 10\}$     | $\max\{\frac{ u }{2}, 5\}$      | 3.29                                   | 〃                 |            |
| $6 + \frac{ u }{4}$             | $3 + \frac{ u }{4}$             | 3.02                                   | 〃                 | ⑨          |
| $\max\{6 + \frac{ u }{4}, 10\}$ | $\max\{3 + \frac{ u }{4}, 5\}$  | 2.97                                   | 〃                 | ⑩          |
| $\max\{6 + \frac{ u }{4}, 10\}$ | $\max\{3 + \frac{ u }{4}, 8\}$  | 3.02                                   | 〃                 |            |
| $\max\{6 + \frac{ u }{4}, 10\}$ | $\max\{3 + \frac{ u }{4}, 10\}$ | 3.08                                   | 〃                 |            |
| $\max\{6 + \frac{ u }{4}, 15\}$ | $\max\{3 + \frac{ u }{4}, 8\}$  | 3.08                                   | 〃                 |            |
| 原 画                             |                                 | —                                      | 6.0               | ①          |
| 2 絵素周期直線内挿 (一次元)                |                                 | 3.91                                   | 3.0               | ②          |
| 4 絵素周期直線内挿 (一次元)                |                                 | 7.61                                   | 1.5               | ③          |

(注) 入力信号の振幅は 190 p-p



① 原 画



② 2 絵素周期直線内挿



③ 4 絵素周期直線内挿



④  $m_A = 11$   
 $m_B = 5$



⑤  $m_A = 15$   
 $m_B = 8$



⑥  $m_A = 20$   
 $m_B = 10$



⑦  $m_A = \frac{|u|}{2}$   
 $m_B = \frac{|u|}{2}$



⑧  $m_A = \max \left\{ \frac{|u|}{2}, 10 \right\}$   
 $m_B = \max \left\{ \frac{|u|}{2}, 5 \right\}$



⑨  $m_A = 6 + \frac{|u|}{4}$   
 $m_B = 3 + \frac{|u|}{4}$



⑩  $m_A = \max \left\{ 6 + \frac{|u|}{4}, 10 \right\}$   
 $m_B = \max \left\{ 3 + \frac{|u|}{4}, 5 \right\}$



⑪  $m_A = \max \left\{ 6 + \frac{|u|}{4}, 15 \right\}$   
 $m_B = \max \left\{ 3 + \frac{|u|}{4}, 8 \right\}$

図 9.1 補間符号方式のシミュレーション  
(一次元補間符号方式)

再生波形の一例を 9.6 [図 9.3 (a)~(j)] にまとめて示す。

本章では映像信号のレベルは特にことわらない限り，映像信号の振幅 (  $p-p$  値 ) の  $1/190$  を単位にして表現している ( 前章 8.2 参照 )

## 9.2 比較の基準

原画すなわち入力信号を写真① [図 9.1] に示す。原画の各種の性質や，標準方式のテレビ画面との関係は前章で述べた通りである。

写真②は，主パルスを 2 絵素周期 ( 1 絵素おき ) にとり，補間パルスに対する情報は伝送せず，受信側において単に前後のパルスの平均値で内挿した場合の再生画である。この画像の情報量は原画のちょうど  $1/2$  であって，ここで論じている補間符号方式とほぼ同じ情報量をもっているので，比較の基準として挙げた。すなわちこの画像は，一種の低域濾波器的な操作によって帯域幅を半分に減少したものと考えることができる。

写真③は，4 絵素周期の主パルスだけを伝送して，その間にはさまれる補間パルスは前後の主パルスの値から直線内挿 ( 折線近似 ) によって再生したものである。したがって，補間符号方式の再生画はすべて，この画像に補正信号として mix level を混合することによって作られているのである。換言すれば，写真③は補間パルスに関する情報 ( 補間符号 ) を全く伝送しなかった場合，あるいは mix level を零 [  $m_A(u) = m_B(u) = 0$  ] にした場合の再生画である。

なお本章の実験では主パルスに対する量子化操作は省略した。しかし次章に示す如く，主パルスを 6 ビットに量子化しても画質には全く影響を与えないことが実験的に確かめられている。表 9.1 に示した情報量は，主パルスを 6 ビットに量子化した場合の値である。

## 9.3 Mix Level を定数とした場合

写真④は mix level を

$$m_A = 11, \quad m_B = 5 \quad (9.3.1)$$

に選んだ場合の再生画である。この写真ではコントラストの強い輪郭部分 ( 例えば頭髮と背景との境界部 ) がなまっていて，全体としてぼけた感じを受ける。

mix level を少し増加して

$$m_A = 15, \quad m_B = 8 \quad (9.3.2)$$



とすると、写真⑤のように、尖鋭な箇所とぼけた箇所との入り混ったような不自然な画像になる。またこの写真では眉間に白線が現われているが、この現象は入力波形がゆるやかな円弧を描くように変化している箇所が量子化誤差のために振動的な波形として再生されるために生ずる。

mix level を更に増加して

$$m_A = 20, \quad m_B = 10 \quad (9.3.3)$$

とすると写真⑥のように、コントラストのあまり強くない輪郭部分が強調されすぎて、その左右にリングング的な過渡応答が現われる。また、縦の細い線（例えば背景の縦の白線）がところどころ消えているが、これは mix level が大きすぎるために補間パルスが前後の主パルスの平均レベルに量子化されてしまうからである。一方写真⑤で眉間に現われていた白線は、この写真⑥ではあまり目立たない。これも、mix level が非常に大きいため、入力波形のゆるやかな変化は無視されて、補間パルスは単に前後の主パルスを直線で結んだ値に量子化されてしまうからである。

写真⑤や⑥の画質劣化のもう一つの原因は、入力信号に含まれているノイズなどによるわずかなレベル差が量子化されるために、原画においてはほとんどレベル差の存在しない相隣る走査線間にも、不規則なレベル差が生ずることである。この現象は背景の縦の白線の付近に認められる。

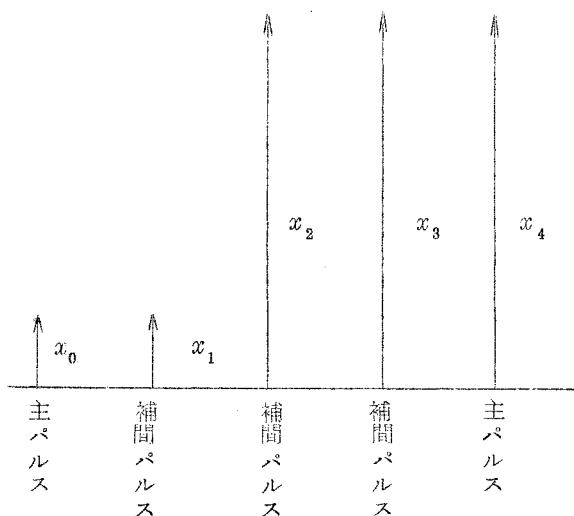
#### 9.4 階段波形に対する応答

上述のように、mix level を定数とすると、画面のすべての部分に対して適当な mix level を選ぶことは困難である。たとえば入力信号が階段波形（unit step 形の波形）の場合、レベル変化の大きい階段波形に適するように mix level を定めておくとレベル変化の小さい部分では波形の立上りが強調されすぎるし、レベル変化の小さい部分に適するように mix level を定めておくとレベル変化の大きい部分では波形がなまってしまう。この欠点を除くため、unit step 形の入力信号に対して忠実な応答をするように mix level を

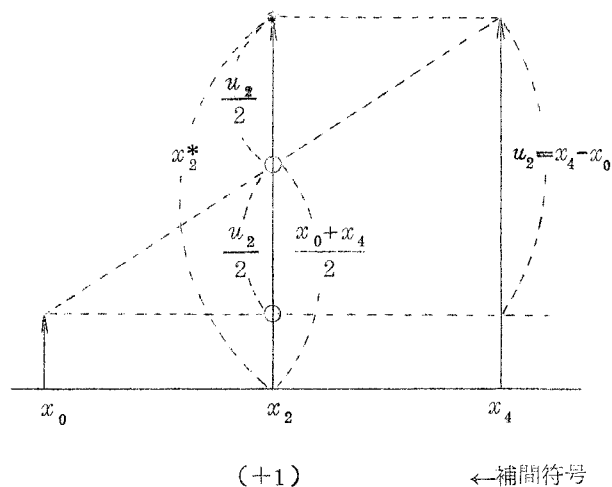
$$m_A(u) = m_B(u) = \frac{|u|}{2} \quad (9.4.1)$$

に選んでみた。このようにすると補間パルスは、前後の主パルスの平均値、または前後の主パルスのうちの大きい方、または前後の主パルスのレベルのうちの小さい方に量子化されることになり、図 9.2 のように unit step 形の入力波形は受信側においても忠実に再生される。

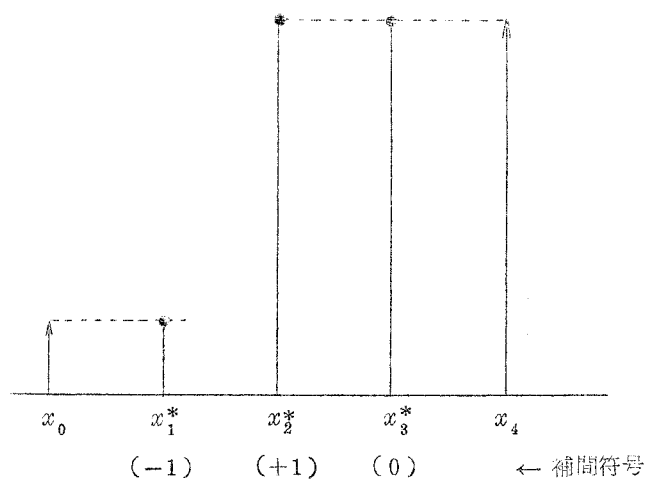
この場合の再生画を写真⑦に示す。mix level をこのように選ぶと、 $|u|$  の小さい場合、



(a) 入力信号



(b) 補間符号  $x_2$  の量子化



(c) 受信側に於ける再生信号

図 9.2 Unit step形入力波形に対する補間符号方式の再生波形,  $m_A(u) = m_B(u) = \frac{|u|}{2}$  の場合

すなわち主パルスのレベル差の小さい場合にはmix levelも小さくなり、いずれのレベルに量子化されても再生波形はあまり変化しない。したがって補間符号として送られる情報は、受信側においてはほとんど役に立たないことになってしまう。写真⑦において背景の縦の白線がところどころ消えているのはこのためである。これは主パルスがちょうど白線をまたぐ位置にきたときに起るのであって、主パルスが白線上にきたときにはこのような現象は起っていない。

この欠点を除くためには、 $|u|$ が小さくなくてもmix levelはある程度以下には減少しないように補正すればよい。

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \max \left\{ \frac{|u|}{2}, 10 \right\} \\ m_B(u) &= \max \left\{ \frac{|u|}{2}, 5 \right\} \end{aligned} \right\} * \quad (9.4.2)$$

とした場合の再生画を写真⑧に示す。これを原画と比較すると輪郭が強調されすぎていることが認められる。例えば向って左側の頬と壁の境や、額と頭髮の境の部分が不自然な感じを受ける。すなわち、unit step形の入力波形の忠実な再生という観点に立って定めた  $|u|/2$  という mix level は、 $|u|$  の大きい箇所では大きくなりすぎることが判明した。

## 9.5 誤差電力を最小にする Mix Level

### 9.5.1 誤差電力最小の条件

以上のような方法では、mix level の最適値を求めることは困難なので、少し立場を変えて、再生画における誤差電力（量子化ノイズ電力）を最小にする条件で mix level を定めて実験する。

原画（入力信号）に対して式（8.6.1）（前章）で定義される変数（ $u, v$ ）の分布を測定すると、図 8.3 に示したように  $u$  と  $v$  の間には強い相関関係が存在し、 $|u|$  の小さい箇所では  $v$  の分散も小さいが、 $|u|$  が大きくなるにつれて  $v$  の分散も増加することが認められる。つまり主パルスのレベル差  $|u|$  の大きい箇所では、 $v$ （補間パルスの入力レベルと、前後の主パルスのレベルの平均値との差）の分散も大きくなっている。

したがって、 $|u|$  が大きくなるほど mix level の大きさを大きくすればよいことが想像される。以下、この関係を二、三の仮定の基に定量的に論ずる。

主パルスのレベル差  $u$  が与えられたとき、この  $u$  に対応する  $v$  のレベル分布が正規分布であると仮定して、mix level と誤差電力（量子化ノイズ電力）との関係を調べる。

与えられた  $u$  に対応する  $v$  のレベル分布を、平均値 0、分散  $\sigma^2 = \sigma_A^2(|u|)$  の正規分布と仮定する。 $v$  のレベルを次の 3 つの値

$$+m = +m_A(u), 0, -m = -m_A(u)$$

のうちに最も  $v$  に近い値  $v^*$  に量子化すると〔式（6.2.5）参照〕、その誤差電力（量子化誤差の自乗平均値） $\varepsilon$  は

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} (v - v^*)^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{-\frac{m}{2}} (v + m)^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \end{aligned} \quad (\text{次頁へ続く})$$

\* 一般に  $\max\{a, b\}$  は  $a, b$  のうちの大きい方を表わす。

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \\
& + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\frac{m}{2}}^{\infty} (v-m)^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \\
& = \sigma^2 \left[ 1 - \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{m}{\sigma}\right) \exp\left\{-\frac{1}{8}\left(\frac{m}{\sigma}\right)^2\right\} + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{m}{\sigma}\right)^2 \int_{\frac{1}{2}\left(\frac{m}{\sigma}\right)}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \right]
\end{aligned}
\tag{9.5.1}$$

である。この誤差電力  $\varepsilon$  を最小にする  $m$  を数値計算によって求めると、

$$m = 1.224 \sigma \tag{9.5.2}$$

のとき  $\varepsilon$  は最小値

$$\varepsilon = 0.190 \sigma^2 \tag{9.5.3}$$

をとる。

主パルスレベル差  $u$  が与えられたとき、この  $u$  に対応する  $v$  のレベル分布は必ずしも正規分布に従うとは言えないのであるが、第一近似として正規分布を仮定すると、誤差電力を最小にする mix level は

$$m_A(u) = 1.2 \sigma_A(|u|) \tag{9.5.4}$$

で近似的に与えられる。

一方、補間パルス  $x_1$  (一般には  $x_{4\mu+1}$  と  $x_{4\mu+3}$ ) に対して最小誤差電力を与える  $m_B(u')$  は、厳密に言えば、次式で与えられる  $u'$ ,  $v'$  [式(6.2.7); (6.2.8) 参照]

$$\left. \begin{aligned}
u'_1 &= x_2^* - x_0 \\
v'_1 &= x_1 - \frac{x_0 + x_2^*}{2}
\end{aligned} \right\} \tag{9.5.5}$$

の分布に基づいて求めるべきであるが、この分布は  $m_A(u)$  の選び方によって変化するので測定が困難である。しかし一般に、関数  $m_A(u)$  の選び方が適当ならば、補間パルスの再生値  $x_2^*$  と原信号値  $x_2$  との差はあまり大きくないと考えられる。したがって  $x_2^* \doteq x_2$  と考えて、式(8.6.2)によって定義される  $(u', v')$  に対する測定値  $\sigma_B(|u'|)$  を用いて、誤差電力を最小にする mix level を求める。式(9.5.4)の誘導の場合と同様の仮定をおけば、誤差電力を最小にする mix level は、近似的に

$$m_B(u') = 1.2 \sigma_B(|u'|) \quad (9.5.6)$$

で与えられる。

$\sigma_A(|u|)$  と  $\sigma_B(|u'|)$  の測定結果 (図 8.3 と図 8.4) を一次式で近似して, 式 (9.5.4) と (9.5.6) を適用すると, 誤差電力を最小にする  $m_A(u)$ ,  $m_B(u)$  は近似的に

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= 6 + \frac{|u|}{4} \\ m_B(u) &= 3 + \frac{|u|}{4} \end{aligned} \right\} \quad (9.5.7)$$

で与えられる。

〔注〕 誤差電力の統計 (表 9.1) を見ると, mix level を式 (9.5.7) のように選んだ場合よりも, わずかではあるが誤差電力  $\epsilon$  が小さくなっているものがある。この原因としては次のものが考えられる。

i) 式 (9.5.7) の誘導のために用いたデータ  $\sigma_A(|u|)$ ,  $\sigma_B(|u'|)$  はブランキング信号を除いて有効絵素に対して統計をとったものであるが, 表 9.1 の  $\epsilon$  はブランキング信号も含めて統計をとっている。

ii)  $\sigma_A(|u|)$ ,  $\sigma_B(|u'|)$  の測定は式 (8.6.1), (8.6.2) で絵素番号  $m$  をすべての有効絵素に対応する整数値にわたって統計をとっているが, 補間符号方式で処理される  $u$ ,  $v$  または  $u'$ ,  $v'$  は主パルス間隔が 4 絵素なので, それぞれ  $m = 4\mu$  または  $m = 2\mu$  ( $\mu$  は整数) に対応するもののみである。

iii) 式 (9.5.7) の誘導にあたって,  $v$  及び  $v'$  の分布を正規分布と仮定した。

iv) 式 (9.5.7) の誘導にあたって  $x_2^* \approx x_2$  と仮定した。

v)  $\sigma_A(|u|)$ ,  $\sigma_B(|u'|)$  を  $|u|$  または  $|u'|$  の一次式で近似した。

上記のうち i) が主な原因であると思われる。なお, iii) ~ v) に対する対策をとれば, 誤差電力  $\epsilon$  をもう少し減少することは可能であろうが, 現在の目的は視覚的に見て最も画質劣化の少ない mix level を求めることであって, そのための手段として誤差電力を最小にする mix level の近似式を求めたのである。以下に述べるように, この条件で定めた mix level によって満足な再生画が得られた以上は, 誤差電力のこの程度の微小な違いを問題にする必要は無いと思われるので, 誤差電力を最小にする  $m_A(|u|)$ ,  $m_B(|u'|)$  として, 式 (9.5.7) よりも精度の高い近似式を求めることはしなかった。

## 9.5.2 実験結果

mix level を, 誤差電力最小の条件で, すなわち式 (9.5.7) のように選んだ場合の再生画を写真⑨に示す。原画と比較して, 画質劣化はほとんど認められない。強いて差異を探すと, 額の回って右下の部分と頭髮との境の部分の輪郭がいくぶん強調されていることと, 背景の縦の白線の一部が多少薄くなっていることである。しかし前者は, 写真を適視距離 (約 60 cm, 画面高さの 20 倍, すなわち標準方式のテレビ画面に換算すれば画面高さの 4 倍に相当する距離) から見ると, ほとんど目につかない。

一方, 後者は, 主パルスがちょうど縦の白線をまたぐ位置にきたところで生じているので, この現象を避けるためには,  $|u|$  の小さい部分での mix level を増さなければならない。

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \max \left\{ 6 + \frac{|u|}{4}, 10 \right\} \\ m_B(u) &= \max \left\{ 3 + \frac{|u|}{4}, 5 \right\} \end{aligned} \right\} \quad \text{mix level} = 10 \text{ (9.5.8)}$$

とした場合を写真⑩に示す。mix level をこのように選ぶと確かに縦の白線ははっきりするのであるが、一方、そのために白線のぼけている部分がかえって目立つような感じも受ける。このため写真⑨と⑩の優劣は決め難く、観測者の好みにもよるようであるが、筆者は写真⑨の方が優れていると思う。

なお、参考のために

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \max \left\{ 6 + \frac{|u|}{4}, 15 \right\} \\ m_B(u) &= \max \left\{ 3 + \frac{|u|}{4}, 8 \right\} \end{aligned} \right\} \quad \text{(9.5.9)}$$

とした場合を写真⑪に示す。しかし、この写真では、 $|u|$  の小さい部分での mix level が大きすぎるために縦の白線のはっきりしている箇所と薄くなっている箇所とが不自然につながり、また眉間に縦の白線が現われている。これらの現象は写真⑤においても認められたものである。

### 9.5.3 結 論

以上を総合すると、補間符号方式の mix level は式 (9.5.7) のように選んだ場合に最良の再生画が得られ、画質劣化はほとんど無く、原画との差異もよほど注意して両者を比較しない限り認め難いほど軽微である。

なお mix level の最適値を与える式 (9.5.7) を、映像信号の振幅 (p-p 値) で規準化して表わすと次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \frac{1}{32} + \frac{|u|}{4} \\ m_B(u) &= \frac{1}{64} + \frac{|u|}{4} \end{aligned} \right\} \quad \text{〔映像信号の p-p 値を 1 に基準化〕} \quad \text{(9.5.10)}$$

### 9.6 再生波形

補間符号方式によって伝送された信号の受信側における再生波形の一例を図 9.3 (a)~(j) に示す。これらのグラフは、計算機シミュレーションによって得られた信号のうち、女性の顔の右眼の上を通る走査線の波形を画いたものである。

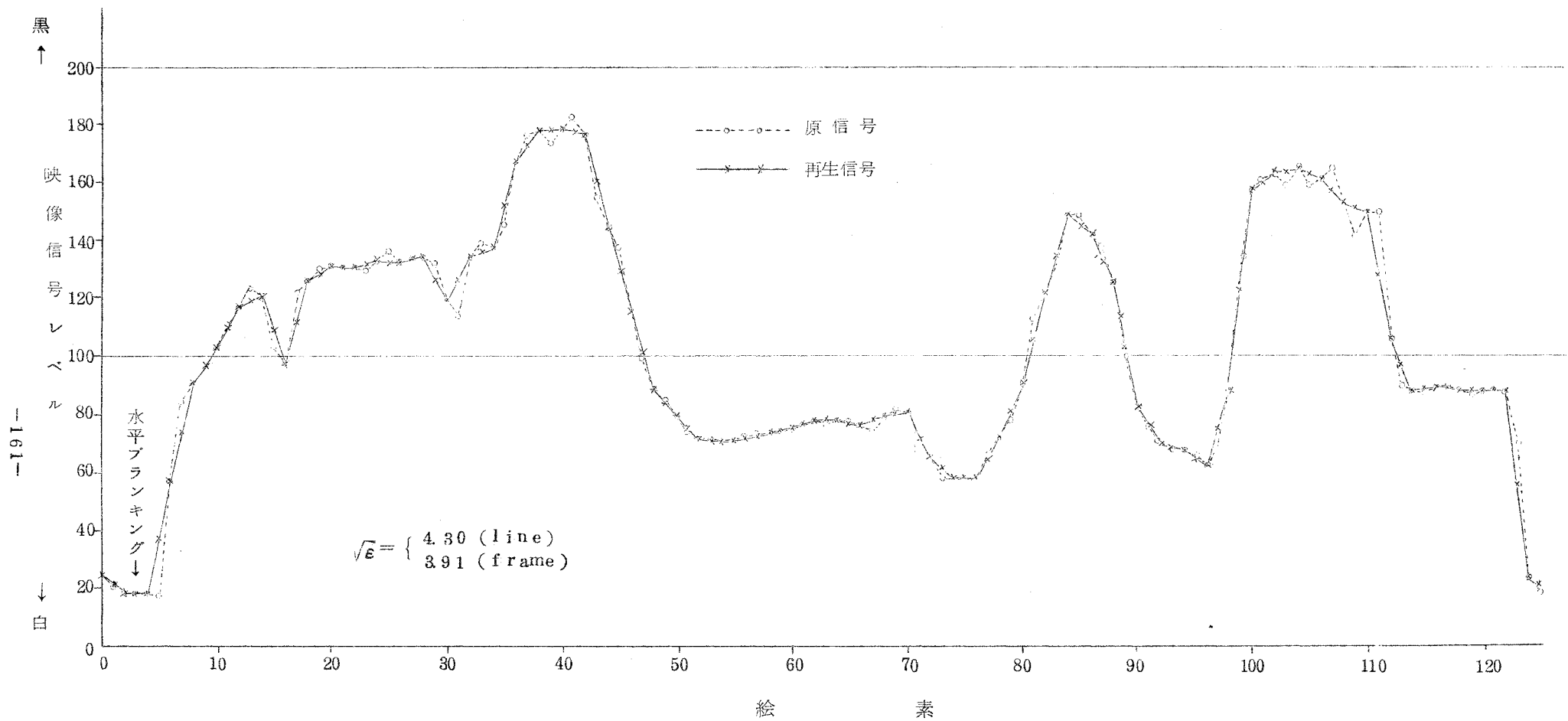


図 9.3 (a) 2 絵素周期直線内挿による再生波形の一例

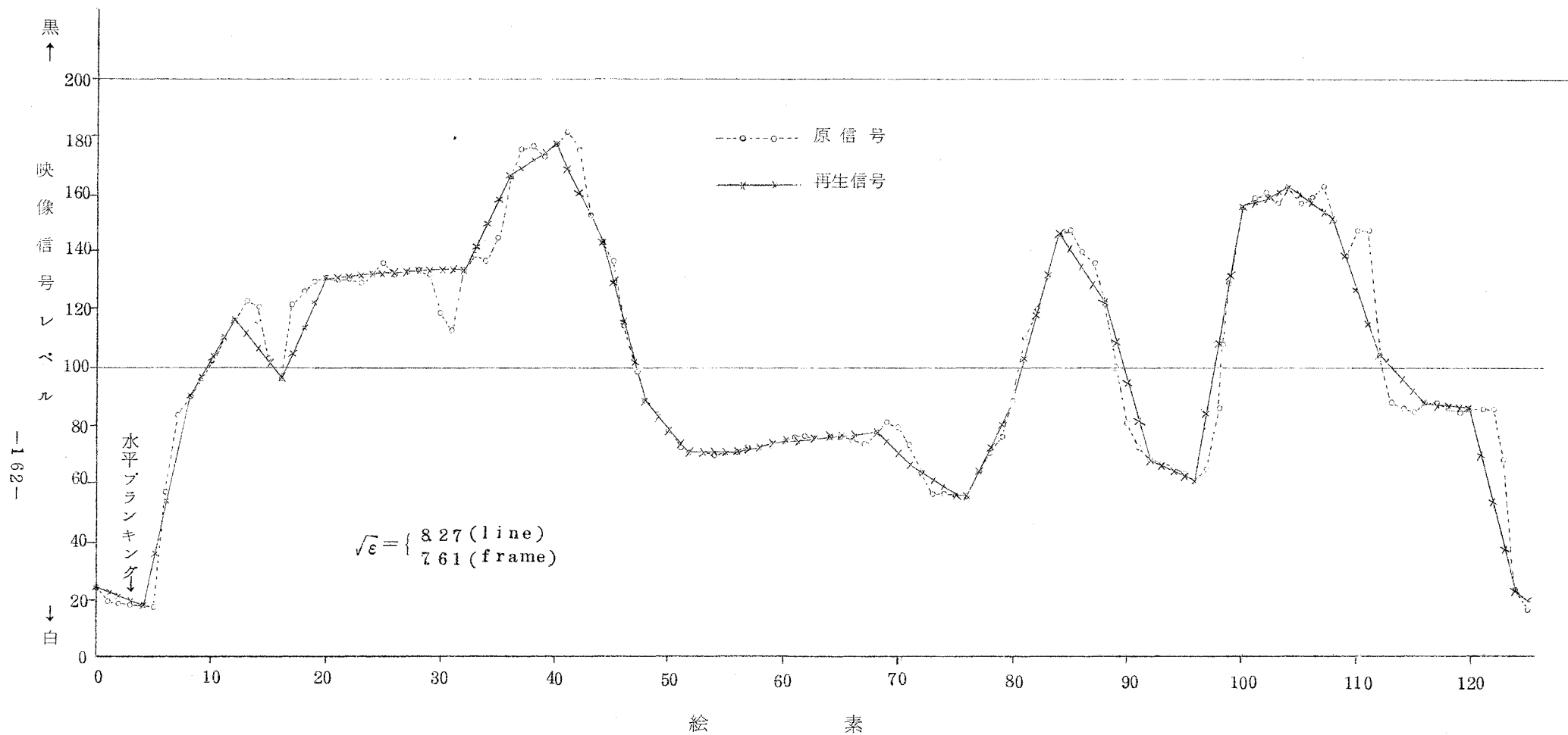


図 9.3 (b) 一次元補間符号方式の再生波形の一例

4 絵素周期直線内挿

$$\left. \begin{array}{l} m_A(u) = 0 \\ m_B(u) = 0 \end{array} \right\} \quad \text{写真 ③}$$



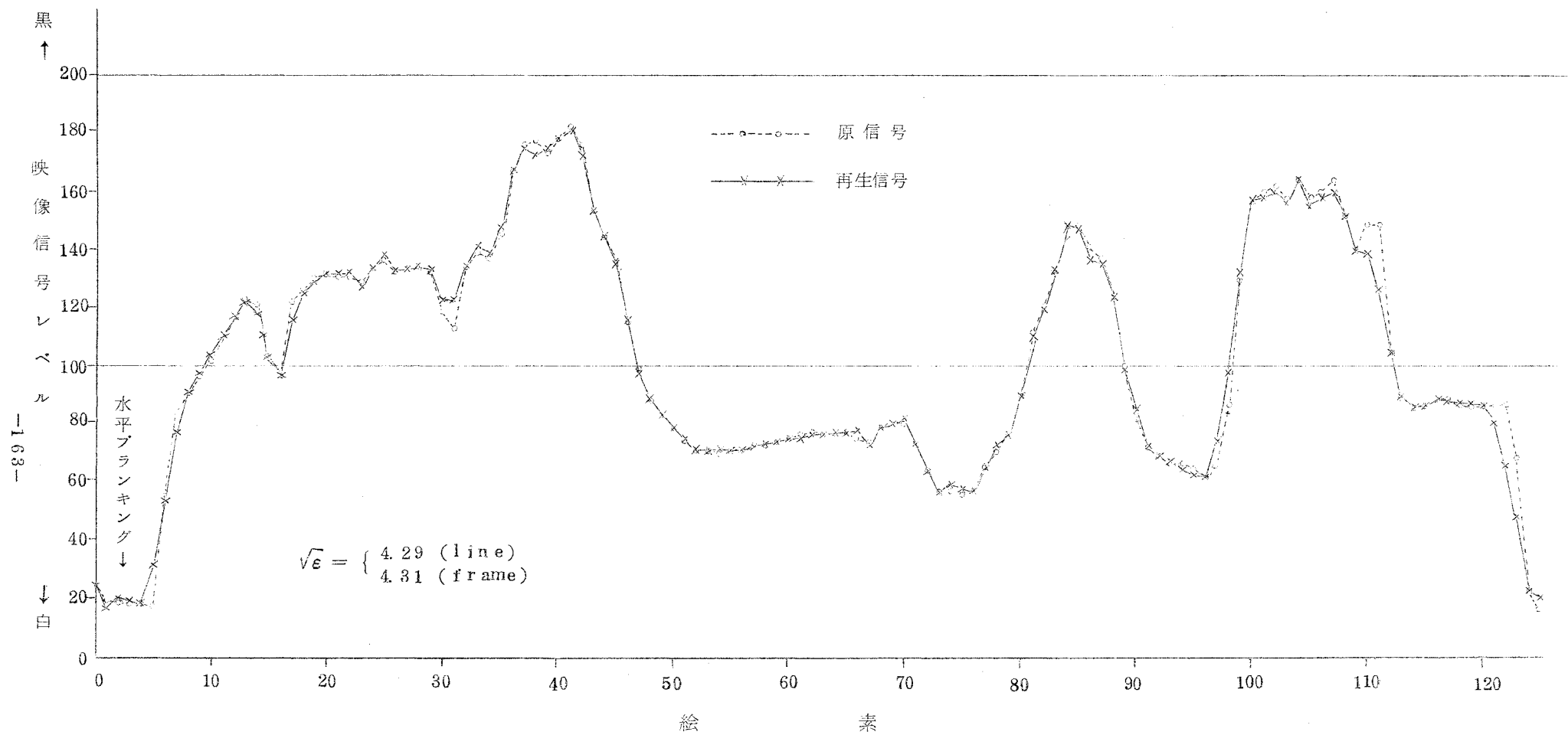


図 9.3 (c) 一次元補間符号方式の再生波形の一例

$$\left. \begin{array}{l} m_A(u) = 11 \\ m_B(u) = 5 \end{array} \right\} \quad \text{写真 ④}$$

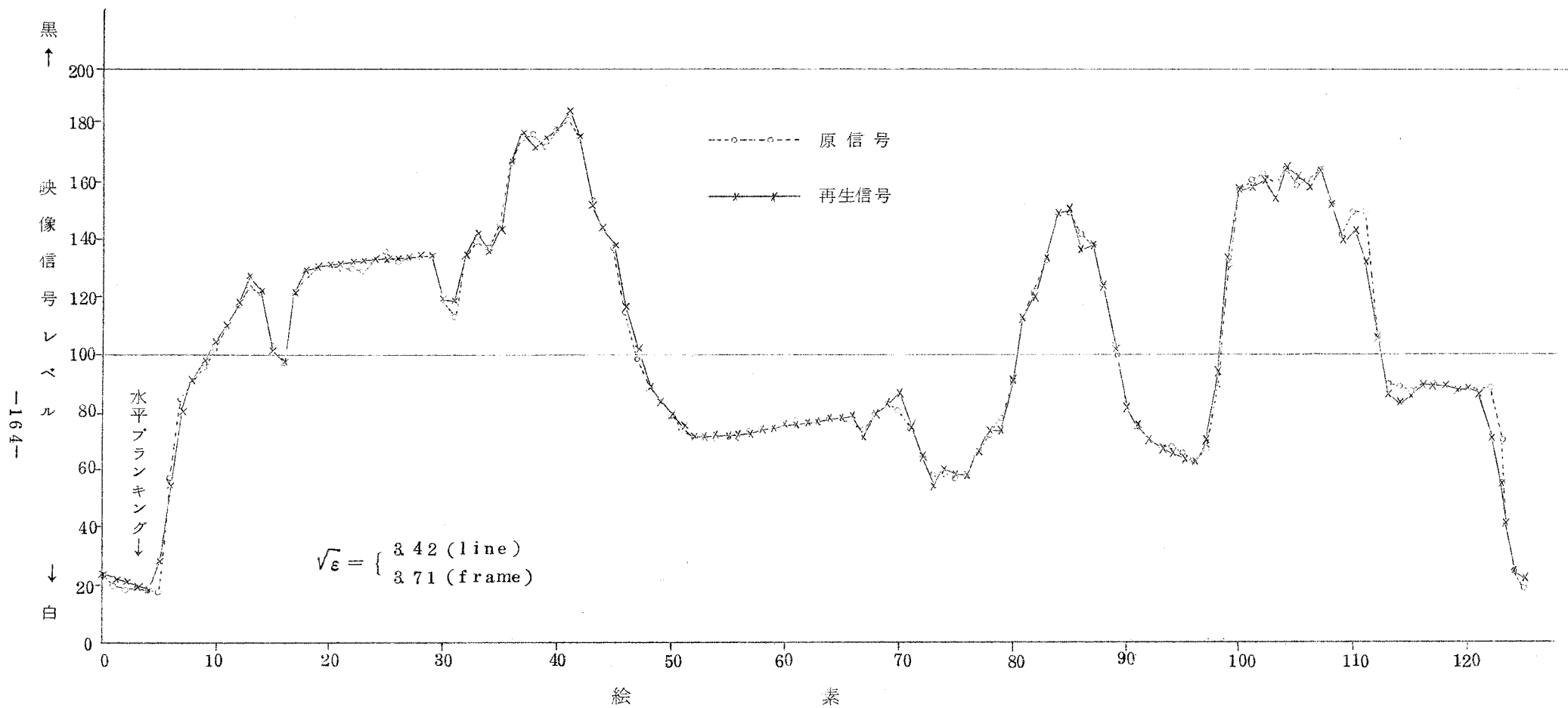


図 9.3 (d) 一次元補間符号方式の再生波形の一例

$$\left. \begin{array}{l} m_A(u) = 15 \\ m_B(u) = 8 \end{array} \right\} \quad \text{写真 ⑤}$$

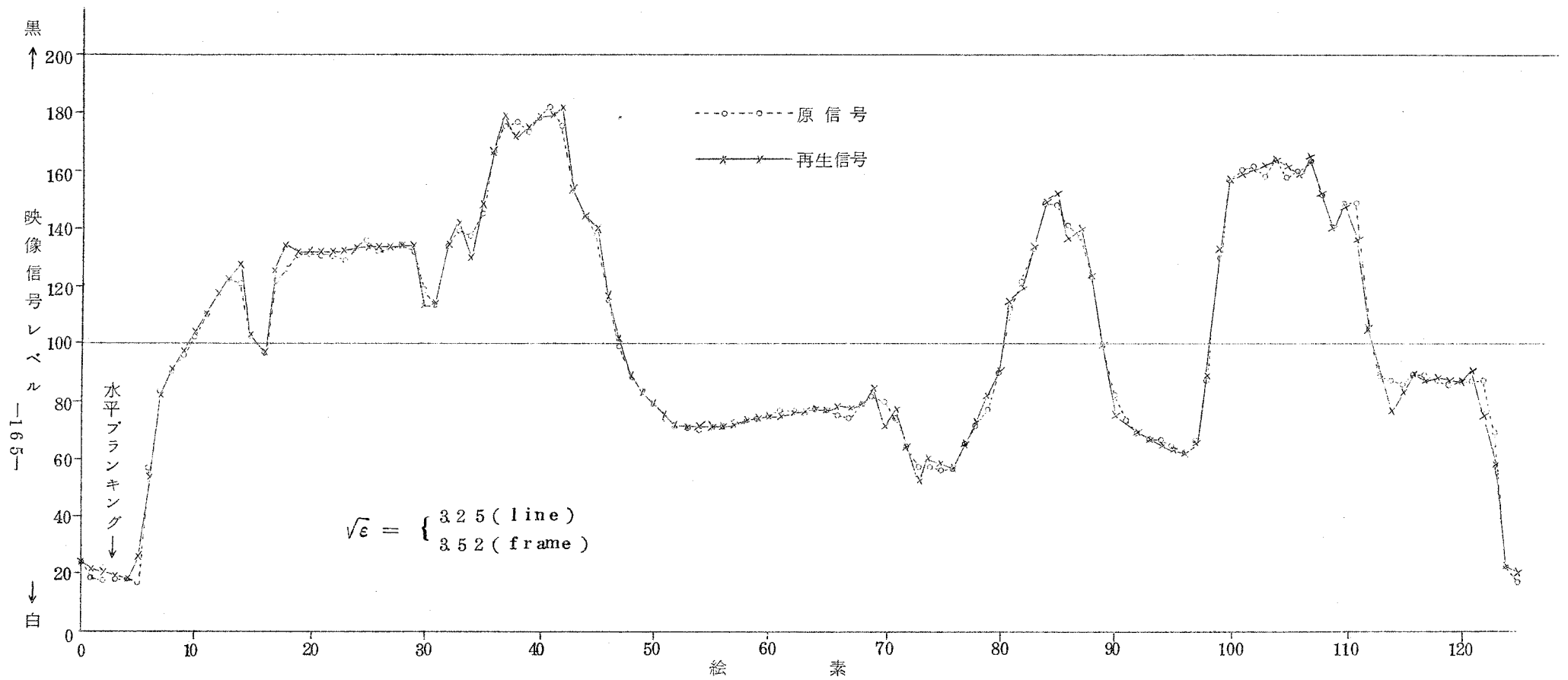


図 9.3 (e) 一次元補間符号方式の再生波形の一例

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= 20 \\ m_B(u) &= 10 \end{aligned} \right\} \text{写真 ⑥}$$

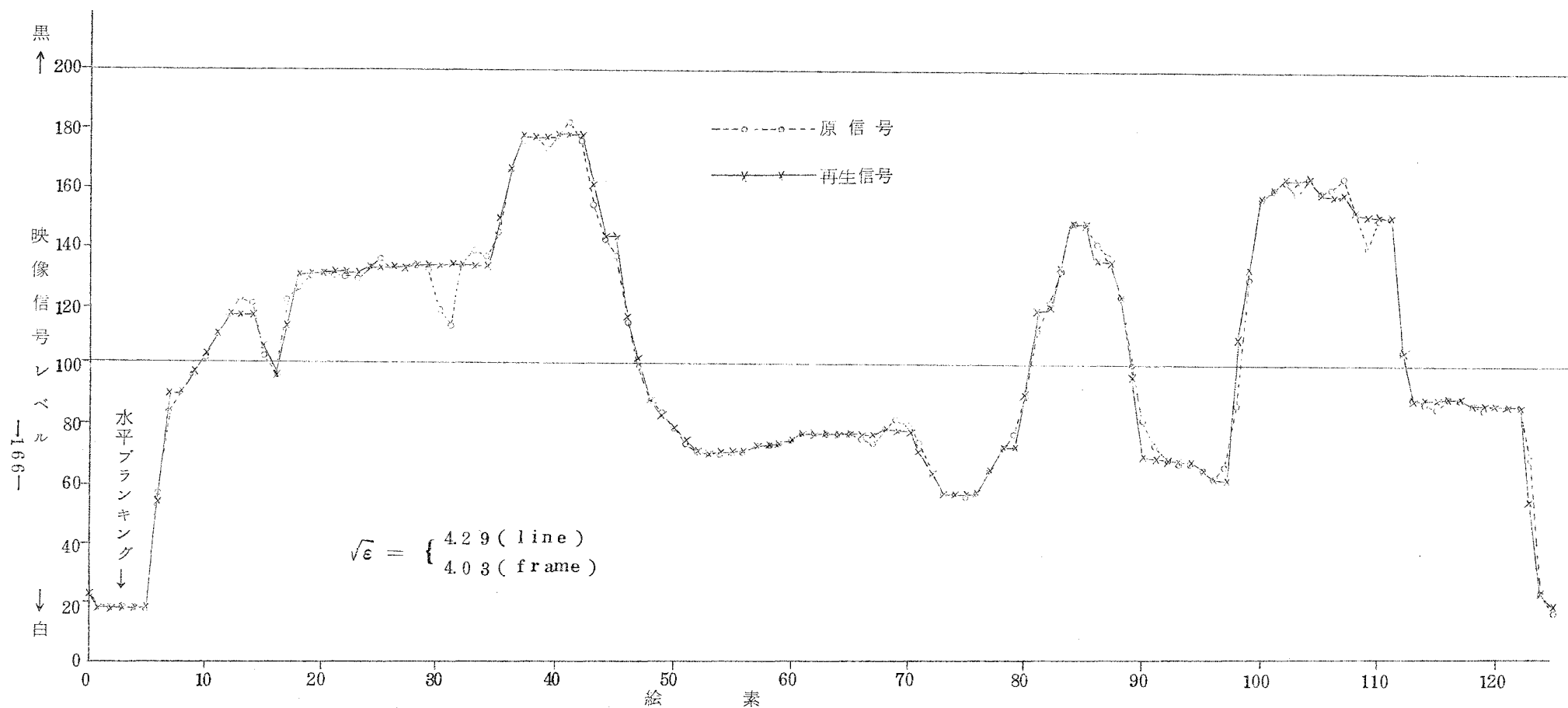


図 9.3 (f) 一次元補間符号方式の再生波形の一例

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \frac{|u|}{2} \\ m_B(u) &= \frac{|u|}{2} \end{aligned} \right\} \text{写真 ⑦}$$

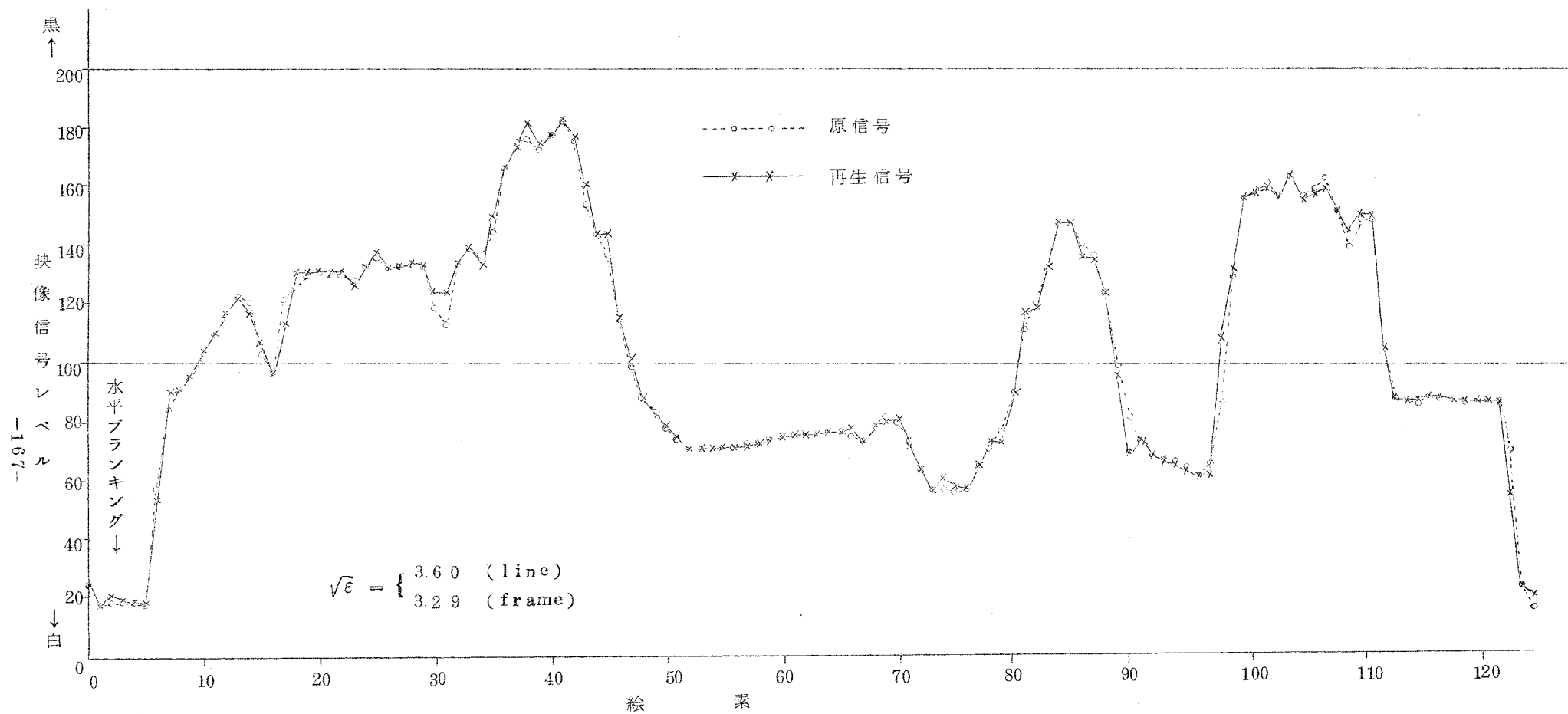


図9.3(g) 一次元補間符号の方式の再生波形の一例

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \max\left\{\frac{|u|}{2}, 10\right\} \\ m_B(u) &= \max\left\{\frac{|u|}{2}, 5\right\} \end{aligned} \right\} \text{写真 ⑧}$$

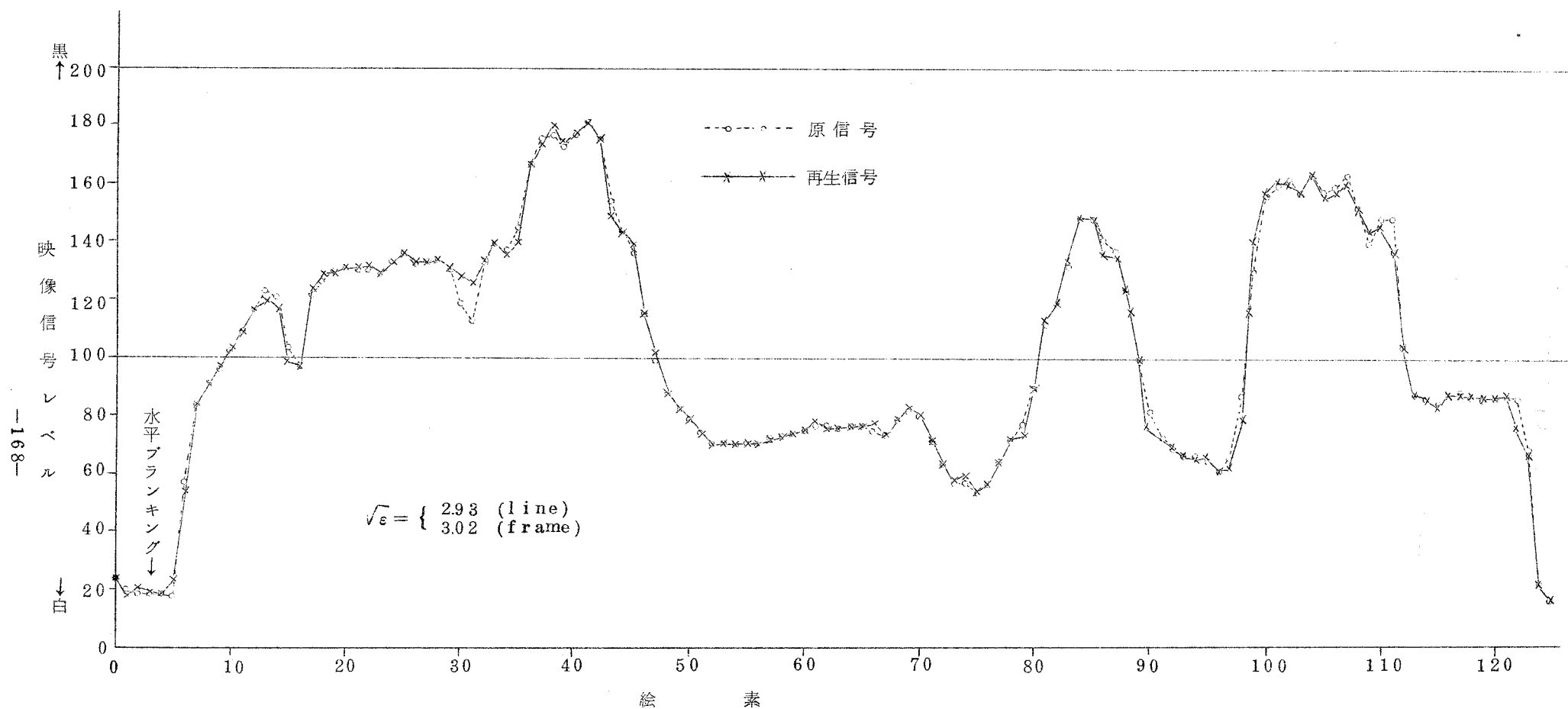


図 9.3 (h) 一次元補間符号方式の再生波形の一例

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= 6 + \frac{|u|}{4} \\ m_B(u) &= 3 + \frac{|u|}{4} \end{aligned} \right\} \text{写真 ⑨}$$

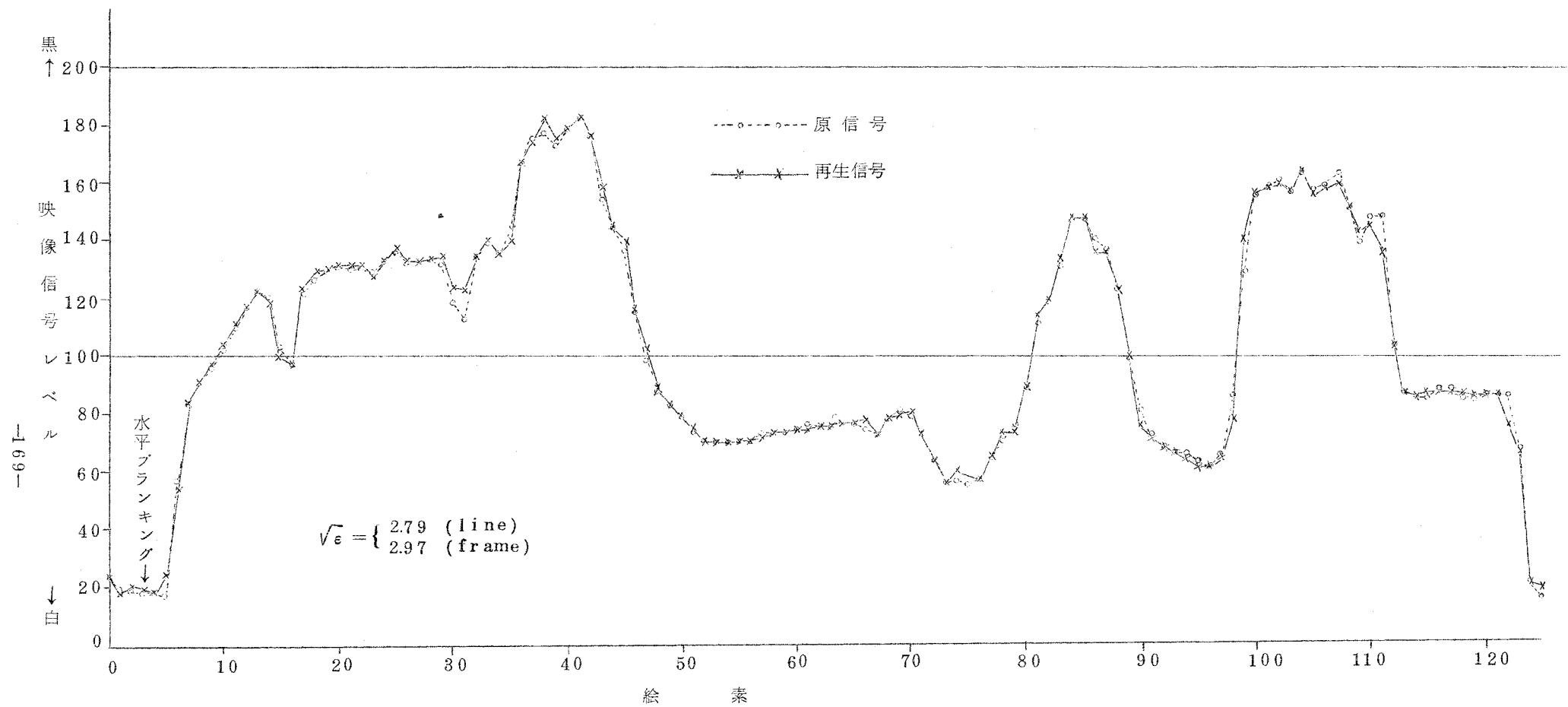


図 9.3 (i) 一次元補間符号方式の再生波形の一例

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \max \left\{ 6 + \frac{|u|}{4}, 10 \right\} \\ m_B(u) &= \max \left\{ 3 + \frac{|u|}{4}, 5 \right\} \end{aligned} \right\} \text{写真⑩}$$

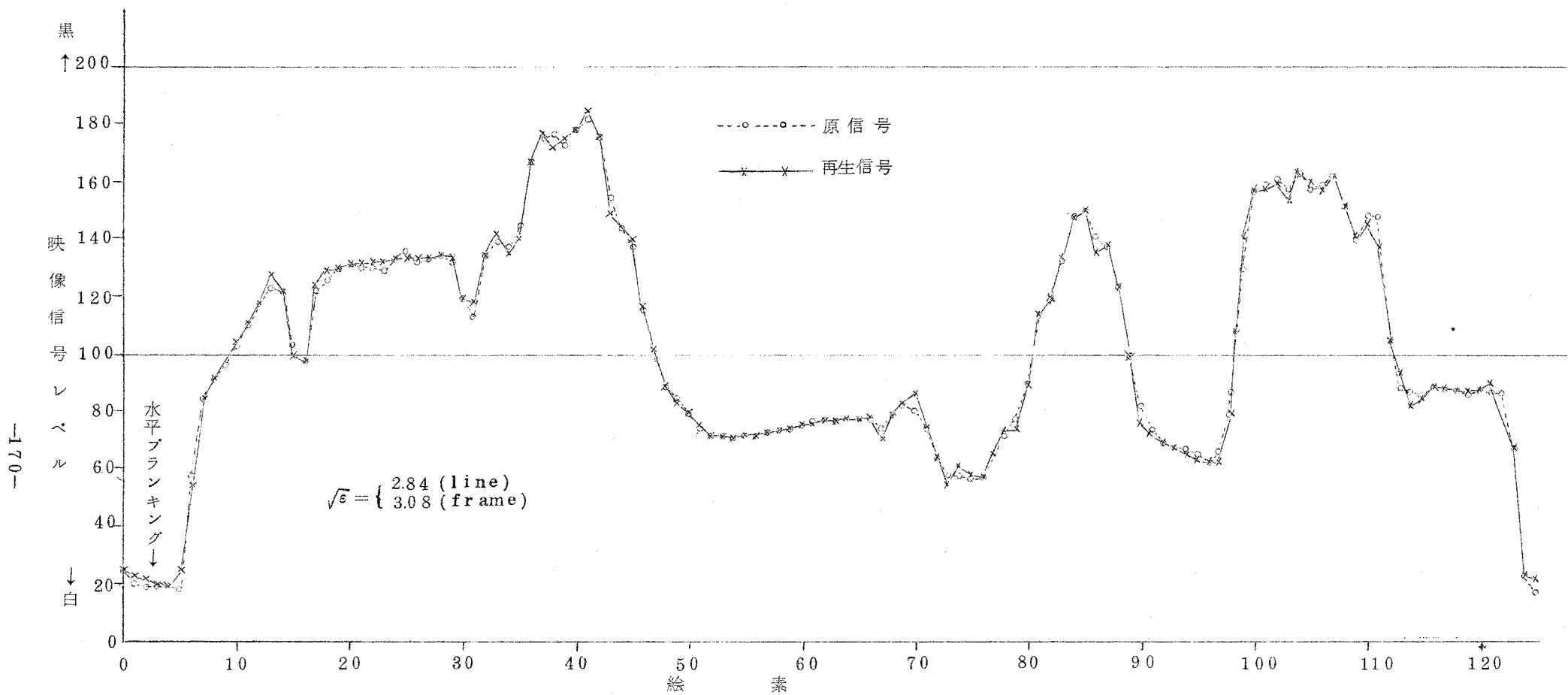


図 9.3 (j) 一次元補間符号方式の再生波形の一例

$$\left. \begin{aligned} m_A(u) &= \max \left\{ 6 + \frac{|u|}{4}, 15 \right\} \\ m_B(u) &= \max \left\{ 3 + \frac{|u|}{4}, 8 \right\} \end{aligned} \right\} \text{写真 ⑪}$$



## 9.7 検 討

以上論じたように，補間符号方式の再生画の画質は，誤差電力（量子化ノイズ電力）を最小にするように mix level を選んだ場合〔写真⑨〕が最も良く，この mix level を与える関数は式（9.5.10）（または式（9.5.7））で与えられることがわかった。

このように mix level を  $|u|$  の値に応じて変化させることは，統計的な意味で波形近似の精度をあげるのみでなく，視覚系の特性にもよく整合している。視覚系の特性との整合についてはすでに 6.3 で論じた通りであって，輝度差の変動の検知限は波形変化のゆるやかなところでは小さく，波形変化の激しいところでは大きくなるという視覚系の特性をかなりよく整合している。

本章では，女性の顔の写真 1 枚に対する実験によって mix level の最適値を求めた。しかしこの画像は，顔と幾何学模様（背景）の両者を含んでいて，補間符号方式のような量子化操作を含む信号処理方式に対してこの二種類の被写体は両極端の性質を示す。すなわち，顔の部分ではなめらかな波形を忠実に再現することを要求されるのに対し，幾何学模様に対しては急峻な波形変化に対する応答が重要視される。この二種類の被写体を含んだ画像に対して満足な結果が得られたのであるから，他の入力信号に対しても満足すべき結果が得られると考えられる。事実，他の被写体に対しても，本章で求めた mix level の最適値をそのまま用いれば満足すべき結果の得られることが，次章の実験によって確認される。

## 9.8 本章のとりまとめ

- (1) 補間符号方式の計算機シミュレーションをおこなって，mix level と画質の関係を検討した。
- (2) mix level を，定数にした場合，階段波に対する忠実な応答を条件として定めた場合，誤差電力最小の条件で選んだ場合等について実験した。
- (3) 誤差電力を最小にする mix level の近似値を， $\sigma_A(|u|)$ ， $\sigma_B(|u'|)$  の測定値から求める方法を示した。
- (4) 誤差電力を最小にするように mix level を選んだときに最良の画質の再生画が得られた。原画と比較して画質劣化はほとんど認められなかった。
- (5) 補間符号方式による最良の再生画は図 9.1，写真⑨に示すもので，mix level を式（9.5.10）のように選んでいる。この再生画では画質劣化はほとんど認められず，原画との差異もよほど注意して両者を比較しない限り認め得ないほど軽微である。

## 第 10 章 その他の問題点の検討

### 10.1 概 要

前章の実験で、補間符号方式によって画像の忠実な伝送のできることを示した。しかし補間符号方式を実用化するためには、さらに検討を要する問題や確認を要する事項が残されている。本章ではこのような諸々の問題点を検討し、解明する。

前章では補間符号方式の主パルスはアナログ的に伝送するものとして実験をおこなっていた。しかし補間符号方式はデジタル伝送路を対象として考えられた方式であるから、主パルスも量子化して符号化伝送しなければならない。本章では主パルスを 6 ビットに量子化しても再生画の画質には何等影響のないことを実験的に示す。

さらに、補間符号方式による伝送路と通常の P.C.M. 伝送路 ( 6 ビット量子化 ) とを縦続接続する場合に、補間符号方式による伝送路の入出力信号に対する量子化の影響の有無について調べる。

続いて、主パルスの二次元的配列について論ずる。主パルスは 4 絵素毎に選ばれるのであるが、隣接した走査線間に於ける主パルスの相対的位置関係をどのようにすべきかが問題になる。主パルスが縦に 1 列に並ぶように配列する場合、走査線 1 本毎にインターレースするように配列する場合、及び水平走査との同期をとらない場合について比較をおこなう。

さらに、これまでの実験は、女性の顔の写真 1 枚のみに対しておこなっていたが、他の被写体に対しても実験をしておく必要がある。また、これまでの実験は有効絵素数  $116 \times 85$  という小さい画像を用いていたので、標準方式のテレビ画面を見る場合とは心理的に異った感じを受けることも無いとは言えない。そこで画面を大きくして、標準方式と同じ絵素数の画像に対する実験もおこなった。

なお、本章における補間符号方式のシミュレーション実験に於ては、mix level はすべて最適値、すなわち式 ( 9.5.10 ) を用いた。

## 10.2 量子化の影響

### 10.2.1 主パルスの量子化

補間符号方式に於ては主パルスは忠実に伝送する。しかし補間符号方式はデジタル伝送路を対象とした方式なので、主パルスも量子化して符号化伝送しなければならない。前章の実験では主パルスの量子化は省略していたが、主パルスの符号化伝送のために主パルスを量子化しても受信側での再生画の画質には影響を与えないことを確かめておく必要がある。

図10.1の写真③は、補間符号方式で主パルスを量子化しない場合の受信側での再生画（図9.1写真⑨と同じ）である。写真④は、主パルスを6ビットに量子化した場合の再生画である。すなわち実際の操作としては、写真④の右側の図に示す如く、まず主パルスを6ビットに量子化して、その後に補間パルスの符号化をおこなう。

この2種の再生画③と④を比較しても差異は全く認められない。すなわち主パルスを6ビットに量子化しても画質には全然影響のないことがわかる。

### 10.2.2 入力信号の量子化

補間符号方式による伝送路を通常のP.C.M.（映像信号レベルを何の処理もせずに1絵素当たり6ビットに量子化して伝送する方式）の伝送路と縦続接続する場合の影響を調べる。

通常のP.C.M.伝送路を通して送られてきた映像信号を、さらに補間符号方式による伝送路を通して伝送する場合を考える。映像信号はP.C.M.伝送をするためにすでに6ビットに量子化されている。この量子化された信号をさらに符間信号方式で伝送する場合には、補間パルスは量子化的操作を2回受けることになる。この状態は図10.1⑤の右側に示した通りである。この場合の補間符号方式による伝送路の受信側での再生画が写真⑤である。

上記のような伝送をした信号を再び通常のP.C.M.伝送路を通して伝送しようとする場合には、上記の補間符号方式の受信信号はさらにもう一度量子化されることになる。このように通常のP.C.M.伝送路、補間符号化による伝送路、通常のP.C.M.伝送路という順番で3回量子化的操作を受けた場合の最終受信点に於ける再生画は写真⑥の如くである。なお⑥の右側の図の如く、 $x_2^*$ （補間パルス $x_2$ の受信側での再生値）の量子化は、補間パルス $x_1$ 及び $x_3$ の符号化に先立っておこなっている。このようにして $x_2^*$ の下位のビットを切捨てれば、符号化回路に於て6ビット以上に細かい値を扱わなくてもすむので符号化回路が多少簡略化できる。

上記の写真③、⑤、⑥（図10.1）を比較しても、視覚的に観測する限りでは、差異は全く認められない。したがって、補間符号方式の入出力信号に対する6ビットの量子化は、再生画



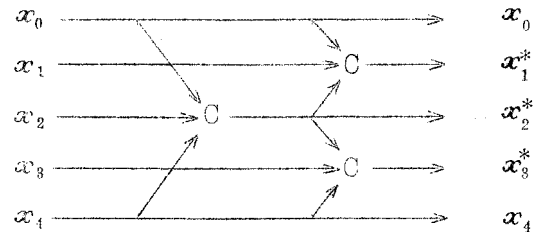
① 原画(量子化なし)



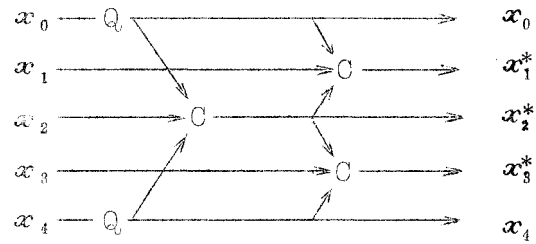
② 原画 (6ビット量子化)



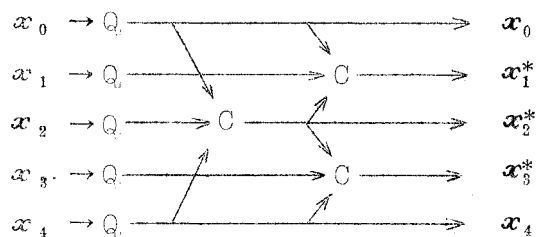
③ 量子化なし



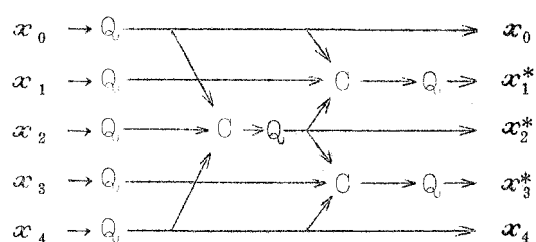
④ 主パルスのみ量子化



⑤ 入力信号を量子化



⑥ 入出力信号を量子化



C — 補間符号化

Q — 6ビット量子化

図 10.1 補間符号方式に対する量子化の影響

の画質には全く影響を与えないことが確認される。

### 10.3 主パルスの二次元配列 (10—1) (5—43)

補間符号方式の主パルスは，1走査線内では4絵素毎に選ばれるのであるが，画面全体として眺めた場合に，隣接した走査線間に於ける主パルスの相対的位置関係をどのようにすべきかを調べておく必要がある。主パルスの二次元的配列としては，図10.2の右側に示すように次の3種が考えられる。

- (a) 主パルスが縦に1列に並ぶように整列させる場合(②)，
- (b) 走査線毎にインターレースさせる場合(③)，
- (c) 主パルスの位置と水平走査との間の同期をとらない場合(④及び⑤)。

以上の各々の場合の受信側での再生画像を同図写真②～⑤に示す。

主パルスの位置と水平走査との間の同期をはずした④，⑤では背景の縦の白線がギザギザになっている箇所のあるのが目につき，②や③に比して明らかに画質が悪い。

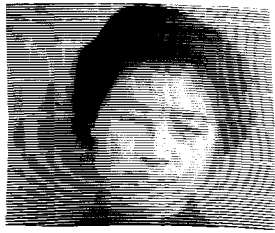
主パルスを整列させた場合②とインターレースさせた場合③とでは原画①に比して画質劣化はほとんど感じられず，図10.2からは両者の優劣はつけ難い。この両者の比較を次節では，他の被写体を用いておこなっている。その結果によると，通常の被写体では両者の間に有意差は認められないが，極く特殊な被写体では主パルスをインターレースさせると再生画に変な歪の現われる場合のあることが認められる。(後述，図10.3(c)参照) したがって，主パルスは縦に1列に並ぶように整列させるべきである。

なお，本節以前の実験はすべて，主パルスを縦に整列させた状態でおこなっている。

### 10.4 大きな画面による実験

これまでの実験は女性の顔を被写体にした画像のみに対しておこなわれており，しかも有効絵素数 $116 \times 85$ という小さい画面であった。これまでの実験からも知られるように，このように小さな画面でも注意深く検討すれば種々の問題点をかなり細かいところまで詳しく判断できるのであるが，やはり他の被写体に対しても実験をして，これまでの実験結果を確認しておく必要あろう。また，小さな画面を観測する場合と標準方式の大きなテレビ画面を観測する場合とでは，心理的に異った印象を受けるということも考えられるので，本節では標準方式に近い大きな画面による補間符号方式のシミュレーション結果を示す。

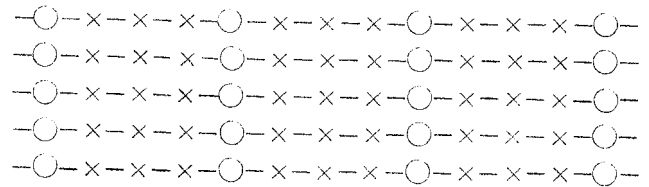
図10.3は中サイズの画面，すなわち有効絵素数 $352 \times 263$ の画像に対する補間符号方式の受信面のシミュレーション結果である。一方図10.4は大サイズの画面，すなわち標準方式と同じ有効絵素数 $456 \times 483$ の画像に対するシミュレーション実験の結果である。なお



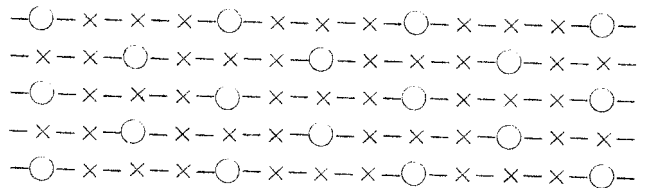
① 原 画



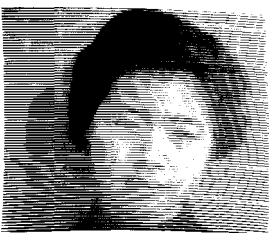
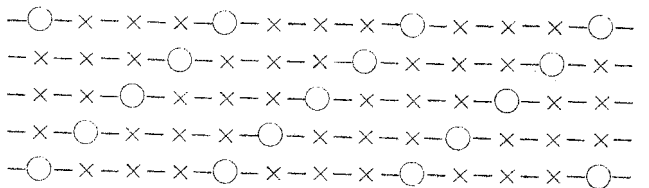
② 主パルス 整列



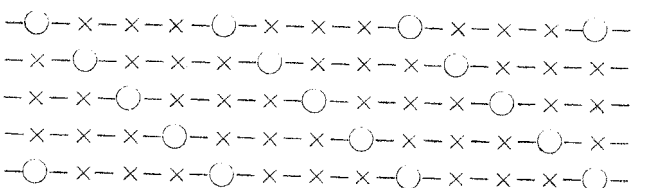
③ 主パルス インターレース



④ 主パルス 左下流れ (同期はずれ)



⑤ 主パルス 右下流れ (同期はずれ)



○ 主パルス      × 補間パルス

図 10.2 主パルスの二次元配列法の比較

(a 1)

原 画



(a 2)

主パルス  
整列



(a 3)

主パルス  
インター  
レース



図 10.3 (a) 補間符号方式のシミュレーション  
( 中画面 — 352 × 263 絵素 )

(b1)

原 画



(b2)

主パルス  
整列



(b3)

主パルス  
インター  
レース

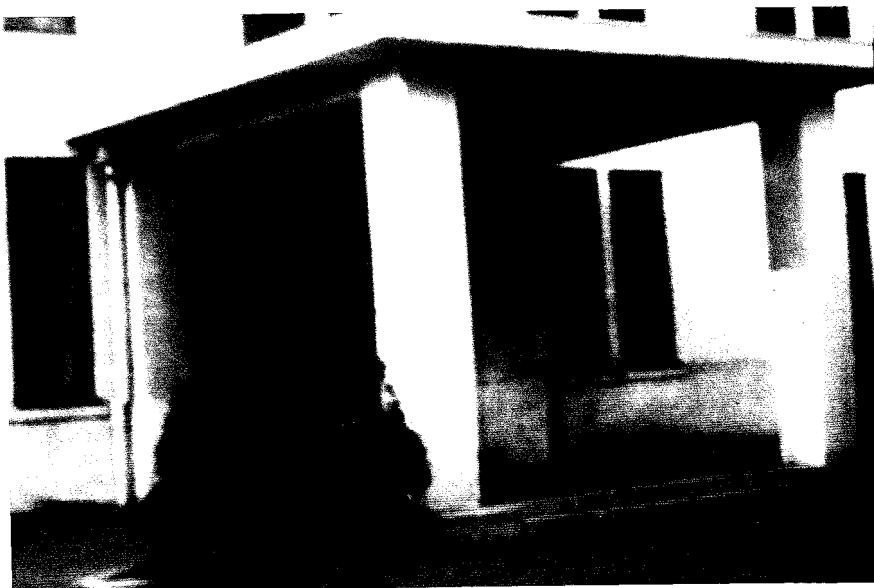


図 10.3 (b) 補間符号方式のシミュレーション  
(中画面— 352×263 絵素)



(c1)

原 画



(c2)

主パルス  
整列



(c3)

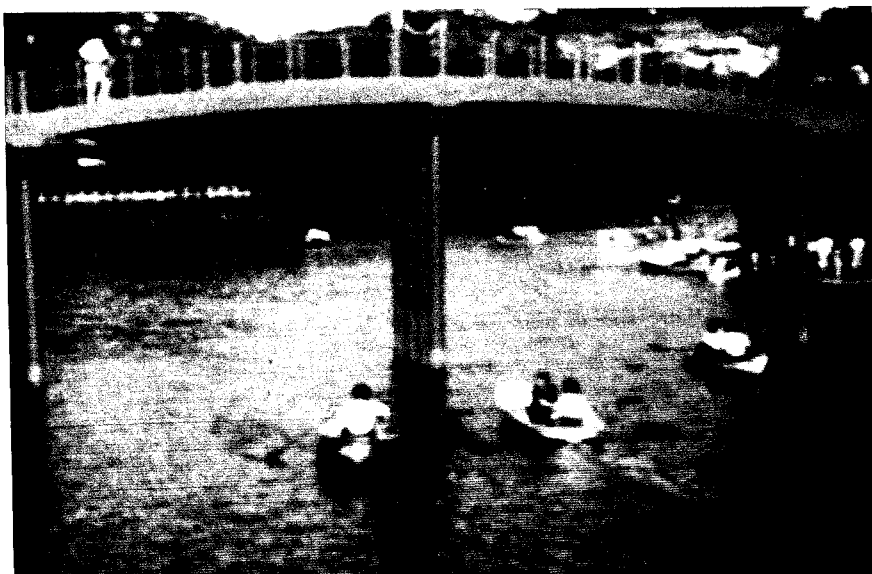
主パルス  
インター  
レース



図 10. 3 (c) 補間符号方式のシミュレーション  
( 中画面 — 352×263 絵素 )

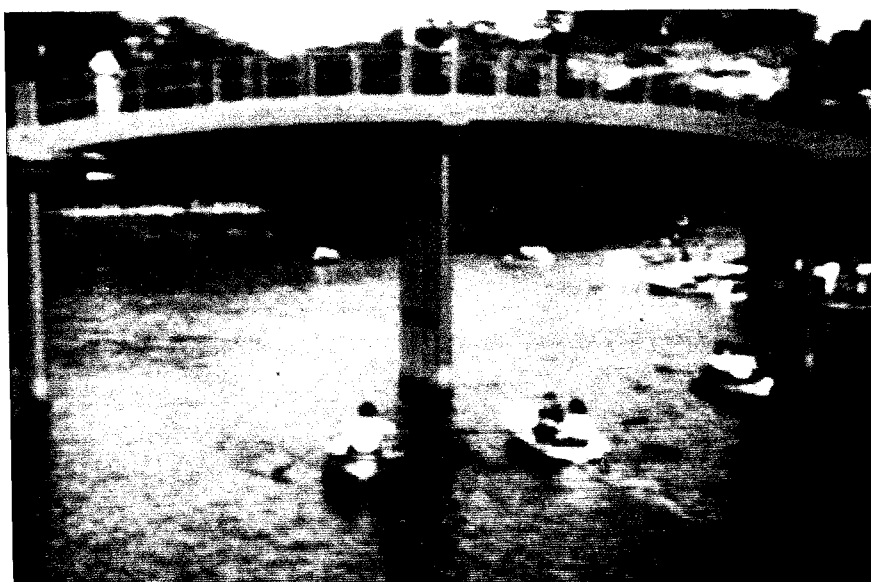
(d1)

原 画



(d2)

主パルス  
整列



(d3)

主パルス  
インター  
レース

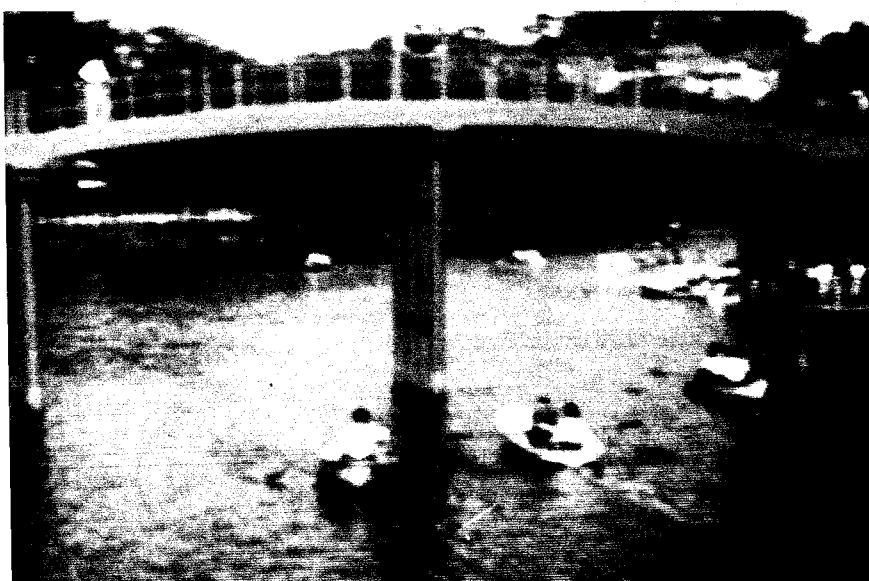


図 10. 3 (d) 補間符号方式のシミュレーション  
( 中画面 — 352×263 絵素 )

(a1)

原 画



(a2)

主パルス  
整列



(a3)

主パルス  
インター  
レース

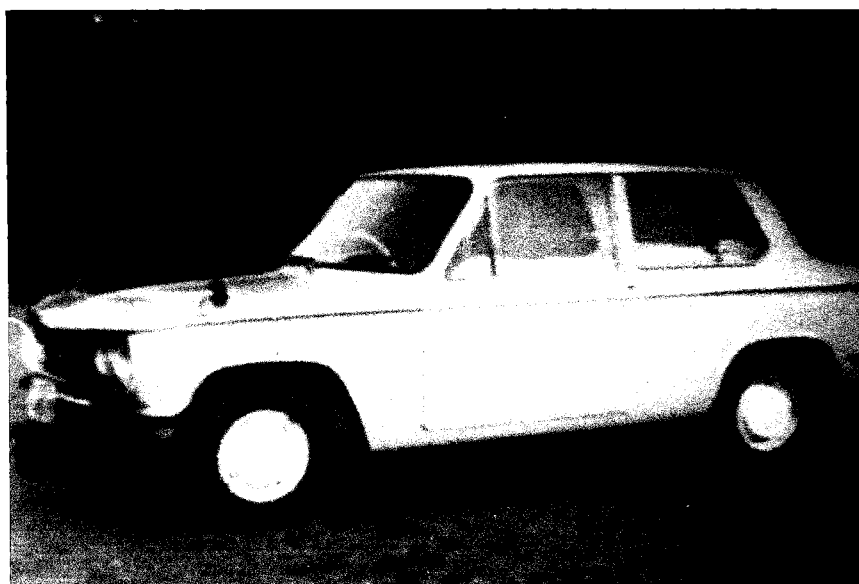


図 10.4 (a) 補間符号方式のシミュレーション  
(大画面 — 456×483 絵素)

(b1)

原 画



(b2)

主パルス  
整列



(b3)

主パルス  
インター  
レース

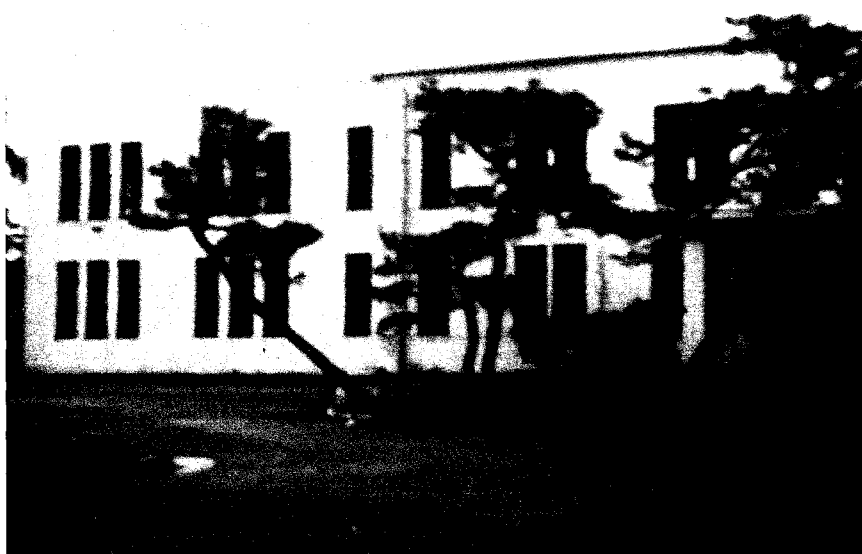


図 10. 4 (b) 補間符号方式のシミュレーション  
( 大画面 — 456×483 絵素 )

mix level は、第 9 章で使用した女性の顔の画像に対する最適値、すなわち式 ( 9.5.10 ) を使用した。

図 10.3 (a)~(d) 及び図 10.4 (a), (b) はいずれも ① が原画、② は主パルス を図 10.2 ② のように整列させた場合の補間符号方式の受信画、③ は主パルスを図 10.2 ③ のようにインターレースさせた場合の補間符号方式の受信画を示す。

図 10.3 (a), (b) 及び図 10.4 (a), (b) では ①, ②, ③ の差はほとんど認められない。<sup>\*</sup>

しかし図 10.3 (c) の画像で主パルスをインターレースさせた場合の受信画 ③ では、画面左端の雨樋の右側の縦の細い線の部分に、細かい横縞が現われている。これは、主パルスがインターレースしているために、縦線のレベルが走査線 1 本毎に交互に異った値に再生されて生じた現象である。主パルスを整列させた ② では、このような現象は現われず、画質劣化はほとんど感じられない。

図 10.3 (c) の橋の欄干のように縦の細い線を多数含んだ被写体が、補間符号方式では最も伝送しにくい。隣接した主パルスが縦線をまたぐ位置にくると、再生画では縦の線のコントラストが下ってしまうためである。しかし写真 ② に示す如く、写真を適視距離（走査線数が標準方式の  $\frac{1}{2}$  なので、画面高さの 8 倍の距離）から視覚的に観測する限りではこの現象もそれほど目立たず、画質劣化は非常に軽微である。なお、主パルスをインターレースさせた ③ では ③ と同様に縦の細い線の部分に横縞が現われて少し目ざわりになる。

以上の結果からわかるように、補間符号方式の二次元配列は、図 10.2 ② の如く縦に整列させるべきである。主パルスをこのように配列すれば、補間符号方式による画質劣化は非常に軽微なもので、大部分の被写体では原画との差はほとんど認められないことが確認された。

## 10.5 本章のとりまとめ

- (1) 補間符号方式で主パルスを 6 ビットに量子化しても、再生画に対する影響は全くないことを確認した。
- (2) 補間符号方式による伝送路の入出力信号を 6 ビットに量子化しても、再生画の画質は影響を受けないことを明らかにした。
- (3) 補間符号方式の主パルスの二次元的配列には次の 3 種が考えられることを示した。
  - (a) 主パルスを 1 列に整列させる。
  - (b) 走査線 1 本毎にインターレースさせる。
  - (c) 水平走査との同期をとらない。

---

<sup>\*</sup> 図 10.3 (b) では自動車の窓枠が途中で折れたように見えるが、これはテープのキズのために画面の同期が少しずれたのであって、補間符号方式そのものによる現象ではない。

この3種を比較した結果再生面の画質は(a)が最も良く，(c)が最も悪いことが判明した。

(4) 大きな画面に対して補間符号方式のシミュレーションをおこなった結果，主パルスを上記(a)のように配列すれば補間符号方式による画質劣化は非常に軽微なものであり，大部分の被写体では原画との差はほとんど認められないことがわかった。

## 第11章 ノイズの影響 (11-1), (5-43)

### 11.1 概 要

補間符号方式に対する前章までのシミュレーション実験では、伝送されるべき映像信号（原画）として  $S/N$  比の良い信号を使用していた。しかし一般のテレビ系では、テレビカメラ等から発生するノイズのために、伝送されるべき映像信号がすでにかかなりのノイズを含んでいることもあり得る。このような信号を補間符号方式によって伝送したことによって、受信側での再生画像に於て原画のノイズが強調されて目立ちやすくなるような現象が起らないことを確認しておく必要がある。この確認実験を計算機シミュレーションによっておこなった。

実験は、原画の情報を紙テープから計算機に読込み、その信号に計算機で作った疑似正規乱数をノイズとして加えたものを、伝送すべき映像信号として使用した。

11.2 では計算機によるノイズの発生法とその検定について論じる。11.3 ではそのノイズを用いて補間符号方式に対するノイズの影響をシミュレーション実験によって調べた結果について論ずる。さらに11.4では、ノイズが動く場合の影響をシミュレーションによって検討する。

### 11.2 ノイズの発生と検定

#### 11.2.1 ノイズの発生

原画に加えるノイズとしてはホワイトノイズを用いる。このために、電子計算機によって疑似正規乱数を作って、これを適当な割合で原画に混合（加算）したものを入力信号（補間符号方式によって伝送すべき映像信号）として使用した。

疑似正規乱数の発生法としては種々考えられるが、乗積合同法で作った疑似一様乱数を Box-Muller の方法で正規乱数に変換して使用した。この過程を以下に述べる。

疑似一様乱数の発生には、乗積合同法による逐次計算式、

$$\left. \begin{aligned} y_{n+1} &= k y_n - M \text{entier} \left( \frac{k y_n}{M} \right) \\ k &= 23 \\ M &= 1 + 10^{-8} \\ n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (11.2.1)$$

を用いて  $0 < y_n < 1$  で有効数字 8 桁（小数点以下 8 桁）の一樣乱数を逐次計算していく。ここに  $\text{entier}(x)$  は、 $x$  を越えない最大の整数値を示す。（すなわち Gauss 記号  $[x]$  と同じ。）

(註) 式 (11.2.1) の演算は、整数値の範囲で考えれば、

$$Y_n = y_n \times 10^8 \quad (11.2.2)$$

と置いて、8 桁の整数  $Y_n$  に対し

$$Y_{n+1} = k Y_n \quad \text{modulo} (10^8 + 1) \quad (11.2.3)$$

を演算することに相当する。

このようにして作製した疑似一樣乱数の周期は文献<sup>(11-2)</sup>によると 5882352 なので、現在の目的のためには、十分に長く、周期性は無いものと考えてもよい。また検定の結果、一樣乱数として満足すべき性質を持っていることが確かめられている。<sup>(11-2)</sup>

$y_n$  の初期値としては、第 1 回目の実験では  $y_0 = 10^{-8}$  としたが、最初の数ステップでは  $y_n$  は 0 に近い値が続くので、最初の 10 個 ( $n \leq 9$ ) は捨てた。なお、数フレーム分のノイズを用いて一連の実験をするときには、1 フレーム分の演算が終了する毎に  $y_n$  の最終値を記録しておいて、次のフレームの演算の初期値として使用することによって、毎回異ったノイズを取り出している。

この一樣乱数  $y_n$  を 2 個ずつ組にして、変換式 (Box-Muller の方法)<sup>(11-3)</sup>

$$\left. \begin{aligned} z_n &= \cos(2\pi y_n) \sqrt{-2 \log_e y_{n+1}} \\ z_{n+1} &= \sin(2\pi y_n) \sqrt{-2 \log_e y_{n+1}} \end{aligned} \right\} \quad (11.2.4)$$

によって  $z_n, z_{n+1}$  を計算すると、 $z_n$  と  $z_{n+1}$  とは互に独立な正規乱数になっていて、その平均値は 0 で標準偏差は 1 である。 $y_n$  が完全な一樣乱数であるならば  $z_n$  は厳密な意味で正規乱数になるのであるが、 $y_n$  はあくまで疑似乱数なので、 $z_n$  の正規性については一応検定しておく必要がある。この検定については 11.2.2 で論ずる。

なお、 $z_n$  は疑似乱数なので、あまり極端な値が現われても困ると考えて、 $|z_n| > 3$  のサンプルは捨てて、そのサンプルは計算をしなおした。（すなわちそのサンプルでは演算を 1 ステップ余分におこなう。）

### 11.2.2 ノイズの検定

シミュレーションに用いるノイズは前記の方法で作った擬値正規乱数  $z_n$  である。 $y_n$  が完全な一樣乱数ならば  $z_n$  も完全な正規乱散になることは証明されているが、 $y_n$  は疑似乱数なので、これを基にして作った  $z_n$  の統計的性質も一応検定しておいた方がよいであろう。

統計量は、小画面の画像 1 フレーム分（垂直ブランキングは除く）、すなわち  $124 \times 85 = 10540$  のサンプルに対して測定した。



$z_n$  のレベルの累積分布を正規確率紙にプロットすると，図 11.1 の如くほぼ直線上に並び正規分布をしていることが確認される。

平均値  $d$  と分散  $r_0$ 〔式 (11.2.7) で  $\nu=0$  において測定〕とを測定すると，

$$d = 0.0082 \quad (11.2.5)$$

$$r_0 = 0.959 \quad (11.2.6)$$

であった。なお前述のように  $|z_n| > 3$  のデーターを捨てているので， $z_n$  が完全な正規分布ならば分散は 0.976 になるはずである。

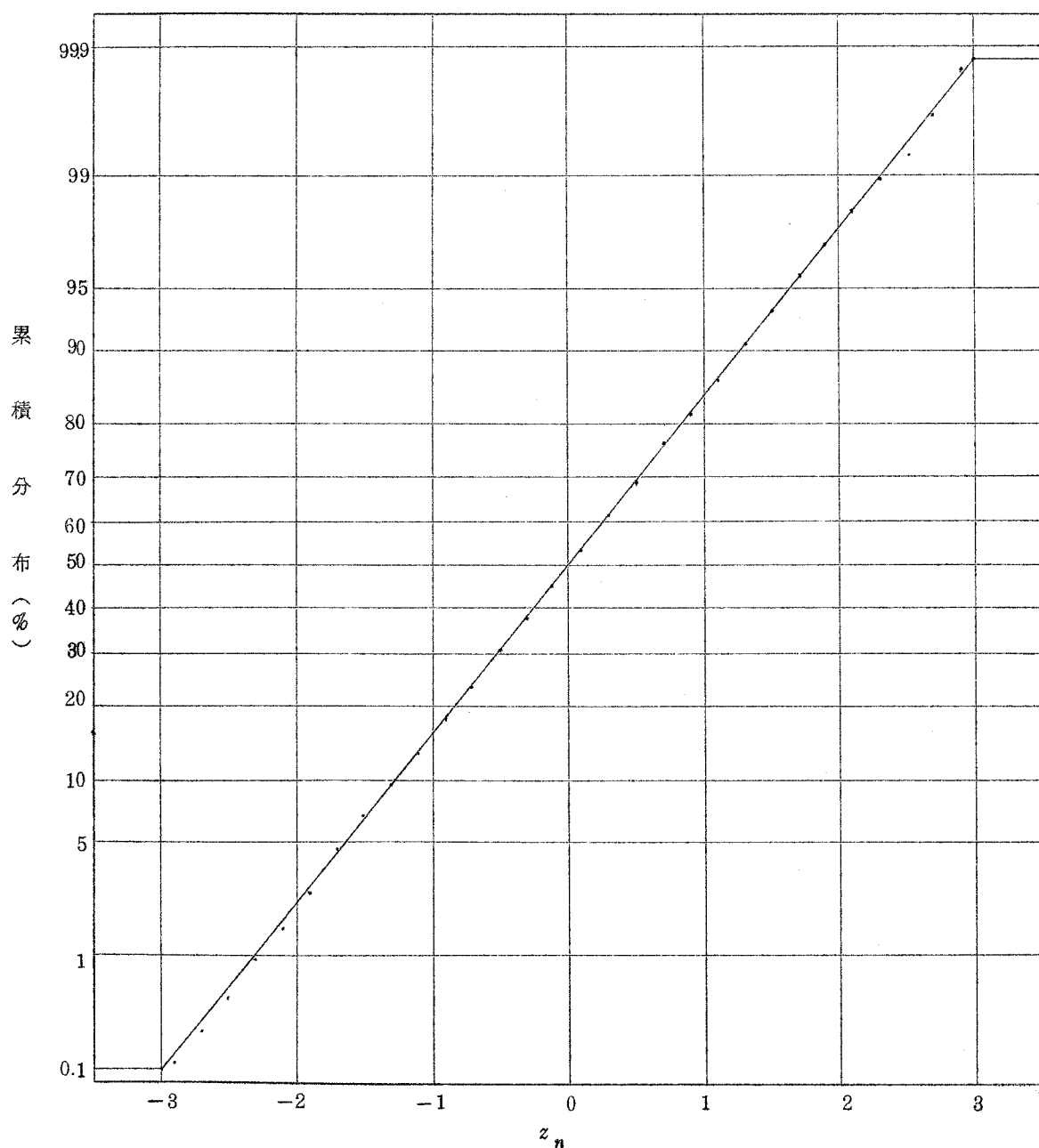


図 11.1 計算機で作ったノイズのレベル分布

また、この計算に当っては、計算機のプログラムの関係上、 $z_n$  の値を 0.2 ステップで量子化した状態で演算したので、4 捨 5 入による誤差が含まれている。

次に、このノイズの白色性を検定するために自己相関関数  $r_\nu$  の測定をおこなった。すなわち、

$$r_\nu = \frac{1}{10540} \sum_{n=1}^{10540} z_n z_{n+\nu} \quad (11.2.7)$$

の値を  $\nu = 1, 2, 3, 4, 123, 124, 125$  に対して測定した結果、次の値を得た。なおこの統計に於ても  $z_n$  の値を 0.2 ステップに量子化して計算した。

$$r_1 = r_{1,0} = -0.0054 \quad (11.2.8)$$

$$r_2 = r_{2,0} = -0.0030 \quad (11.2.9)$$

$$r_3 = r_{3,0} = -0.0062 \quad (11.2.10)$$

$$r_4 = r_{4,0} = -0.0055 \quad (11.2.11)$$

$$r_{123} = r_{-1,1} = 0.0138 \quad (11.2.12)$$

$$r_{124} = r_{0,1} = -0.0002 \quad (11.2.13)$$

$$r_{125} = r_{1,1} = -0.0074 \quad (11.2.14)$$

このノイズを混合してシミュレーションをおこなう画像は小画面で、1 走査線上の絵素数は 124 (ブランキングを含む) なので、 $r_{123}, r_{124}, r_{125}$  は二次元的に考えればそれぞれ二次元自己相関関数  $r_{-1,1}, r_{0,1}, r_{1,1}$  [第 3 章式 (3.2.2) 参照] に相当する。

この結果からわかるように  $r_\nu \ll r_0 \div 1$  ( $\nu \neq 0$ ) であり、各サンプルはほぼ独立とみなすことができる。また、このようにして作ったホワイトノイズを二次元の写真にすると、図 11.3 写真① 及び 図 11.4 写真①の如くであり、特に変な相関などは認められない。

以上の如く、このノイズは現在の目的に対して十分満足すべき性質を持っていることがわかる。

### 11.3 補間符号方式に対するノイズの影響

図 11.2 に示すような信号の流れを考える。スイッチを A に倒すとノイズの混合した映像信号が得られる。この信号を、S/N 比の悪いテレビカメラから出てくる信号とみなして、これを補間符号方式で伝送するものとする。この信号は補間符号方式の伝送路に対する入力という意味で、入力信号と呼ぶことにする。

この入力信号を補間符号方式で伝送した場合に受信側で得られる再生信号は、スイッチの端子 B に現われる。したがって図の減衰器 (ATT) の減衰量を変えて各種の S/N 比の入力信号 A とそれに対応する受信信号 B の画像 (録画写真) を比較すれば補間符号方式に対するノイ

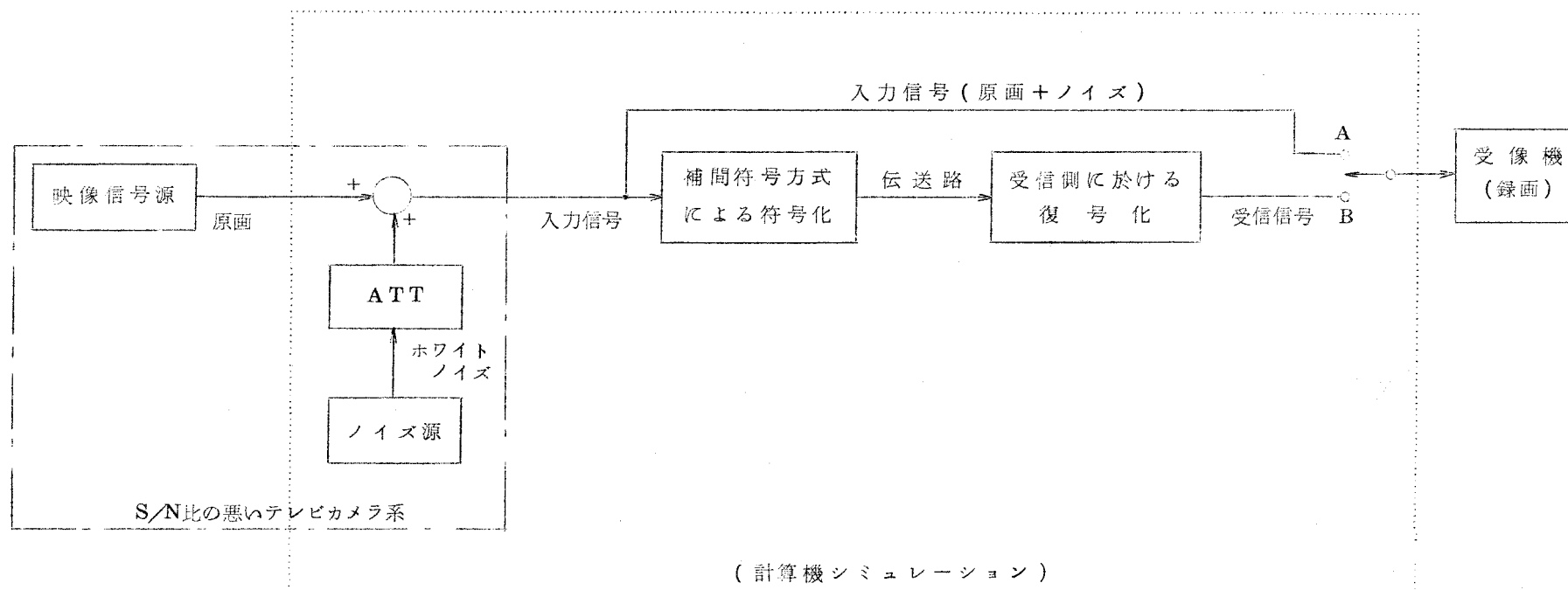
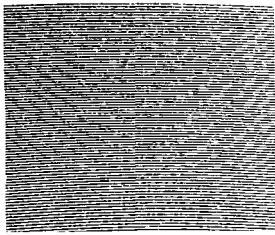
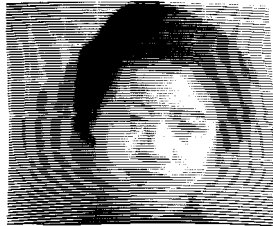


図 11. 2 補間符号方式に対するノイズの影響のシミュレーション



① ノイズ

ノイズ  
なし



②a



②b

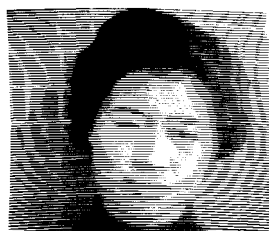


②c

$S/N = 40 \text{ dB}$



③a



③b



③c

$S/N = 35 \text{ dB}$



④a



④b



④c

$S/N = 30 \text{ dB}$



⑤a



⑤b



⑤c

$S/N = 25 \text{ dB}$



⑥a



⑥b



⑥c

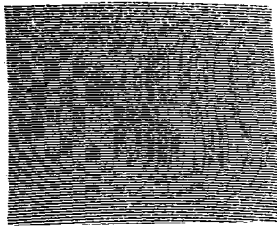
入力信号 (A)  
(原画+ノイズ)

主パルス 整列

主パルス インターレース

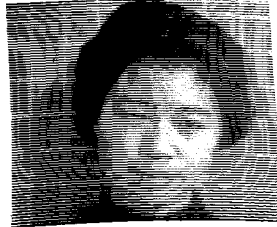
補間符号方式による受信信号 (B)

図 11.3 補間符号方式に対するノイズの影響



① ノイズ

ノイズ  
なし



②a

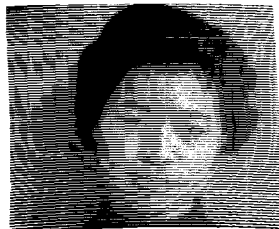


②b



②c

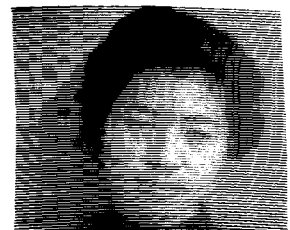
$S/N = 40 \text{ dB}$



③a



③b



③c

$S/N = 35 \text{ dB}$



④a



④b



④c

$S/N = 30 \text{ dB}$



⑤a

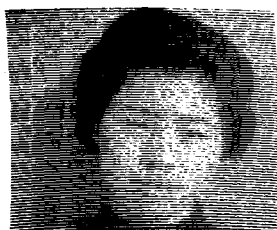


⑤b



⑤c

$S/N = 25 \text{ dB}$



⑥a



⑥b



⑥c

入力信号 (A)  
(原画+ノイズ)

主パルス 整列

主パルス インターレース

補間符号方式による受信信号 (B)

図 11.4 補間符号方式に対するノイズの影響

ズの影響を調べることができる。

実験はやはり計算機シミュレーションによっておこない、図の点線で囲んだ範囲の操作を電子計算機でシミュレートした。図11.3及び図11.4に示すように、入力信号の $S/N$ 比( $p-p$ 対 $r.m.s$ )※が、40dB, 35dB, 30dB, 25dBの各場合に対して主パルスを整列させた補間符号方式及び主パルスをインターレースさせた補間符号方式(10.3参照)の両者の受信画像を作った。図11.3と図11.4とは異ったノイズ(統計的性質は同じ)を用いて実験したものである。なおmix levelは第9章で得た最適値(式(9.5.10))に選ばれている。また、主パルスは6ビットに量子化されている。

主パルスの配列を整列させた場合とインターレースさせた場合の受信画像を比較すると、この被写体に関する限りでは $S/N$ 比の如何に関係なく、有意差は認められない。

$S/N$ 比が35dB以上ならば、入力信号A(原画+ノイズ)と補間符号方式の受信信号Bとの差異はほとんど認められない。一方 $S/N$ 比が25dBの場合には受信画Bに於てノイズが横に長く広がって、輪郭の乱れが目につく。 $S/N$ 比が30dBのときには、AとBとでノイズの性質が変っていることは認められるが、Bのノイズは横に長くなると同時に振幅も減少しているので、視覚的にはノイズを低域濾波器に通したような感じを受け、むしろAよりも目立ちにくくなっている。

以上の点を総合すると、入力信号の $S/N$ 比が30dBよりも良ければ補間符号方式によって信号を伝送しても画質劣化を起さないが、 $S/N$ 比がこれよりも悪くなると、急激に画質が悪くなる。

しかしテレビカメラの $S/N$ は一般に、4インチ半のイメージオルシコン(例えば7295)で40dB, 3インチイメージオルシコン(例えば5820)で35~37dB程度であり、またビデオンカメラ(例えば7038)ではアパーチャー補正(aperture correction)をおこなわない場合には40dB, アパーチャー補正をおこなった場合には35dB程度である。したがって、伝送すべき信号の $S/N$ 比が35dBよりも悪くなることはまずないと考えても良い。故に補間符号方式は入力信号に含まれるノイズに対しても十分安定に動作し、ノイズの悪影響を強調するようなことは無いと結論することができる。

#### 11.4 動くノイズの影響

前節では静止したノイズの補間符号方式に対する影響を調べたが、通常のテレビ信号では一般にノイズパターンはフレーム毎に変化する。したがってノイズが動く場合の影響も調べておく必要がある。

---

※  $S/N$ 比の表現法は、テレビ信号に対する $S/N$ 比の表現の慣例に従って、映像信号の $p-p$ 値対ノイズの $r.m.s$ 値の比をデシベルで表示した。

本節では動くノイズの影響を計算機シミュレーションによって調べた。動くノイズの影響をシミュレートするためには、各フレーム毎に異ったノイズパターンを加えた映像信号に対する受信画像を順次映画フィルムに撮影していき、このフィルムを映写してみればよい。しかし、このようなフィルムを何百駒も作るためには計算機の演算時間が龐大なものになってしまうので、次のような手段によって演算時間の短縮をはかった。

まずホワイトノイズを9フレーム分計算機で発生して、このノイズを加えた入力信号（原画＋ノイズ）を9フレーム作る。（図11.3及び図11.4の(4a)の如き写真を9駒作る。）この9フレームの入力に対する補間符号方式の受信画像を計算機シミュレーションによって作る。（図11.3及び図11.4の写真(4c)参照）このようにして得られた9フレームの受信画を16mmの映画フィルムにランダムな順序に焼付ける。この映画フィルムをループにして映写機で映写して視覚的に観測する。入力信号に対しても同様のフィルムを作って受信画との比較実験をおこなう。このようにすれば、フレーム毎に完全に異ったノイズを加えた場合と視覚的にはほとんど変らない状態を作ることができ、ノイズの動く場合のシミュレーション実験になる。

なお、9フレームの画像を映画フィルムに焼増しする場合の駒の順序は、次のような点を考慮して定めた。本来ならばテレビ画面に混入するノイズはフレーム毎に異ったパターンになるのであるから、映画フィルムに於て同一のノイズパターンが2駒連続して現われると、ノイズパターンが静止したことになってしまつて好ましくない。さらに同じノイズパターンが時間的にあまり接近して現われる場合には、視覚系の残像のためにやはり実際のノイズとは異った感じを受けることが予想される。しかし一方、9駒のフィルムを同じ順序で繰り返して焼付けたのでは周期性が感じられてこれもまた好ましくないであろう。そこで映画フィルムに於ける駒の順序は、次のような制約条件を付した上でランダムに定めた。

まず9駒のフィルムに1, 2, …, 9と番号を付ける。次に1から9までの数字を記入したチップを各6枚ずつ用意する。このチップの中から無作為に1枚ずつ取り出して1から9までの数字の列を作る。1度取り出したチップは2回は使用しない。この操作に於て、取り出した数字がその1つ前又は2つ前の数字と同一であった場合にはそのチップをもとへもどしてあらためて選びなおす。このような操作によって  $9 \times 6 = 54$  個の数字の列が作られる。この操作を3回繰り返して  $54 \times 3 = 162$  個の数字の列を作り、この順序にフィルムを焼付けた。

実際に、このようにして作った映画フィルムを映写してみると、フィールド毎に完全に異ったノイズが混合したテレビ画面と視覚的には全く変らない状態を得ることができる。

実験は、計算機の演算時間の制約の関係で、入力信号のS/N比が35dBの場合に対してのみおこなった。なお主パルスは縦に1列に整列させ、mix level は最適値〔式(9.510)〕

に選んでいる。また被写体は、前節と同じく女性の顔で、1フレームの有効絵素数は $116 \times 85$ である。

入力画と受信画とを映写して比較した結果は、差異は非常に小さかった。特に、入力画と受信画のフィルムを一本に接続して映写すると、そのつなぎ目のところで両者の違いが最もはっきり認められるのであるが、このような比較をしてもよほど注意して何回も映写してみないと違いは目につかなかった。あえて差異を探せば、画面の平坦部（額や背景の壁の部分）ではノイズは多少減少し、輪郭の一部（向って右側の額と頭髪との境界部）では逆にノイズが多少強調されているように感ぜられる。しかしこのような差異も非常に小さいもので、適視距離（画面高さの20倍——標準方式の画像を画面高さの4倍の距離から観測する状態に相当する距離）から観測すれば違いはほとんど認められない。

本節の実験は入力信号の $S/N$ 比が $35\text{ dB}$ の場合についてしかおこなっていないが、適視距離から画像を観測する限りではノイズの悪影響は全く認められないことが判明した。前節でも述べた如く、通常のテレビ信号では $S/N$ 比が $35\text{ dB}$ 以下になることはほとんど無いのであるから、補間符号方式でテレビ信号を伝送する場合に、信号に含まれているノイズの悪影響を心配する必要はないと考えられる。

### 11.5 本章のとりまとめ

- (1) 補間符号方式に対するノイズの影響を計算機シミュレーション実験によって調べた。
- (2) 入力信号の $S/N$ 比が $30\text{ dB}$ よりも良ければ、補間符号方式で信号を伝送しても、ノイズの悪影響は起らないことがわかった。
- (3) テレビ信号源の $S/N$ 比は一般に $35\text{ dB}$ よりも良いので、補間符号方式で信号を伝送したときにノイズの悪影響を受けることはない。
- (4) 上記結論は静止したノイズに対しておこなった実験から得られたものであるが、テレビ信号に混入する通常のノイズの如くノイズパターンがフレーム毎に変動する場合でも、ノイズの悪影響を心配する必要のないことを実験的に確かめた。



## 第12章 補間符号方式の変形

### 12.1. 概 要

補間符号方式は，これまで論じてきた方式のみでなく種々の変形が考えられる。例えば，これまでの方式では主パルスの間隔は4絵素周期に選ばれていたが，主パルス周期を8絵素に広げれば，伝送路容量をさらに減少することができる。もちろんこの場合は受信側での再生画の画質がある程度劣化することは容認しなければならない。

また別の方式として，これまでの方式では信号の処理は1本の走査線の範囲内でおこなわれていたが，これを隣接した走査線間にまで拡張した二次元補間符号方式を考えることもできる。

使用目的によっては，このような変形方式の方が有利な場合もあるので，本章ではこの2種の変形方式について論ずる。

### 12.2. 8絵素周期補間符号方式<sup>(10-1)(5-43)</sup>

#### 12.2.1. 3値量子化方式

従来の補間符号方式では主パルス間隔は4絵素周期に選ばれていたが，主パルス周期を2倍の8絵素に広げれば，伝送路容量は従来の方式よりも小さくできる。

符号化の方法は従来の方式（第6章）とほぼ同じである。相隣り合った主パルスを $x_0, x_8$ とし，その間にはさまれる補間パルス $x_1, x_2, \dots, x_7$ の符号化について考えよう。

まず最初に中央の補間パルス $x_4$ の符号化をおこなう $x_4$ の値が3個のレベル

$$\frac{x_0+x_8}{2} + m(x_8-x_0), \quad \frac{x_0+x_8}{2}, \quad \frac{x_0+x_8}{2} - m(x_8-x_0) \quad (12.2.1)$$

のうちのどれに最も近いかを判定して，最も近い値 $x_4^*$ に量子化する。すなわち

$$x_4^* = \begin{cases} \frac{x_0+x_8}{2} + m(x_8-x_0) & \left( x_4 - \frac{x_0+x_8}{2} \geq \frac{m(x_8-x_0)}{2} \text{ のとき} \right) \\ \frac{x_0+x_8}{2} & \left( \left| x_4 - \frac{x_0+x_8}{2} \right| < \frac{m(x_8-x_0)}{2} \text{ のとき} \right) \\ \frac{x_0+x_8}{2} - m(x_8-x_0) & \left( x_4 - \frac{x_0+x_8}{2} \leq -\frac{m(x_8-x_0)}{2} \text{ のとき} \right) \end{cases} \quad (12.2.2)$$

ここに  $m(u)$  は mix level を与える関数である。

$x_4^*$  の値が定まれば、あとは  $x_4^*$  を主パルスと考えて従来の 4 絵素周期の補間符号方式と同様の符号化をおこなう。すなわち関数  $m_A(u)$  を用いて  $x_2, x_6$  の符号化をおこない、続いて関数  $m_B(u)$  を用いて  $x_1, x_3, x_5, x_7$  の符号化をおこなう。この状態を図示すれば図 12.1 の如くなる。なお、補間パルスの符号化に先立って、主パルスは 6 ビットに量子化される。

伝送すべき情報量は、主パルスに対して 6 ビット、補間パルスに対して  $\log_2 3 = 1.6$  ビットであるから、1 絵素平均 2.1 ビットである。

関数  $m_A(u)$  と  $m_B(u)$  とは 4 絵素周期の方式の最適値すなわち式 (9.5.7) の如くを選んで実験をおこなった。 $m(u)$  は次の 2 通りの形について実験した。

一つは、 $m_A(u), m_B(u)$  の形からの類推（外挿）で、

$$m(u) = 1.2 + \frac{|u|}{4} \quad * \quad (12.2.3)$$

と選んだ場合である。

もう一つは、量子化誤差電力を最小にするために 9.5 で用いたと同様の手法を用いて定めた  $m(u)$  を用いた場合である。 $m(u)$  の決定のために、主パルス周期を 8 絵素にした場合の原画

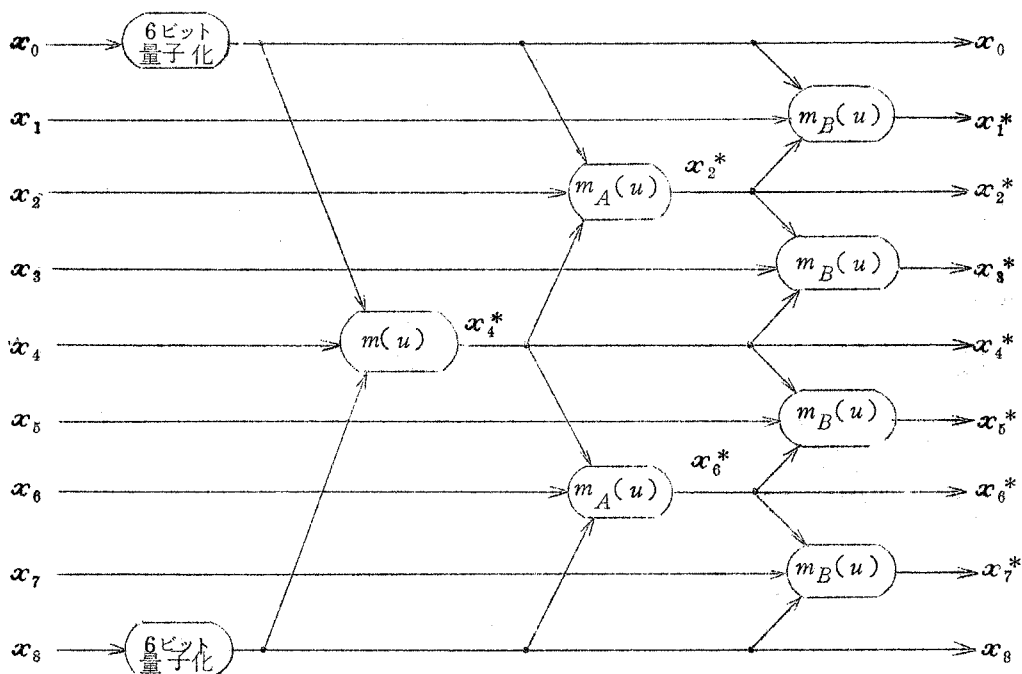


図 12.1 8 絵素周期補間符号方式の符号化の順序

\* 本章では、信号レベルの単位は第 8 章、第 9 章と同様に、入力信号の  $p-p$  値の  $1/190$  に選ばれている。

(女性の顔)の  $u-v$  分布 (8.6 参照) を測定した。すなわち原画の信号レベルを  $x_m$  とするとき、新たな変数の組

$$\left. \begin{aligned} u_m &= x_{m+4} - x_{m-4} \\ v_m &= x_m - \frac{x_{m-4} + x_{m+4}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (12.2.4)$$

に対して、 $|u_m|$  が一定値  $|u|$  に等しい組の  $v_m$  の標準偏差  $\sigma(|u|)$  を測定すると図 12.2 の如くである。したがって 9.5 と同様の考え方にしたがって、誤差電力を最小にする関数形  $m(u)$  の一次近似値を求めると、

$$m(u) = 9 + \frac{|u|}{3} \quad (12.2.5)$$

を得る。

この 2通りの  $m(u)$  に対して、主パルスの二次元的配列を整列させた場合とインターレースさせた場合 (10.3 参照) の両者の受信画を計算機シミュレーションによって作ったのが図 12.3 である。

主パルスを整列させた写真②と④では、向って右側の襟の部分の黒い縦線がほとんど消えてしまっている。これは、主パルスがちょうどこの襟の部分をもたぐような位置に来ているためであるが、再生画は非常に不自然である。これに反して、主パルスをインターレースさせた写真③と⑤では、襟の部分の波形は走査線 1 本おきではあるがあまり歪なく再生されている。したがって適視距離 (画面高さの 20 倍) から見れば、不完全ではあるが視覚的に縦方向に平滑化されるために縦線が再生されたように見える。このように 8 絵素周期の補間符号方式では、主パルスを整列させると、4 絵素周期の場合とは違って、受信画像ではかなり太い縦線までが消えてしまう可能性がある。したがって、8 絵素周期の場合には主パルスをインターレースさせた方がよい。

一万 mix level を定める関数  $m(u)$  は、主パルスをインターレースさせた場合には、式 (12.2.3) と式 (12.2.5) のいずれを用いても再生画の画質にあまり違いはない。しかし  $m(u)$  としていずれを選んだとしても、写真③、⑤の如く向って右側の頬や額の輪郭付近にスミヤー的な波形歪が認められ、しかも走査線 1 本おきにこの歪の量が異っているので、再生画の画質はあまり良くない。

このように主パルス周期が 8 絵素に広がると、すべての補間パルスを 3 値に量子化したのではあまり良い再生画は得られない。これを解決するために試みられたのが次の 5 値量子化方式である。

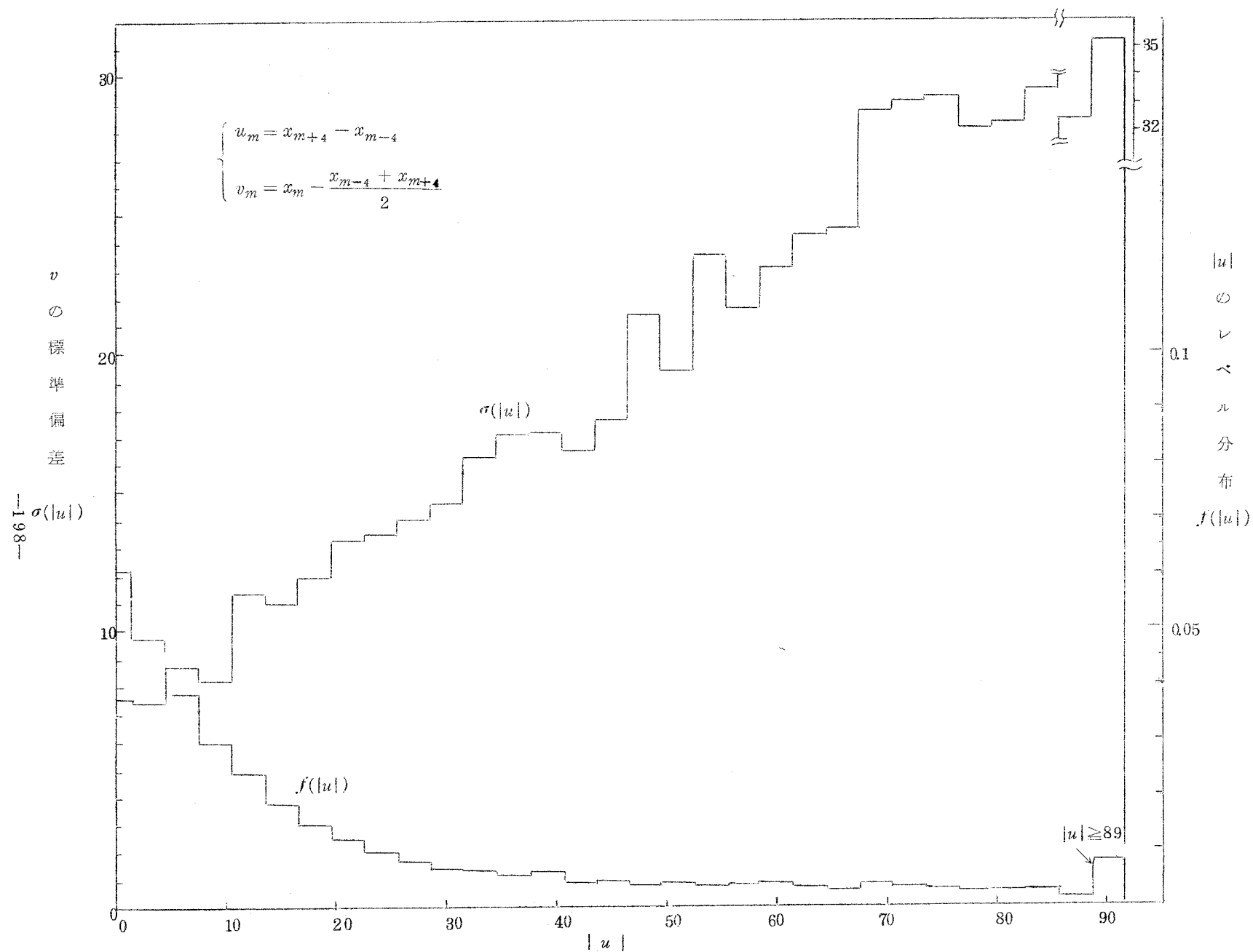
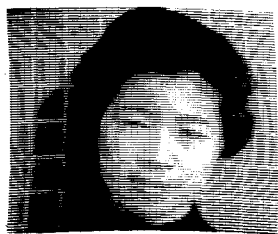
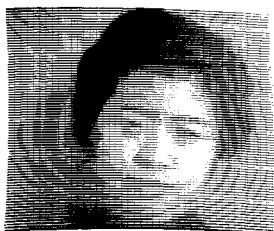


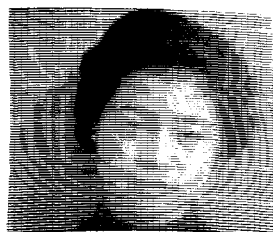
図 12.2 8 絵素周期の  $u-v$  分布



① 原 画  
6 ビット量子化



② 主パルス整列  
 $m(u) = 12 + \frac{|u|}{4}$



③ 主パルスインターレース  
 $m(u) = 12 + \frac{|u|}{4}$



④ 主パルス整列  
 $m(u) = 9 + \frac{|u|}{3}$



⑤ 主パルスインターレース  
 $m(u) = 9 + \frac{|u|}{3}$

$$\text{全て} \begin{cases} m_A(u) = 6 + \frac{|u|}{4} \\ m_B(u) = 3 + \frac{|u|}{4} \end{cases}$$

図 12.3 3 値量子化，8 絵素周期補間符号方式の受信画像

### 12.2.2 5値量子化方式

前記の8絵素周期3値量子化方式で，画質劣化の最大の原因は，主パルスの間隔が広すぎるために中央の補間パルス  $x_4$  が忠実に再現されない点にある。 $x_4$  の再現性を良くするために， $x_4$  に対しては従来の3値量子化の代りに5値量子化するようにすれば，画質はかなり改善される。その他の補間パルスは従来通り3値量子化する。この場合の伝送路容量は，主パルスに対して6ビット，中央の補間パルスに対して  $\log_2 5 = 2.3$  ビット，その他の補間パルスに対して  $\log_2 3 = 1.6$  ビットであるから，1絵素平均2.2ビットである。したがって伝送すべき情報量は，3値量子化方式（2.1ビット）に比してあまり増加しない。

中央の補間パルス  $x_4$  の符号化は次のようにおこなう。mix level を定める関数  $m_1(u)$  と  $m_2(u)$  ( $m_1(u) < m_2(u)$ ) を用いて，補間パルスのレベルが次の5個のレベル

$$\frac{x_0+x_8}{2}, \quad \frac{x_0+x_8}{2} \pm m_1(x_8-x_0), \quad \frac{x_0+x_8}{2} \pm m_2(x_8-x_0) \quad (12.2.6)$$

のうちのどの値に最も近いかを判断して，最も近い値  $x_4^*$  に量子化する。 $x_4^*$  の値が定まればあとは前述の3値量子化方式の場合と全く同様の操作に従って他の補間パルスの符号化をおこなう。

mix level は9.5と同様の考え方に従って，量子化誤差電力を最小にするように定めた。すなわち，与えられた  $|u| = |x_8 - x_0|$  に対する  $v = x_4 - \frac{x_0+x_8}{2}$  の分布を，平均値0，分散  $\sigma^2 = \sigma^2(|u|)$  の正規分布と仮定する。 $x_4$  を式(12.2.6)の如く量子化することは， $v$  を0， $\pm m_1 = \pm m_1(|u|)$ ， $\pm m_2 = \pm m_2(|u|)$  の5値に量子化することに相当するから，量子化誤差電力  $\varepsilon$  は，

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{-\frac{m_1+m_2}{2}} (v+m_2)^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \\ & + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\frac{m_1+m_2}{2}}^{-\frac{m_1}{2}} (v+m_1)^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \\ & + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\frac{m_1}{2}}^{\frac{m_1}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \\ & + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\frac{m_1}{2}}^{\frac{m_1+m_2}{2}} (v-m_1)^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \\ & + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\frac{m_1+m_2}{2}}^{\infty} (v-m_2)^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv \end{aligned} \quad (12.2.7)$$

である。この誤差電力  $\varepsilon$  を最小にする  $m_1$  ,  $m_2$  を数値計算によって求めると、

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= 0.765\sigma \\ m_2 &= 1.724\sigma \end{aligned} \right\} \quad (12.2.8)$$

という結果を得る。したがって図 12.2 の  $\sigma(|u|)$  のグラフを直線近似して、誤差電力を最小にする mix level の一次近似値を求めると

$$\left. \begin{aligned} m_2(u) &= 1.2 + \frac{|u|}{2} \\ m_1(u) &= \frac{4}{9} m_2(u) \end{aligned} \right\} \quad (12.2.9)$$

を得る。

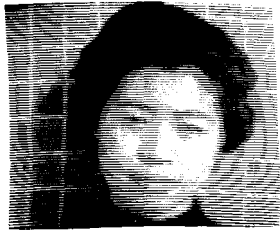
mix level を式 (12.2.9) のように選んだ場合の受信画像は、図 12.4 の写真②と③の如くなる。②は主パルスを整列した場合、③はインターレースさせた場合の受信画像である。主パルスを整列させた場合には、3 値量子化方式の場合と同様に、向って右側の襟の部分の太い縦線が薄くなってほとんど消えかかっている。しかし主パルスをインターレースさせれば、この欠点はかなり救うことができる。主パルスをインターレースさせた場合には、この他にも額と頭髮の間の輪郭が多少乱れているのは認められるが、1 絵素当り 2.2 ビットという情報量を考慮すればかなり良い画質である。

なお mix level を式 (12.2.9) の代りに

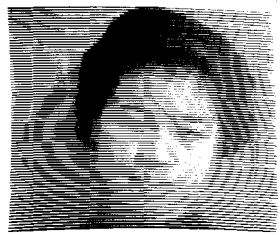
$$\left. \begin{aligned} m_2(u) &= 1.2 + \frac{|u|}{2} \\ m_1(u) &= \frac{1}{2} m_2(u) \end{aligned} \right\} \quad (12.2.10)$$

としても再生画の画質はあまり変らない。mix level をこのように選べば、符号化操作をデジタル的におこなう場合には符号化装置を多少簡単にできるであろう。

この 5 値量子化 8 絵素周期補間符号方式は、画質を多少犠牲にしても帯域を減少することが望まれるような場合に適当な方法である。



① 原 画  
6 ビット量子化



② 主パルス整列

$$\begin{cases} m_2(u) = 12 + \frac{|u|}{2} \\ m_1(u) = \frac{4}{9} m_2(u) \end{cases}$$

③ 主パルス インターレース

$$\begin{cases} m_2(u) = 12 + \frac{|u|}{2} \\ m_1(u) = \frac{4}{9} m_2(u) \end{cases}$$



④ 主パルス整列

$$\begin{cases} m_2(u) = 12 + \frac{|u|}{2} \\ m_1(u) = \frac{1}{2} m_2(u) \end{cases}$$

⑤ 主パルス インターレース

$$\begin{cases} m_2(u) = 12 + \frac{|u|}{2} \\ m_1(u) = \frac{1}{2} m_2(u) \end{cases}$$

全て

$$\begin{cases} m_A(u) = 6 + \frac{|u|}{4} \\ m_B(u) = 3 + \frac{|u|}{4} \end{cases}$$

図 12.4 5 値量子化，8 絵素周期補間符号方式の受信画像



### 12.3. 二次元補間符号方式<sup>(6-1),(6-2)</sup>

#### 12.3.1. 主パルスを菱形に選ぶ方式

これまで論じてきた補間符号方式では，信号の処理は1本の走査線の範囲内でおこなわれていたが，これを隣接した走査線間にまで拡張したのが二次元補間符号方式である。特に区別する必要のあるときは従来の方式を一次元補間符号方式と呼ぶ。

主パルスの選び方と補間の方法の違いによっていくつかの方法が考えられるが，ここでは図12.5に示す3種の方式について論ずる。

まず同図(a)の方式を考えよう。図は画面の一部を示し，◎印の絵素が主パルスを，○印および⊙印の絵素が補間パルスを表わす。補間は矢印の方向に進めていく。補間の方法は一次元補間符号方式の場合と全く同じである。mix levelを求める関数は，すべての補間パルスに対して同一の関数 $m(u)$ を用いている。

$$m(u) = 4 + \frac{|u|}{4} \quad (12.3.1)$$

とした場合の受信画像を図12.6写真②に示す。このmix levelの値は，この実験に用いた入力画像の絵素間の相関は横方向よりも縦方向の方が小さいこと〔表8.1参照〕を考慮して，一次元方式の最適のmix level  $m_B(u)$  よりも多少大きく選んだものである。

写真②で最も目につく欠点は，背景の横の白線や唇の部分に周期的に(4絵素周期)黒い斑点の生じていることである。これは次の原因によって生じたものである。すなわち，図12.5(a)に示すように，同一走査線上にある補間パルスのうち，あるもの(○印)は上下方向から補間され，他のもの(⊙印)は左右方向から補間されるためである。

#### 12.3.2. 主パルスを正方形に選ぶ方式

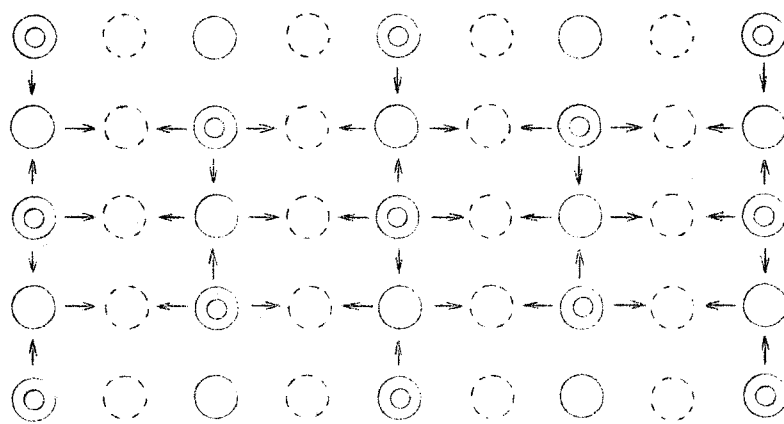
前記の方式で生じた斑点は，主パルスを図12.5(b)のように選べば，ある程度は除去できる。mix levelを

$$m(u) = 4 + \frac{|u|}{4} \quad (12.3.2)$$

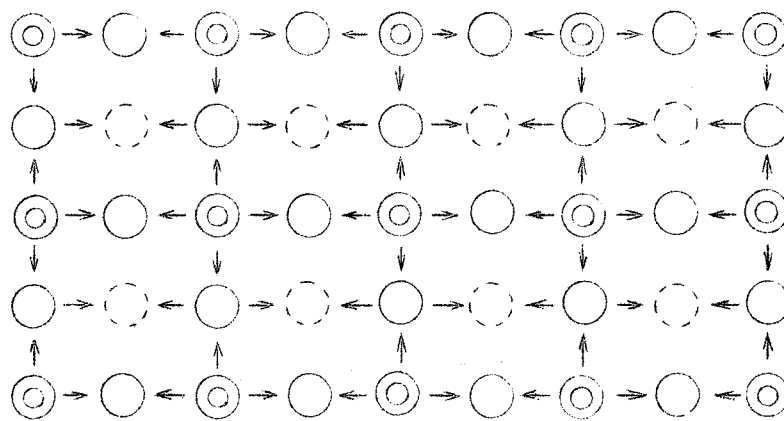
と選んだ場合を図12.6写真③に，

$$m(u) = \max \left\{ 4 + \frac{|u|}{4}, 10 \right\} \quad (12.3.3)$$

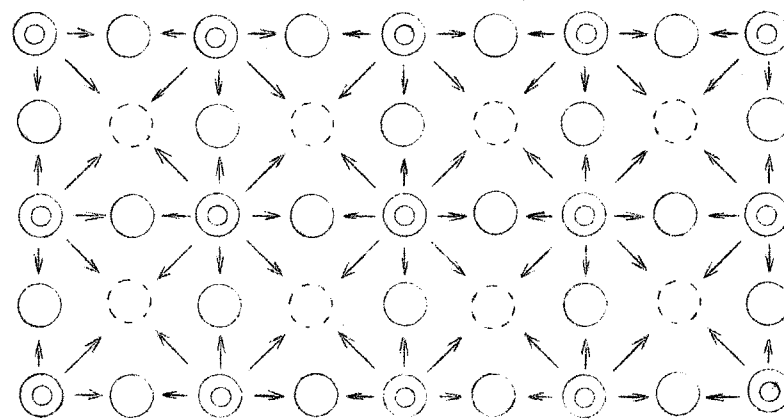
と選んだ場合を写真④に示す。



(a) 主パルスを菱形に選ぶ方式



(b) 主パルスを正方形に選ぶ方式



(c) 主パルスを正方形に選び，4点補間をおこなう方式

- ◎ 主パルス
- ○ 補間パルス
- 補間の方法

図 12.5 二次元補間符号方式



① 原 画



$$\textcircled{2} \quad m = 4 + \frac{|u|}{4}$$

主パルスを菱形に選ぶ方式，〔図 12.5 (a)〕



$$\textcircled{3} \quad m = 4 + \frac{|u|}{4}$$



$$\textcircled{4} \quad m = \max\left\{4 + \frac{|u|}{4}, 10\right\}$$

主パルスを正方形に選ぶ方式〔図 12.5 (b)〕



$$\textcircled{5} \quad m = 4 + \frac{|u|}{4}$$



$$\textcircled{6} \quad m = \max\left\{4 + \frac{|u|}{4}, 10\right\}$$



$$\textcircled{7} \quad m = \max\left\{4 + \frac{|u|}{4}, 15\right\}$$

主パルスを正方形に選び，4点補間をおこなう方式〔図 12.5 (c)〕

図 12.6 二次元補間符号方式のシミュレーション

この方式に於ても斑点が完全に除かれているわけではなく、補間パルスだけを含む走査線（主パルスを含まない走査線）では斑点が生じている。これは1回の補間操作によって作られる○印の補間パルスと2回の補間操作によって作られる(・)印の補間パルスのレベルが異なるためであり、mix level の大きい写真④の方が、斑点がはっきり認められる。しかしこの斑点は周期が2絵素であること、主パルスを含む走査線（全走査線数の半数）においてはこの現象が現われないことなどのために、図 12.5 (a) の方式ほどは目立たない。

#### 12.3.3. 4点補間法

前記の斑点を完全に除くために試みられたのが図 12.5 (c) の方式である。主パルスの選び方は図 12.5 (b) と同じであるが、(・)印の補間パルスはその周囲の4個の主パルスから直接補間する。この補間に於ては、4個の主パルスのうちでレベルの最大のものとの最小のものの差を  $u$  とする。補間パルスは、4個の主パルスのレベルの平均値、または平均値に mix level  $m(u)$  を加えた値、または平均値から  $m(u)$  を減じた値のうちで入力値に最も近い値に量子化する。mix level を求める関数は、○印の補間パルスに対しても(・)印の補間パルスに対しても同一の関数  $m(u)$  を用いた。

$$m(u) = 4 + \frac{|u|}{4} \quad (12.34)$$

とした場合の再生画を図 12.6 写真⑤に、

$$m(u) = \max \left\{ 4 + \frac{|u|}{4}, 10 \right\} \quad (12.35)$$

とした場合を写真⑥に、

$$m(u) = \max \left\{ 4 + \frac{|u|}{4}, 15 \right\} \quad (12.36)$$

とした場合を写真⑦に示す。

写真⑦は mix level が大きすぎるために画質が劣化している。写真⑥も背景の白線の両側のトランジェント的な黒い斑点が少し目につく、結局写真⑤が最も原画に近い。

#### 12.3.4. 再生波形と統計量

二次元補間符号方式によって伝送された信号の受信側に於ける再生波形の一例を図 12.7 に示す。これは図 12.6 の写真で、右眼の上を通る走査線を描いたものである。この走査線は、主パルスを正方形に選ぶ方式と、4点補間をおこなう方式に於ては、主パルスを含まない走査線に当たっている。(図 12.7 (b) ~ (f)) なお、この走査線は図 9.3 で示した走査線の1本下を通るものである。

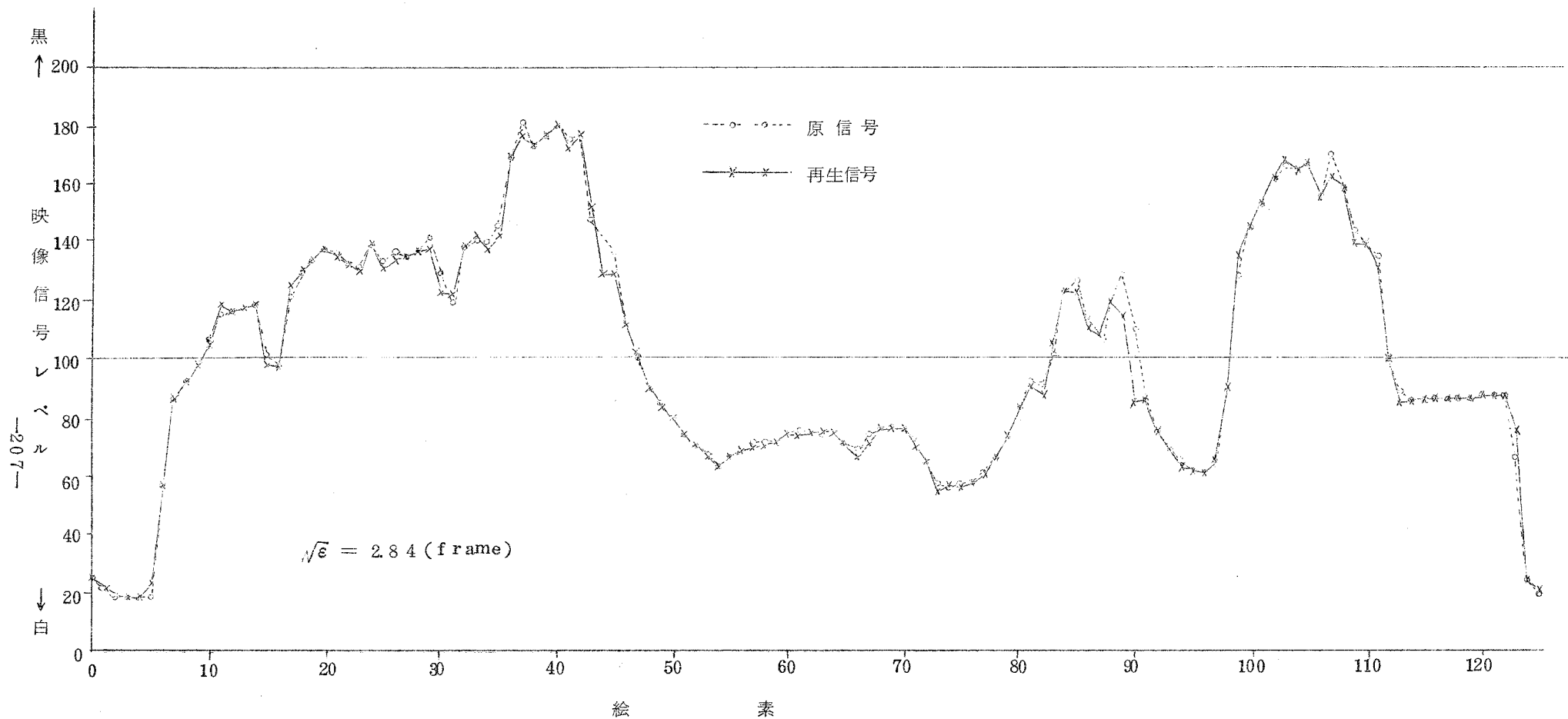


図 12.7 (a) 二次元補間符号方式の再生波形の一例  
主パルスを菱形に選ぶ方式〔図 12.5 (a) の方式〕

$$m(u) = 4 + \frac{|u|}{4} \quad \text{写真② (図 12.6)}$$

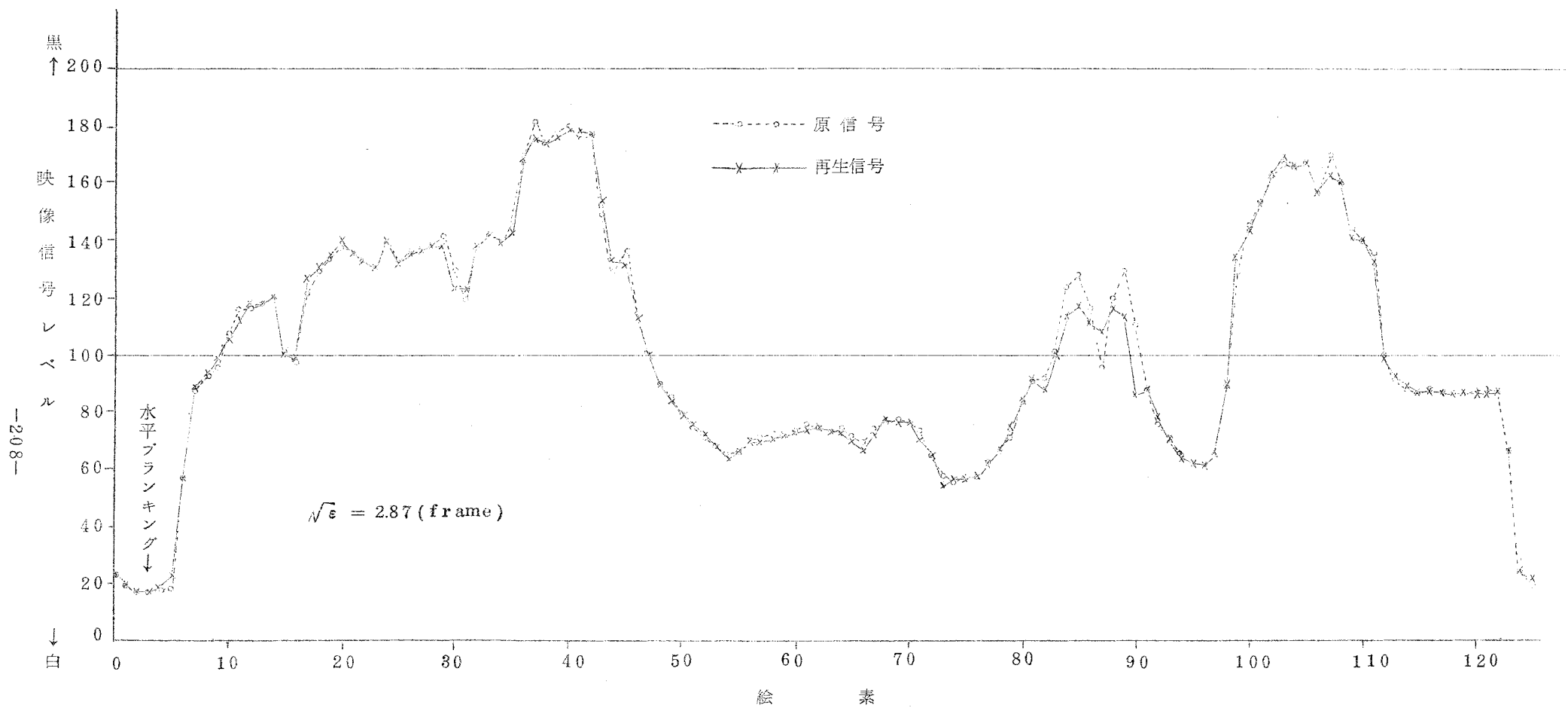


図 12.7 (b) 二次元補間符号方式の再生波形の一例  
主パルスを正方形に選ぶ方式〔図 12.5 (b) の方式〕

$$m(u) = 4 + \frac{|u|}{4} \quad \text{写真③ (図 12.6)}$$

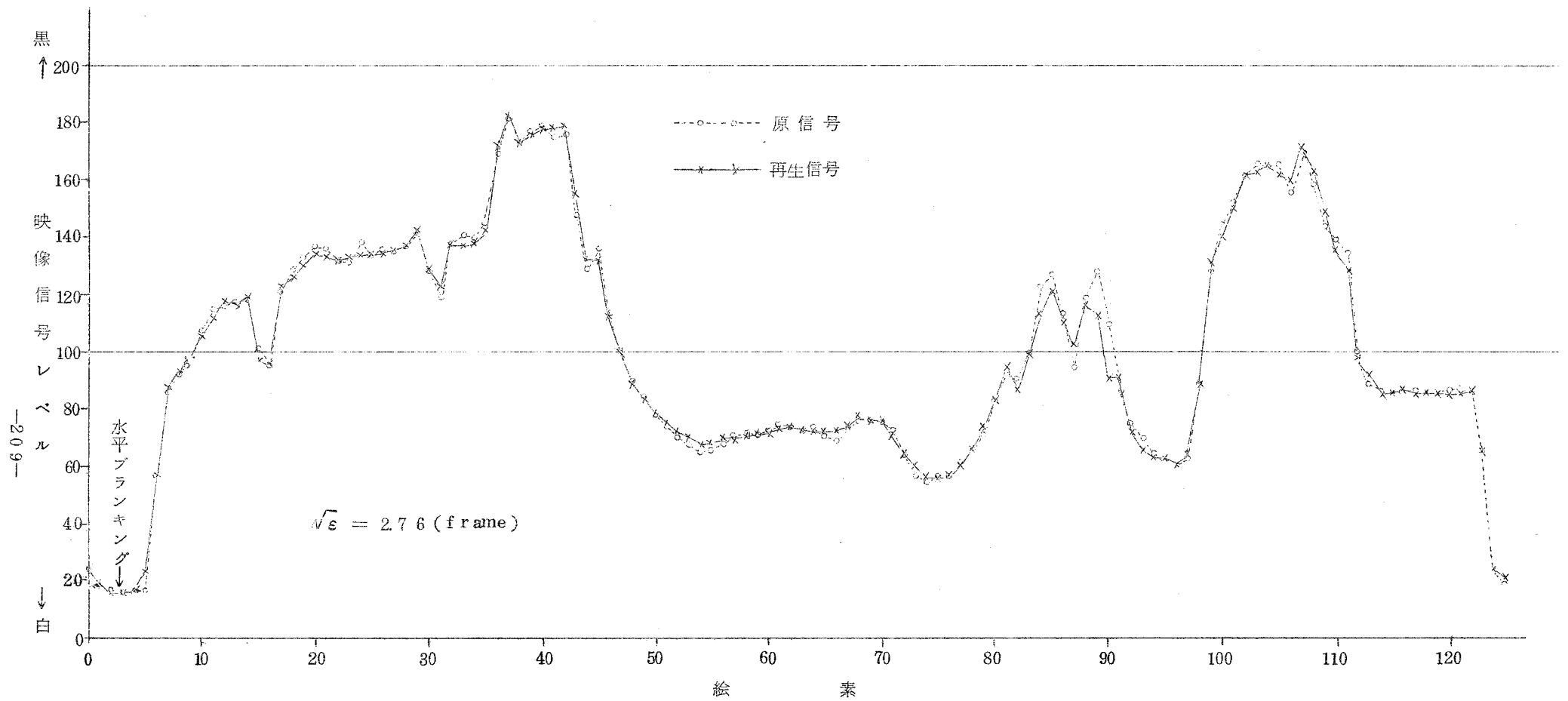


図 12.7 (c) 二次元補間符号方式の再生波形の一例

主パルスを正方形に選ぶ方式〔図 12.5 (b) の方式〕

$$m(u) = \max \left\{ 4 + \frac{|u|}{4}, 10 \right\} \quad \text{写真④ (図 12.6)}$$

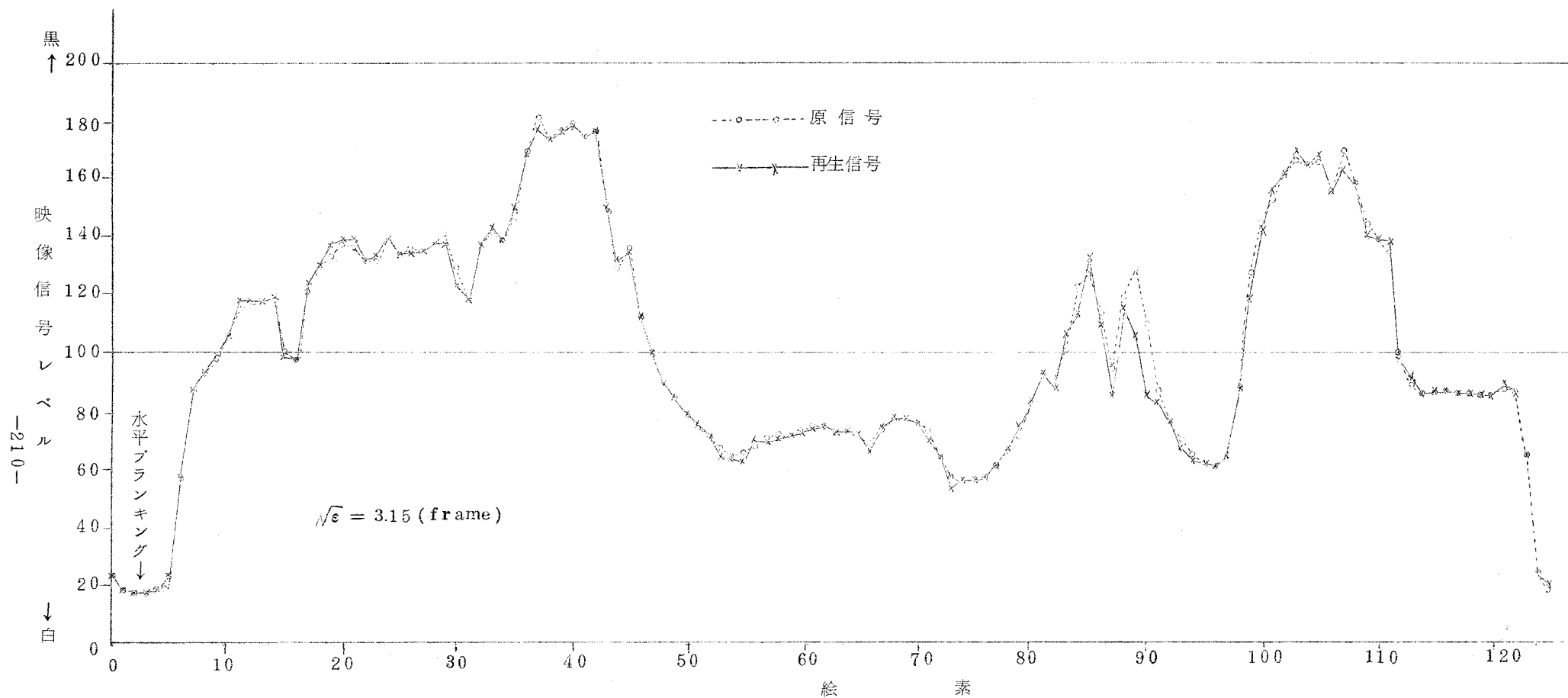


図 12.7 (d) 二次元補間符号方式の再生波形の一例  
4 点補間法 [ 図 12.5 (c) の方式 ]

$$m(u) = 4 + \frac{|u|}{4} \quad \text{写真 ⑤ (図 12.6)}$$



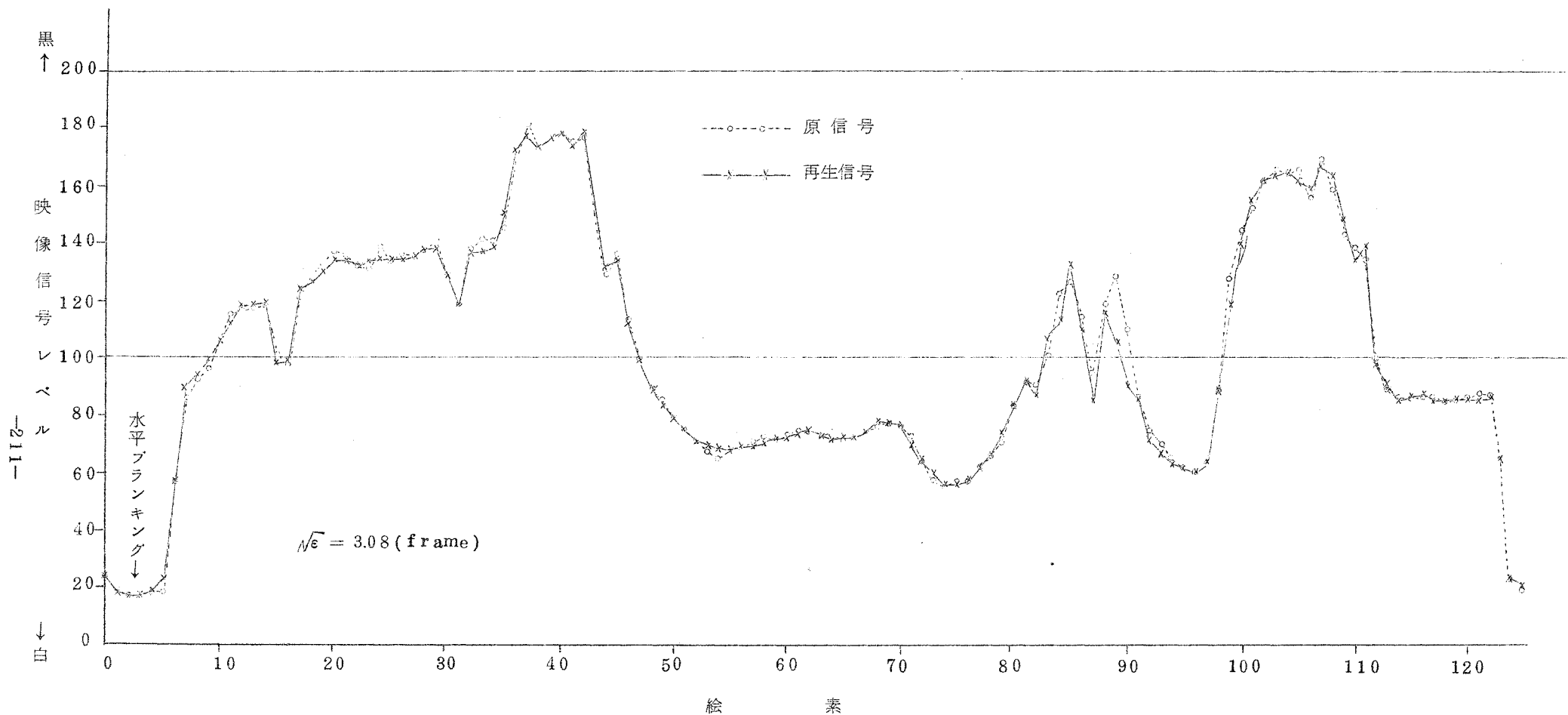


図 12.7 (e) 二次元補間符号方式の再生波形の一例

4点補間法〔図 12.5 (c)の方式〕

$$m(u) = \max \left\{ 4 + \frac{|u|}{4}, 10 \right\} \quad \text{写真⑥ (図 12.6)}$$

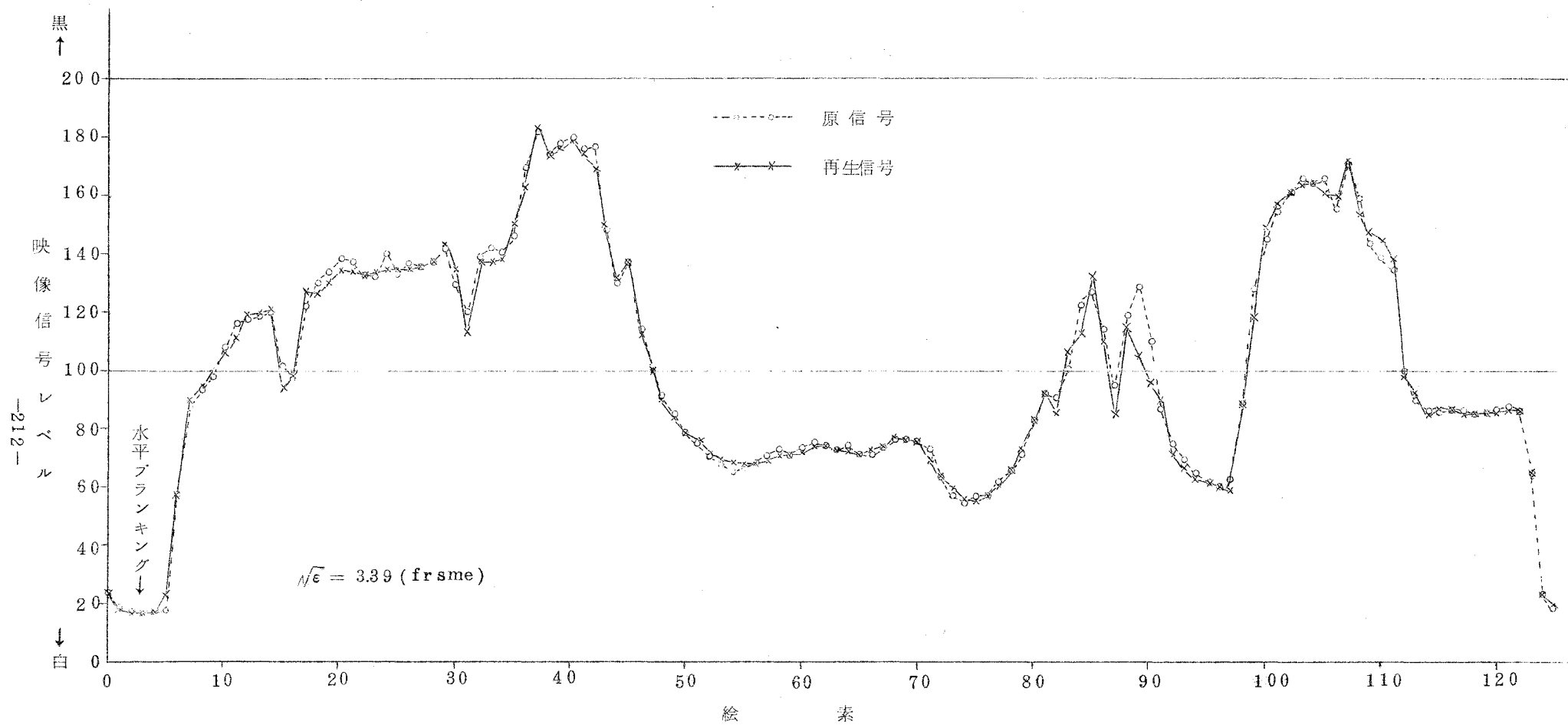


図 12.7 (f) 二次元補間符号方式の再生波形の一例

4点補間法〔図 12.5 (c) の方式〕

$$m(u) = \max \left\{ 4 + \frac{|u|}{4}, 15 \right\} \quad \text{写真 ⑦ (図 12.6)}$$

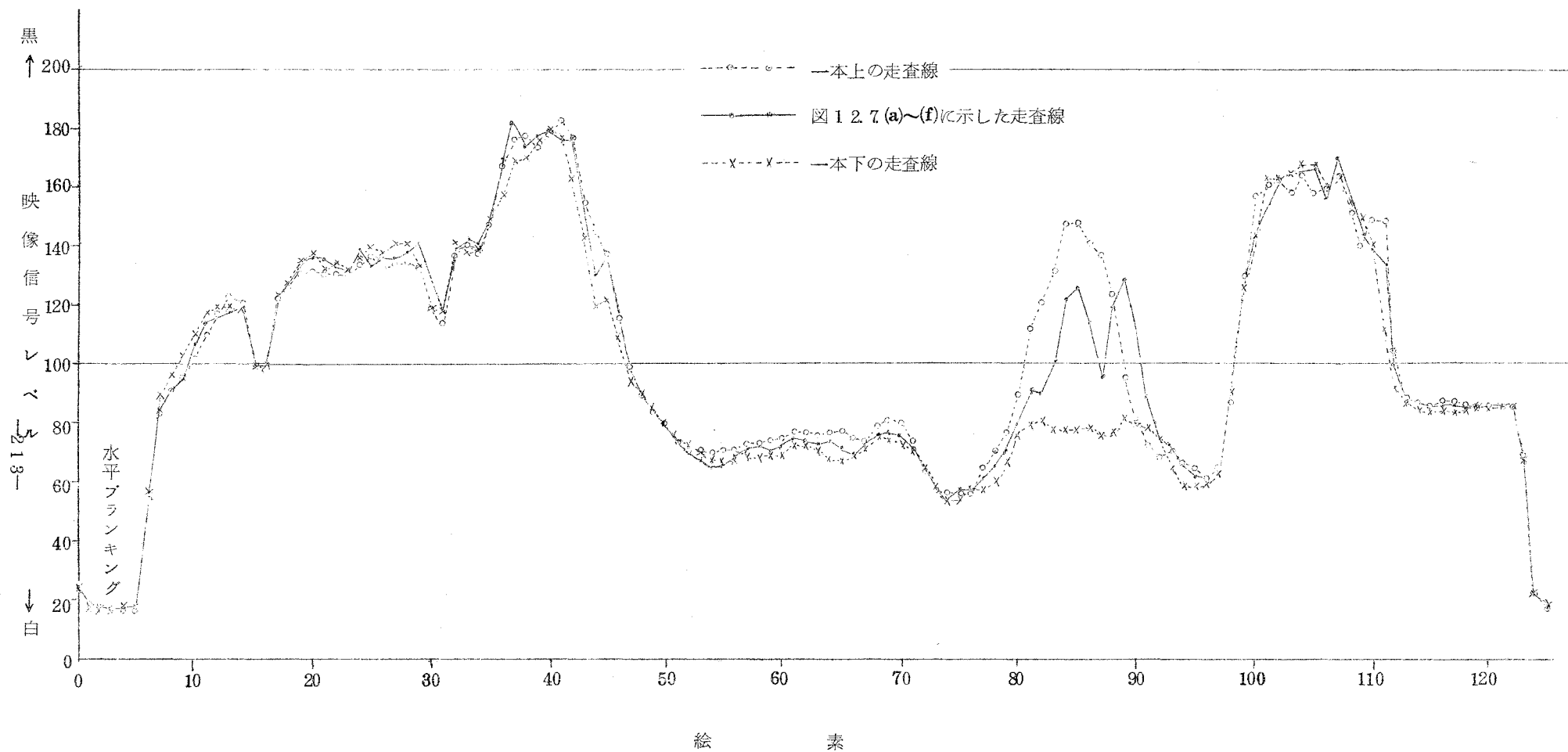


図 12.7 (g) 原信号の波形の一例

[ 図 12.7 (a) ~ (f) に示した走査線, 及びその上下の走査線 ].

なお，図 12.7 (a)～(f)に示した走査線，及びその一本上と一本下の走査線の波形（原信号）を重ねて描いたのが同図(g)である。

また，各方式の量子化ノイズ電力の統計結果を表 12.1 にまとめて示す。

表 12.1 二次元補間符号方式の統計量

| 方 式          |              |            | mix Level                                     | 量子化ノイズ<br>$\sqrt{\epsilon}$<br>(1絵素平均) | 情 報 量<br>(ビット/絵素) | 図12.6<br>写 真<br>番 号 |
|--------------|--------------|------------|---|--|-------------------|---------------------|
| 説明図<br>図12.5 | 主パルスの<br>選び方 | 補間の<br>方 法 | $m(u)$  |  |                   |                     |
| a            | 菱 形          | 2 点<br>補 間 | 1 0   | 3 3 8                                  | 2. 7              |                     |
|              |              |            | $4 + \frac{ u }{4}$                           | 2 8 4                                  | "                 | ②                   |
| b            | 正 方 形        | 2 点<br>補 間 | 1 0   | 3 1 4                                  | "                 |                     |
|              |              |            | $4 + \frac{ u }{4}$                           | 2 8 7                                  | "                 | ③                   |
|              |              |            | $\max \left\{ 4 + \frac{ u }{4}, 10 \right\}$ | 2 7 6                                  | "                 | ④                   |
|              |              |            | $\max \left\{ 4 + \frac{ u }{4}, 15 \right\}$ | 3 0 5                                  | "                 |                     |
| c            | 正 方 形        | 4 点<br>補 間 | $4 + \frac{ u }{4}$                           | 3 1 5                                  | "                 | ⑤                   |
|              |              |            | $\max \left\{ 4 + \frac{ u }{4}, 10 \right\}$ | 3 0 8                                  | "                 | ⑥                   |
|              |              |            | $\max \left\{ 4 + \frac{ u }{4}, 15 \right\}$ | 3 3 9                                  | "                 | ⑦                   |

### 12.3.5. 二次元方式の検討

以上の実験結果を総合すると，二次元補間符号方式としては4点補間法〔図 12.5 (c)〕で，mix level を式 (12.34) のように選んだものが最も優れている。なお伝送すべき情報量は，一次元方式と同じく2.7ビット/絵素 である。

画質は，本章で用いた被写体に関する限りでは，一次元方式と大差はない。しかし，mix levelが画質に与える影響は一次元方式よりも少なく，mix level の選び方が悪くても画質劣化はあまり起らない。二次元方式に関しては更に検討を要するが，工業用テレビなどの特殊な用途に対する応用範囲があろう。

#### 12.4. 本章のとりまとめ

- (1) 従来の補間符号方式の変形として、主パルスを8絵素周期に選んだ補間符号方式と、二次元補間符号方式とを提案し、検討した。
- (2) 8絵素周期の方式では、中央の主パルスを3値量子化する方式と5値量子化する方式の実験をおこなった。伝送路容量は1絵素当りそれぞれ2.1ビット，2.2ビットである。
- (3) 3値量子化方式は画質劣化が目立つが、5値量子化方式ではかなり良い画質の再生画が得られる。
- (4) 二次元補間符号方式を3種提案し、実験結果を示した。伝送路容量は、一次元方式と同じく、一絵素当り2.7ビットである。
- (5) 3種の二次元方式のうちでは4点補間法が最も優れていることを示した。再生画の画質は一次元方式と大差はなかった。

## 第 13 章 結 言

本論文では最初に、テレビ信号の統計的性質を調べ、統計的手段による帯域圧縮の可能性を検討した。テレビ信号は、時間的に変化する二次元画像の走査によって得られる信号であるから、走査線間及びフレーム間にかんがりの相関が存在する。従来はこの種の相関に基く冗長度の量を推定することは困難であった。筆者は多次元空間内の定常確率過程に対する最適線形予測定理を求め、この定理を利用してテレビ信号の二次元線形冗長度を計算した。

さらに、線形以外の各種の冗長度の測定値と上記の二次元線形冗長度の計算値とを基にしてテレビ信号の帯域圧縮の可能性を検討した結果、統計的手段のみによる帯域圧縮は、極度に大容量の蓄積装置を用いて情報速度を平均化しない限りは、かなり悲観的であることが判明した。

しかし上記の結論は、テレビ信号の“電気波形”に波形歪を起さずに帯域圧縮することが困難なことを示しているのもであって、テレビ信号の帯域圧縮そのものの可能性を否定しているのではない。つまりテレビ信号は最終的には受像管面上の画像として眼で見るものであるから、視覚系によって感じられないような歪は電気系に於て許容しても差支えない。したがって、テレビ信号の帯域圧縮の問題は、視覚系をも含めた伝送路に対して論ずるべきである。このような考え方によるテレビ帯域圧縮に関してはこれまでも各種の方式が提案されていた。本論文では従来を方式を分類整理することによって、視覚系の特性を利用したテレビ帯域圧縮方式（視覚系で検知されない波形歪は許容する帯域圧縮方式）の考え方及び問題点を明らかにした。

視覚系の特性を利用した帯域圧縮方式の研究のためには、受信側に於ける再生画像を視覚系によって評価する必要が生ずる。種々の方式に対して実験を能率的におこなうために電子計算機を用いた画像シミュレーション装置を開発した。この結果、帯域圧縮の研究を容易にかつ迅速に進め得るようになった。このシミュレーション装置は画像伝送方式や画像プロセッシング方式のシミュレーションを目的として開発したが、このほかにもパターン認識の研究、画像信号の統計的性質の測定、音声信号の計算機への入出力などの目的にも使用できるように設計されている。またシミュレーション装置の一部として開発したバッファメモリーは、無定位式という新しい方式を採用することによってコアマトリックスの容量の節約を可能にした。バッファメモリーは単独に用いて情報速度変換装置としても広い応用範囲を持っている。

視覚の特性を利用した帯域圧縮方式の一つとして“補間符号方式”を提案し、電子計算機によるシミュレーション実験をおこなって、非常によい結果を得た。補間符号方式はデジタル伝送に適した方式であって、伝送路容量は1絵素当り2.7ビットあればよく、普通のP.C.M.の

半分以下の帯域幅で伝送することができる。一方再生画の画質劣化はほとんど認められないほど微小である。

この補間符号方式に対しては各種の変形方式が考えられる。8 絵素周期補間符号方式と二次元補間符号方式について実験をおこなった。8 絵素周期5 値量子化方式によれば伝送路容量を1 絵素当り2.2 ビットに減少することができ、伝送路容量の少ない割には優れた画質の伝送が可能である。

補間符号方式は現在の回路技術によっても実用化することが可能であり、大容量の蓄積装置も必要としない。またデジタル伝送路に対して極めて能率よく整合をとることができる。単に近年テレビ信号に対してもデジタル伝送をおこなおうとする動きが見られる折から、この補間符号方式の応用価値は大きいであろう。

## 謝 辞

終りに、日頃御教示いただき、特にこの論文をまとめるに当って御指導下さった京都大学工学部前田憲一教授に感謝する。

この研究は筆者が日本放送協会の技術研究所並びに放送科学基礎研究所においておこなったものである。本研究の機会と御指導を賜った野村達治専務理事，山下彰総合技研所長，牧田厚雄基礎研所長，三木七郎総合技研次長，鈴木桂二総合技研主任研究員，駒井又二総合企画室総務，大岡松男視聴科学研究室長，石橋俊夫開発部長，吉田順作記録技術研究部長，副島末好計数技術研究部長に深く感謝の意を表する。さらに，テレビ画面の冗長度の計算を始める動機を与えて下さり，本研究に際しては実験法などに関して絶えず御教示下さった樋渡涓二基礎研主任研究員，補間符号方式の研究及びシミュレーション装置に関して御指導並びに御援助いただいた安東平一郎無線研究部副部長，本研究を進めるに当って御援助並びに御討論下さった基礎研視聴科学研究室の方々，総合技研テレビ研究部及び計数技術研究部の方々，多次元予測定理の証明を御検討下さった東京工業大学理工学部数学科藤井光昭氏に感謝する。

電子計算機の使用に際しては，NHK総合技研開発部計算機室の方々，電々公社通研の計数機室の方々，並びにNHK経営情報室園田彰二職員を始め関係者の方々にお世話になった。また，動くノイズの影響を調べるための映画フィルムをプリントして下さったNHK技術現業局フィルム技術部の方々にお礼を申し上げる。

- (2-1) C.E.Shannon: "A Mathematical Theory of Communication", B.S.T.J., **26**[3], pp.379-423, and [4], pp.623-656, (July and Oct.1948) .
- (2-2) W.M.Goodall: "Television by Pulse Code Modulation", B.S.T.J., **30**[1], pp.33-49, (Jan.1951) .
- (2-3) R.L.Carbrey: "Video Transmission Over Telephone Cable Pairs by Pulse Code Modulation", Proc.I.R.E., **48**[9], pp.1546-1561 (Sept.1960) .
- (2-4) E.R.Kretzmer: "Statistics of Television Signals", B.S.T.J., **31**[4], pp.751-763 (July 1952) .
- (2-5) W.F.Schreiber: "The Measurement of Third Order Probability Distribution of Television Signals", I.R.E.Trans.on I.T., **IT-2**[3], pp.94-105, (Sept.1956) .
- (2-6) 滝保夫, 田中範夫, 松村純: 「テレビジョン信号のフレーム相関および振幅分布の測定」, NHK技術研究, **11**[3], pp.117-126, (昭34.5) .
- (2-7) J.Capon: "Bounds to the Entropy of Television Signals", M.I.T. Res. Lab.of Electronics, Tech.Rep.296 (May 25, 1955) .
- (2-8) A.J.Seyler: "Real-Time Recording of Television Frame Difference Areas", Proc.I.E.E.E., **51**[3], pp.478-480, (March 1963) .
- (3-1) 福島邦彦: 「多次元空間内の予測定理」, 電気通信学会雑誌, **46**[2], pp.169-176, (昭和38.2) .
- (3-2) U.Grenander, G.Szegö: "Toeplitz Forms and Their Applications", University of California Press, Berkeley and Los Angeles, (1958) .
- (3-3) 伊藤清: 「確率過程 I」, 岩波講座, 現代応用数学, 岩波書店, (1957) ,
- (3-4) A.Zygmund: "Trigonometric Series, Volume I and II", Cambridge, At the University Press, (1959) .
- (3-5) 宮川洋: 「多次元空間内の定常確率変数の標本化定理」, 電気通信学会雑誌, **42**[4], pp.421-427, (昭34.4) .
- (4-1) 福島邦彦: 「二次元画像の冗長度 — テレビ伝送帯域圧縮の理論的限界」, 電気通信学



- 会雑誌, 44[10], pp. 1473-1480, (昭36.10).
- (4-2) C.W.Harrison: "Experiments with Linear Prediction in Television",  
B.S.T.J., 31[4], pp. 764-783, (July, 1952).
- (4-3) R.E.Graham: "Communication Theory Applied to Television Coding",  
Acta Electronica, 2[1-2], pp. 333-343, (1957-1958).
- (5-1) 樋渡, 渡部, 森, 長田: 「視覚の空間正弦波レスポンス」, NHK技術研究, 16[1],  
pp. 38-60, (昭39.1).
- (5-2) 樋渡, 長谷川, 大石, 塚田: 「テレビ画像における主観的調子再現とテレビフィルム濃  
度基準値」, NHK技術研究, 16[1], pp. 8-37, (昭39-1).  
同上訂正記事, NHK技術研究, Vol.16[3], p. 68, (昭39.3).
- (5-3) 蒲山久夫: 「テレビと眼の生理(1)」, テレビジョン学会雑誌, 12[6], pp. 269-273,  
(昭33.6).
- (5-4) 沢崎, 岩崎: 「テレビ信号の帯域圧縮の一方式」, 昭和33年電気四学会連合大会予稿,  
1165, (昭33.4).
- (5-5) "High-Definition Black-and-White Television System", electronics,  
24[1], pp. 124-126, (Jan. 1951).
- (5-6) S.Deutsch: "Narrow Band TV Uses Pseudo-Random Scan", electronics,  
35[17], pp. 49-51, (April 27, 1962).
- (5-7) L.C.Jesty: "The Relation Between Picture Size, Viewing Distance  
and Picture Quality", Proc.I.E.E., 105, Part B [No.23], pp. 425-439,  
(Sept. 1958).
- (5-8) G.F.Newell, W.K.E.Geddes: "Tests of Three Systems of Bandwidth  
Compression of Television Signals", Proc.I.E.E., 109, Part B [No.46],  
pp. 311-324, (July 1962).
- (5-9) 大島, 榎本, 天野: 「テレビ信号の一符号化方式」, 昭和36年電気通信学会全国大会  
予稿, S8-12, (昭36.11).
- (5-10) L.G.Roberts: "Picture Coding Using Pseudo-Random Noise", I.R.E.  
Trans on I.T., IT-8[2], pp. 145-154, (Feb. 1962).
- (5-11) E.G.Kimme, F.F.Kuo: "Synthesis of Optimal Filters for a Feedback

- Quantization System", I.E.E.E. Trans. on C.T., CT-10(3), pp. 405-413, (Sept. 1963).
- (5-12) E.R.Kretzmer: "Reduced-Alphabet Representation of Television Signals", I.R.E. Nat. Conv. Rec., 1956, Part 4, pp. 140-147, (1956).
- (5-13) 安東平一郎: 「高域量子化方式によるテレビジョン帯域圧縮の研究」, NHK技術研究, 13(3), pp. 265-318, (昭36.5).
- (5-14) W.F.Schreiber, C.F.Knapp, N.D.Kay: "Synthetic Highs—An Experimental TV Bandwidth Reduction System", J.SMPTE., 68(8), pp. 525-537, (Aug. 1959).
- (5-15) E.R.Kretzmer: "Computer Simulation of a Television Coding Scheme", Proc. I.R.E., 49(6), pp. 1076-1077, (June 1961).
- (5-16) E.R.Kretzmer: "Television System Having Reduced Transmission Bandwidth", U.S. Patent No. 2946851, (July 26, 1960).
- (5-17) 「圧縮三方式の画像シミュレーションについて」, テレビ帯域圧縮に関する共同研究報告書, 電々公社通研, NHK技研, 資料番号 37-8(昭37.8.6., NHK技研からの報告), (昭37.10).
- (5-18) (a) J.E.Cunningham: "Recoding Pictures by Generation of Lowpass and Correction Signals", Quarterly Progress Report, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., No. 50, pp. 136-137 (July 1958).  
(b) J.E.Cunningham: "Picture Processing", 同上, No. 54, pp. 138-140, (July 1959).
- (5-19) J.W.Pan: "Picture Processing", Quarterly Progress Report, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., No. 66, pp. 229-231, (July 1962).
- (5-20) 今井信男: 「輪郭近似法によるテレビの帯域圧縮」, AVIRG, 63-12 例会資料, (昭38.12).
- (5-21) R.E.Graham: "Predictive Quantizing of Television Signals", I.R.E. Wescon Conv. Rec., 1958, Part 4, pp. 147-157, (Aug. 1958).
- (5-22) R.E.Graham: "Communication Theory Applied to Television Coding", Acta Electronica, 2(1-2), pp. 333-343, (1957-1958).
- (5-23) R.E.Graham: "Subjective Experiments in Visual Communication",

I.R.E.Nat.Conv.Rec.,1958,Part 4,pp.100-106,(1958).

- (5-24) M.Corradetti: "A Method of Planar Prediction for Coding Pictures", Quarterly Progress Report, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., No. 55, pp. 110-114, (Oct. 1959).
- (5-25) W.A. Youngblood: "Two-Dimensional Second-Difference Pictures", Quarterly Progress Report, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., No. 50, pp. 134-136, (July 1958).
- (5-26) 「テレビ信号の符号化; 4. 特殊デルタ変調のシミュレーション実験」, 第32回NHK技研公開資料, (昭37).
- (5-27) A.L. Buck: "Reduction of Bandwidth in Television Transmission Systems", I.R.E. Trans. on B.C., BC-8(1), pp. 28-33, (April 1962).
- (5-28) H. Inose, Y. Yasuda: "A Unit Bit Coding Method by Negative Feedback", Proc. I.E.E.E., 51(11), pp. 1524-1535, (Nov. 1963).
- (5-29) E.C. Cherry, G.G. Gouriet: "Some Possibilities for the Compression of TV Signals by Variable Velocity Recoding", Proc. I.E.E., 100, Part III, (No. 63), pp. 9-18, (June 1953).
- (5-30) M.P. Beddoes: "A Two-Channel Method for Compressing the Bandwidth of Television Signals", Proc. I.E.E., 100(2), pp. 369-374, (Feb. 1963).
- (5-31) B. Prasada: "Some Possibilities of Picture Signal Bandwidth Compression", I.E.E.E. Trans on C.S., CS-11(3), pp. 315-328, (Sept. 1963).
- (5-32) G.G. Gouriet: "Bandwidth Compression of a Television Signal", Proc. I.E.E., 104, Part B (No. 15), pp. 265-272, (May 1957).
- (5-33) C. Cherry, M.H. Kubba, D.E. Pearson, M.P. Barton: "An Experimental Study of the Possible Bandwidth Compression of Visual Image Signals", Proc. I.E.E.E., 51(11), pp. 1507-1517, (Nov. 1963).
- (5-34) M.H. Kubba: "Automatic Picture Detail Detection in the Presence of Random Noise", Proc. I.E.E.E., 51(11), pp. 1518-1523, (Nov. 1963).
- (5-35) C. Cherry: "The Bandwidth Compression of Television and Facsimile",

The Television Soc. Journal, 10(2), pp. 40-49, (April-June 1962).

- (5-36) B. Julesz: "A Method of Coding Television Signals Based on Edge Detection", B.S.T.J., 38(4), pp. 1001-1020, (July 1959).
- (5-37) W.A. Youngblood: "Picture Processing", Quarterly Progress Report, Research Lab. of Electronics, M.I.T., No. 48, pp. 95-100, (Jan. 1958).
- (5-38) R.S. Marcus: "Picture Coding by Linear Interpolation", Quarterly Progress Report, Research Lab. of Electronics, M.I.T., No. 50, pp. 137-140, (July 1958).
- (5-39) T.S. Huang: "A Method of Picture Coding", Quarterly Progress Report, Research Lab. of Electronics, M.I.T., No. 57, pp. 109-115, (April 1960).
- (5-40) D. Gabor, P.C.J. Hill: "Television Band Compression by Contour Interpolation", Proc. I.E.E., 108, Part B (No. 39), pp. 303-315, (May 1961).
- (5-41) 福島邦彦, 上坂吉則: 「テレビ帯域圧縮のための輪郭内挿の一方式」, 昭和38年電気通信学会全国大会予稿, No. 39, (昭38.11).
- (5-42) 福島邦彦: 「テレビ帯域圧縮のための輪郭内挿の一方式」, AVIRG例会資料(昭38.12).
- (5-43) 安東平一郎, 佐々昂一, 福島邦彦: 「テレビ帯域圧縮のシミュレーション」, NHK技研月報, 8(8), pp. 478-483, (昭40.8).
- (5-44) 福島邦彦, 長谷川豊明: 「画像信号に対する二次元内挿の一方式」, 昭和40年度電気通信学会全国大会予稿, No. 884, (昭40.11).
- (5-45) F. Schröter: "Bandbreitenersparnis im Fernsehen", Technische Mitteilungen PTT, 40(10), S. 354-363, (Okt. 1962).
- (5-46) J.E. Cunningham: "Image Correction-Transmission Experiments", Quarterly Progress Report, Research Lab. of Electronics, M.I.T., No. 70, pp. 244-247, (July 1963).
- (5-47) (a) A.J. Seyler: "The Coding of Visual Signals to Reduce Channel-Capacity Requirements", Proc. I.E.E., 109, Part C (No. 16), pp. 676-684, (Sept. 1962).  
(b) A.J. Seyler: "Visual Communication and Psycho-Physics of Vision", Proc. I.R.E. Australia, 23(5), pp. 291-304, (May 1962).

- (c) A.J.Seyler,Z.L.Budrikis: "Detail Perception after Scene Changes in Television Image Presentations", I.E.E.E. Trans. on I.T., IT-11(1), pp.31-43, (Jan.1965).
- (6-1) 福島邦彦, 安東平一郎: 「補間符号方式によるテレビ帯域圧縮 — 電子計算機によるシミュレーション実験」, NHK技術研究, 15(12), pp.813-829, (昭38.12).
- (6-2) 福島邦彦, 安東平一郎: 「補間符号方式によるテレビ帯域圧縮」, 電気通信学会雑誌, 47(1), pp.55-64(昭39.1).
- (7-1) 福島邦彦: 「画像シミュレーションのための計算機入出力装置」, テレビジョン学会雑誌, 19(10), pp. 697-705, (昭40.10).
- (7-2) 福島邦彦: 「画像シミュレーション装置」, NHK技研月報, 8(8), pp.484-489, (昭40.8).
- (7-3) 福島邦彦: 「画像シミュレーション用計算機入出力装置」, 昭和39年電気通信学会全国大会予稿, No.48, (昭39.11).
- (7-4) 安東平一郎, 福島邦彦: 「画像研究における電子計算機の応用 — 画像シミュレーション」, テレビジョン学会雑誌, 17(12), pp.747-751, (昭38.12).
- (7-5) R.E.Graham,J.L.Kelly: "A Computer Simulation Chain for Research on Picture Coding", I.R.E.Wescon Conv.Rec.,1958,Part 4, pp.41-46, (1958).
- (7-6) J.W.Pan,U.F.Gronemann,T.S.Huang,J.E.Cunningham,W.F.Schreiber: "Picture Processing Research", Quarterly Progress Report, Res.Lab. of Electronics, M.I.T., No.61, pp.133-135, (April 1961).  
この他にもQuarterly Progress Reportに断片的に報告されている。
- (10-1) 福島邦彦: 「補間符号方式(TV帯域圧縮方式)の変形」, 昭和40年電気通信学会全国大会予稿, No.883, (昭40.11).
- (11-1) 福島邦彦: 「補間符号方式に対するノイズの影響」, 第1回テレビジョン学会全国大会予稿, No.2-3, (昭40.10).
- (11-2) O.Taussky,J.Todd: "Generation and Testing of Pseudo-Random Numbers", Symposium on Monte Carlo Methods, Edited by Herbert A. Meyer, John Wiley and Sons, Inc., 1956, pp.15-28.
- (11-3) M.E.Muller: "A Comparison of Methods for Generating Normal Deviates on Digital Computers", J.A.C.M., 6, pp.376-383, (1959).

# 記 号 表

| 記 号                   | 説 明   | 頁 ※      | 章 ※ |
|-----------------------|---|----------|-----|
| $A$                   | 量子レベル数, 量子を単位として測定した信号の振幅 (p-p値)                                    | 7        |     |
| $A^*$                 | $A$ 総和, p.20 の脚注参照  | 20       | 3   |
| a.e.                  | almost everywhere, (Lebesgue の意味で)                                  | 19       | 3   |
| $a_{\mu, \nu}^{(MN)}$ | 関数 $F_{MN}(U, V)$ の $U^\mu V^\nu$ の係数, 式 (3.3.37)                   | 23       | 3   |
| $B$                   | 受像管のコントラスト比 (dynamic range)   | 64       | 5   |
| $b$                   | 受像管の輝度  | 64       | 5   |
| $b_\mu^{(K)}$         | 関数 $g_K(U)$ の $U^\mu$ の係数, 式 (3.3.39)                               | 24       | 3   |
| $b_{\mu\nu}^{(JK)}$   | 関数 $H_{JN}(e^{ju}, e^{jv})$ の $e^{j(\mu u + \nu v)}$ の係数。式 (3.3.53) | 26       | 3   |
| $b_\nu^{(N)}(u)$      | 関数 $h_N(V; u)$ の $V^\nu$ の係数, 式 (3.3.43)                            | 24       | 3   |
| $C$                   | 伝送路容量 (特別に帯域圧縮しない場合), 式 (4.2.1), (4.2.6)                            | 39, 40   |     |
| $c_\nu$               | 予測回路の係数, 式 (4.3.44)   | 52       |     |
| $c_{\mu, \nu}$        | 二次元予測回路の係数, 式 (3.3.1)   | 16       |     |
| $D_i$                 | フレーム差面積 (%)   | 12       | 2   |
| $d$                   | 信号の直流成分, 式 (8.4.1), (8.4.6)<br>微分記号                                 | 142, 144 | 8   |
| $E \{ \}$             |   | 15       |     |
| $e$                   | 自然対数の底  |          |     |
| entier( $x$ )         | $x$ を越えない最大の整数値を示す。Gauss 記号 $[x]$ と同じ                               | 186      | 1 1 |
| $F_{MN}(U, V)$        | 式 (3.3.37), (3.3.38) で定義される関数                                       | 23       | 3   |
| $f( u )$              | 8 絵素周期 $u-v$ 分布における $ u $ の頻度分布 (確率密度)                              | 198      | 1 2 |
| $f_A( u )$            | 4 絵素周期 $ u_m $ の頻度分布 (確率密度)   | 148      | 8   |
| $f_B( u )$            | 2 絵素周期 $ u_m' $ の頻度分布 (確率密度)  | 151      | 8   |
| $f_f$                 | フレーム周波数 (標準方式のテレビでは 30 c/s)   | 70       | 5   |
| $f_h$                 | 水平周波数 (標準方式のテレビでは 15.75 kc)   | 70       | 5   |
| $f_N(u, v)$           | 式 (3.3.47) で定義される関数   | 24       | 3   |
| $G \{ \}$             | 幾何平均を求める演算, 式 (3.3.7)   | 18       | 3   |
| $g(x, y)$             | 式 (4.3.32) で定義される関数   | 47       | 4   |
| $g_K(U)$              | 式 (3.3.39) の形式で, 式 (3.3.40) を最小にする関数                                | 24       | 3   |

※ “頁” は, 最初に説明のある頁を示す。

“章” は, その記号が特定の章のみで用いられているときに, その章を示す。

| 記 号                              | 説 明  | 頁        | 章  |
|----------------------------------|--|----------|----|
| $H( )$                           | エントロピーを求める演算, 式 (2.3.2), (2.3.5) 等                           | 7        |    |
| $H(   )$                         | 条件付エントロピーを求める演算, 式 (2.3.4) 等                                 | 8        |    |
| $H_2$                            | 関数族 $H_2$ , p. 20 の脚注  | 20       | 3  |
| $H_{jN}(U, V)$                   | 式 (3.3.53) の形式の関数  | 26       | 3  |
| $h_N(V; u)$                      | 式 (3.3.43) の形式で, 式 (3.3.44) を最小にする関数                         | 24       | 3  |
| $I_1$                            | 式 (4.3.12) で定義される値, 式 (4.3.10) 参照                            | 44       | 4  |
| $I_2$                            | 式 (4.3.13) で定義される値, 式 (4.3.10) 参照                            | 44       | 4  |
| $I_{MN}$                         | 式 (4.3.30) で定義される値, 式 (4.3.28) 参照                            | 47       | 4  |
| $J$                              | 整 数  |          |    |
| $j$                              | $\sqrt{-1}$ , 虚数単位   |          |    |
| $K$                              | 整数   |          |    |
| $k_{\mu, \nu}$                   | 関数 $\overline{\psi(e^{ju}, e^{jv})}$ の係数, 式 (3.3.13)         | 19       | 3  |
| $k_{\mu, \nu, \lambda}$          | 関数 $\overline{\psi(e^{ju}, e^{jv}, e^{jw})}$ の係数             | 36       | 3  |
| $L, L_p[dF]$ 等                   | Lebesgue 積分可能な可積関数族, p.15 の脚注                                | 15       | 3  |
| $L(x)$                           | 式 (4.3.33) で定義される周期関数  | 47       | 4  |
| $l$                              | 整数値をとる変数 [主にフィールド番号を示す]                                      | 35       | 3  |
| $M$                              | 整数 [主に絵素の個数に対応する]  |          |    |
| $m$                              | 整数値をとる変数 [主に絵素番号を示す]<br>$m(u)$ の $u$ を省略した記述                 | 14       |    |
| $m(u), m$                        | mix level (主に8絵素周期方式又は二次元方式の場合)                              | 195, 203 | 後編 |
| $m_1(u), m_1$<br>$m_2(u), m_2$   | } mix level (5値量子化方式の場合)                                     | 200      | 12 |
| $m_A(u), m_A$                    | mix level  | 98       | 後編 |
| $m_B(u), m_B$                    | mix level  | 100      | 後編 |
| $\max\{ \}$                      | 最大値を求める演算 [2数のうち大きい方]  | 157      |    |
| $\min \epsilon, \min \epsilon_N$ | 最適線形予測の誤差  | 17, 52   |    |
| $N$                              | 整 数  |          |    |
| $n$                              | 整数値をとる変数 [主に走査線番号に対応する]                                      | 14       |    |
| $O( )$                           | order を表わす [( ) 内と同次項であることを示す]                               | 45       | 4  |
| $P_{MN}(e^{ju}, e^{jv})$         | 式 (3.3.4) $\{1 - P_{MN}(e^{ju}, e^{jv})\}$ は予測フィルターの周波数応答を示す | 18       | 3  |
| $p$                              | 整数 [絵素番号に対応する]   | 31       | 3  |
| $p_i$                            | $i$ 番目のレベルの発生確率  | 7        | 2  |

| 記 号                     | 説 明   | 頁        | 章                  |
|-------------------------|---|----------|--------------------|
| $p_{ij}, p_{ijk}$       | 継続した絵素のレベルが $(i, j)$ または $(i, j, k)$ となる同時確率  | 8        | 2                  |
| $p(D_i)$                | フレーム差面積が $D_i\%$ となる確率密度                      | 12       | 2                  |
| $q$                     | 整数〔走査線番号に対応する〕                                | 31       | 3                  |
| $R$                     | 冗長度〔真の統計的冗長度〕                                 | 39       |                    |
| $R_0$                   | 式(4.2.4)で定義される線形冗長度                           | 39       |                    |
| $R_p$                   | 式(4.2.5)で定義される線形冗長度                           | 40       |                    |
| $R_p(1), R_p(2)$ 等      | 有限個の絵素に基く線形予測によって除き得る線形冗長度 $R_p$              | 57       |                    |
| $R_p(1;0)$ 等            | 有限個の絵素に基く定係数の線形予測によって除き得る線形冗長度 $R_p$          | 59       |                    |
| $R(x_m)$                | $p_i$ に基く冗長度                                  | 7        | 2                  |
| $R(x_m x_{m-1})$ 等      | $p_{ij}$ に基く冗長度                               | 8        | 2                  |
| $R_{0I}, R_{pI}$        | 一次元線形冗長度 $R_0$ 及び $R_p$                       | 148      | 8                  |
| $R_{0II}, R_{pII}$      | 二次元線形冗長度 $R_0$ 及び $R_p$                       | 146      | 8                  |
| $r_{\mu, \nu}$          | 二次元自己相関関数〔横方向に $\mu$ 絵素, 縦方向に $\nu$ 絵素ずらしたもの〕 | 15       |                    |
| $r_{\mu, \nu, \lambda}$ | 三次元自己相関関数                                     | 35       |                    |
| $S_{MN}(\xi, \eta)$     | 式(4.3.29)で定義される関数, 式(4.3.28)参照                | 47       | 5                  |
| $S_{2\nu}(t; s)$        | 上下の走査線の波形の一致度を示す関数                            | 87       | 5                  |
| $s$                     | 輝度感覚尺度  | 66       | 5.3 節              |
|                         | $s_{2\nu}(t)$ の略                              |          |                    |
| $s_{2\nu}(t)$           | 輪郭内挿におけるシフト等                                  | 87       | 5.11 節             |
| $t$                     | 時間, 又は走査線上の位置を示す座標                            |          |                    |
| $U$                     | 複素変数〔 $e^{ju}$ に対応する〕                         | 20       | 3                  |
| $u$                     | 角周波数〔 $m$ に対応する空間周波数軸〕                        | 15       | 前 編                |
|                         | $u_m$ の $m$ を省略した記述                           |          |                    |
| $u_m, u$                | 主パルスのレベル差, 4 絵素周期のときは式(8.6.1)                 | 148      | 後 編                |
| $u'_m, u'$              | 式(8.6.2)又は式(6.2.7)で定義される値                     | 148, 100 | 後 編                |
| $V$                     | 複素変数〔 $e^{jv}$ に対応する〕                         | 20       | 3                  |
| $v$                     | 角周波数〔 $n$ に対応する空間周波数軸〕                        | 15       | 前 編                |
|                         | 受像管のグリッド電圧〔5.3でのみ使用〕                          | 64       | 5.3 節              |
|                         | 走査ビームの速度〔5.10及び5.11でのみ使用〕                     | 82, 85   | { 5.10 節<br>5.11 節 |
|                         | $v_m$ の $m$ を省略した記述                           | 148      | 後 編                |



| 記 号                              | 説 明  | 頁   | 章      |
|----------------------------------|--|-----|--------|
| $v_m, v$                         | 式 ( 8.6.1 ) で定義される値  | 148 | 後 編    |
|                                  | $v_m = x_m - (x_{m-4} + x_{m+4}) / 2$                      | 197 | 1 2    |
| $v'_m, v'$                       | 式 ( 8.6.2 ) で定義される値, 又は $v'_1 = x_1 - (x_0 + x_2^*) / 2$ 等 | 148 | 後 編    |
| $v_1, v_2$                       | $v_m$ で $m=1$ 又は $2$ としたもの                                 | 148 | 後 編    |
|                                  | 走査ビームの走度 [ 5.11 でのみ使用 ]                                    | 85  | 5.11 節 |
| $v_{\max}$                       | 走査ビームの速度の最大値   | 82  | 5.10 節 |
| $w$                              | 角周波数 [ $l$ に対応する空間周波数軸 ]                                   | 35  | 3      |
| $x$                              | 信号電圧   |     |        |
| $x_m$                            | $m$ 番目のサンプル ( 絵素 ) の信号値                                    |     |        |
| $x_{m,n}, x_{m,n}(\omega)$       | $n$ 番目の走査線上の $m$ 番目の絵素の信号値                                 | 14  |        |
| $x_{m,n,l}$                      | $l$ 番目のフィールドの $n$ 番目の走査線上の $m$ 番目の絵素の信号値                   | 35  |        |
| $x_n(t)$                         | $n$ 番目の走査線の波形  | 85  | 5      |
| $y_n$                            | 一様乱数 ( $n$ 番目のサンプル )                                       | 185 | 1 1    |
| $y_{2\nu}(t; \delta)$            | 式 ( 5.11.6 ) で定義される波形                                      | 89  | 5      |
| $Z(u, v), Z(u, v; \omega)$       | 式 ( 3.2.6 ) で定義される過程, $x_{m,n}$ のスペクトル表示                   | 15  | 3      |
| $Z(u, v, w)$                     | 式 ( 3.4.4 ) で定義される過程, $x_{m,n,l}$ のスペクトル表示                 | 36  | 3      |
| $Z_{\xi}(u, v)$                  | 式 ( 3.3.66 ) で定義される過程, $\xi_{m,n}$ のスペクトル表示                | 29  | 3      |
| $z_n$                            | 正規乱数 ( $n$ 番目のサンプル )                                       | 186 | 1 1    |
| $\alpha$                         | $e^{-\alpha}$ が横方向に隣り合った絵素間の相関を表わす, 式 (4.3.1)              | 42  | 4      |
| $\gamma$                         | 縦方向と横方向の絵素の間隔の比, 式 ( 4.3.1 )                               | 42  | 4      |
|                                  | 受像管のガンマー [ 5.3 でのみ使用 ]                                     | 64  | 5      |
| $\delta_{m,n}, \delta_{\mu,\nu}$ | クロネッカーのデルタ   | 29  |        |
| $\epsilon$                       | 集合の要素であることを示す記号  |     | 3      |
| $\epsilon$                       | 予測誤差電力, 又は符号化 (特に補間符号化) による誤差電力                            | 17  |        |
| $\epsilon_{MN}$                  | 式 ( 3.3.3 ) の形式の予測による誤差                                    | 18  | 3      |
| $\epsilon_N$                     | $N$ 個の絵素による予測の誤差   | 52  | 4      |
| $\epsilon(\xi, \eta)$            | $\sigma(\xi, \eta)$ の近似計算の誤差, 式 ( 4.3.31 )                 | 47  | 4      |
| $\epsilon_I$                     | 一次元最適線形予測による誤差の近似値   | 147 | 8      |
| $\epsilon_{II}$                  | 二次元最適線形予測による誤差の近似値   | 146 | 8      |

| 記 号                         | 説 明   | 頁   | 章   |
|-----------------------------|---|-----|-----|
| $\eta$                      | 任意の正の数〔十分小さい値〕  | 24  | 3   |
| $\eta$                      | $\eta = v/\pi$  | 44  | 4   |
| $\theta$                    | 輪郭内挿法における閾値   | 89  | 5   |
| $\lambda$                   | 整数値をとる変数 (主にフィールド $l$ のずれを表わす)  | 35  | 3   |
| $\mu$                       | 整数値をとる変数 (主に絵素 $m$ のずれを表わす)   | 15  |     |
| $\nu$                       | 整数値をとる変数 (主に走査線 $n$ のずれを表わす)  | 15  |     |
| $\xi$                       | $\xi = u/\pi$   | 44  | 4   |
| $\xi_{m,n}$                 | $x_{m,n}$ から作られる直交過程, 式 (3.3.68)  | 29  | 3   |
| $\rho_{\mu\nu}$             | 相関関数, $\rho_{\mu\nu} = E\{x_\mu x_\nu\}$ , 式 (4.3.46)                     | 52  | 4   |
| $\sigma( u )$               | 8絵素周期 $u-v$ 分布で, $ u_m  =  u $ となる $v_m$ の標準偏差                            | 197 | 1 2 |
| $\sigma(\xi, \eta)$         | 式 (4.3.24) で定義される関数   | 46  | 4   |
| $\sigma_A( u )$             | 4絵素周期 $u-v$ 分布で, $ u_m  =  u $ となる $v_m$ の標準偏差                            | 148 |     |
| $\sigma_B( u' )$            | 2絵素周期 $u-v$ 分布で, $ u'_m  =  u' $ となる $v'_m$ の標準偏差                         | 151 |     |
| $\sigma_A$                  | $v_m$ の標準偏差   | 151 |     |
| $\sigma_B$                  | $v'_m$ の標準偏差  | 151 |     |
| $\Phi(u, v)$                | $x_{m,n}$ の二次元スペクトル分布   | 15  | 3   |
| $\varphi(u, v)$             | $x_{m,n}$ の二次元スペクトル密度   | 15  |     |
| $\varphi(u, v, w)$          | $x_{m,n,l}$ の三次元スペクトル密度   | 35  | 3   |
| $\varphi_1(u)$              | 式 (3.3.17) で定義される関数   | 20  | 3   |
| $\hat{\varphi}(u, v)$       | 基準化された二次元スペクトル密度, $\hat{\varphi}(u, v) = \frac{1}{T_{0,0}} \varphi(u, v)$ | 42  | 4   |
| $\hat{\varphi}_0(u, v)$     | 式 (4.3.6) で定義される関数, 式 (4.3.8) 参照  | 43  | 4   |
| $\Psi(U, V)$                | p. 19以下に示した性質を持つ関数  | 19  | 3   |
| $\Psi(U, V, W)$             | $\Psi(U, V)$ を三次元に拡張した関数  | 36  | 3   |
| $\Psi_1(U)$                 | p. 21 に示した性質を持つ関数   | 21  | 3   |
| $\Psi_2(V; u)$              | p. 21 に示した性質を持つ関数   | 21  | 3   |
| $\Psi_3(V; u)$              | 式 (3.3.27) で定義される関数   | 22  | 3   |
| $\Psi_{pq}(e^{ju}, e^{jv})$ | 式 (3.3.80) で定義される関数   | 32  | 3   |
| $\phi(\xi, \eta)$           | 式 (4.3.14) で定義される関数   | 44  | 4   |
| $\phi_0(\xi, \eta)$         | $\phi(\xi, \eta)$ でパラメーターを $a=0$ と置いた関数, 式 (4.3.23)                       | 46  | 4   |
| $\phi_\nu(u)$               | 関数 $\Psi_2(V; u)$ の $V^\nu$ の係数, 式 (3.3.29)                               | 22  | 3   |
| $\omega$                    | 確率空間の見本点を示すパラメーター   | 14  | 3   |

| 記 号 | 説 明                       | 頁  | 章 |
|-----|---------------------------|----|---|
|     | 絶対値を示す                    | 15 | 3 |
| —   | 複素共軛値を示す                  |    |   |
| *   | 予測値，又は受信測に於ける再生値（再生信号）を示す |    |   |
|     |                           |    |   |